

DANS NOS CLASSES**CYCLE SUR EXEMPLES / CONTRE-EXEMPLES / CLICHÉS**

Équipe mathématique du lycée de Fameck

Le cycle a été réalisé avec des groupes de 24 élèves (issus de 3 ou 4 classes) sur 4 séances d'AP. Ils ont été choisis parmi les élèves souhaitant prendre la spécialité maths en 1ère, ou des élèves se destinant à une voie technologique (STMG dans notre établissement). Trois collègues y ont travaillé, et les retours des élèves et enseignants ont été globalement positifs.

Sont nommés en *bleu* les différents documents utilisés et distribués aux élèves et disponibles en téléchargement le site de l'APMEP Lorraine.

Première phase : speed datingObjectifs

Comprendre le statut d'un exemple, d'un contre-exemple.

Apprendre à examiner les conditions d'application des propositions.

Durée 1h30 environ

Liste des propositions et exemples utilisés dans ce speed dating

Propositions	Exemples
P1 : Pour tout nombre réel x , $x^2 + 2x > 0$	E1 : 5
P2 : Le produit d'un nombre différent de zéro par 5 est strictement plus grand que 5	E2 : 1
P3 : Si $x < 3$, alors $x^2 < 9$	E3 : 0,1
P4 : Si $x \geq 5$, alors $-3x + 15 > -11$	E4 : 0
P5 : Si un entier naturel est pair, alors il est divisible par 6.	E5 : -1
P6 : Pour tout nombre réel x , $(x + 3)^2 = x^2 + 9$	E6 : -5
P7 : Pour tout nombre réel x positif, $\sqrt{x} \leq x$	E7 : -3,1
P8 : Pour tout nombre réel $x \neq 0$, $x^2 \geq x$	E8 : 5,3
P9 : Pour tout nombre réel $x \neq 0$, $x^3 > 0$	E9 : 10
P10 : Si $x > 2$, alors $x^2 > 4$	E10 : 12
P11 : Si $x \geq 1$, alors $\frac{1}{x} \geq 1$	E11 : $\sqrt{2}$
P12 : Pour tout nombre réel x , $x \leq -x$	E12 : π

Installation et matériel

- Les tables sont disposées en ligne au centre de la salle ;
- [affiches intro](#), [fiches propositions](#), [fiches exemples](#), post-it, feuilles de brouillon.

Principe

La moitié des participants est « proposition », l'autre moitié est « exemple ».

[Retour au sommaire](#)

Le but de chaque « proposition » est de rencontrer tous les « exemples » afin d'identifier ceux qui peuvent lui faire du bien, ceux qui lui veulent du mal et ceux avec lesquels toute relation est impossible.

Il faut donc identifier exemples, contre-exemples, et exemples qui n'ont rien à voir avec la proposition (problème d'ensemble de définition). Ceci n'est au préalable pas expliqué aux élèves, ils se rendent compte au fur et à mesure des échanges en quoi consiste le jeu.

Le but des « exemples » est de trouver toutes les propositions pour lesquelles ils peuvent se rendre utiles, pour les consolider ou les démonter.

Chaque participant complète sa fiche au fur et à mesure.

Vérification collective des fiches à la fin du dating.

Déroulement

Petites annonces affichées à l'entrée

Explication du jeu et des règles. Chaque élève se munit d'un stylo. Sacs au fond.

Présentation des fiches « proposition » et fiches « exemple »

Chaque élève pioche une fiche dans la pochette. Il est soit « proposition », soit « exemple ».

Il note son nom sur un post-it (P1, P2, E1, E2 etc. ...) qu'il portera sur son torse.

Les propositions s'installent toutes du même côté des tables, les exemples attendent.

Dans un ordre préétabli, le dating commence.

Les 2 personnages « face à face » se mettent d'accord pour compléter chacun leur fiche personnelle.

Une fois que tous les « couples » sont d'accords, on passe au suivant. Ainsi de suite.

Une fois le dating complet, chacun reste à la table où il est pour le débriefing.

On distribue la fiche débriefing élève vierge aux élèves. Ils la complètent au fur et à mesure, ainsi que leur fiche de départ.

En débat collectif, animé par le professeur, on prend proposition par proposition et on donne les exemples qui sont des exemples, des contre-exemples et ceux qui ne peuvent pas servir.

On peut éventuellement compter les points : 1 point par « exemple » ou « proposition bien placée »

On fait ressortir la véracité de chaque proposition. (Cas particulier de la proposition 10, qui semble vraie mais... son cas sera traité plus tard ; cas de la proposition 12 qui leur paraît fausse « tout le temps » alors qu'elle est vraie pour certaines valeurs de x).

On fait le bilan sur le statut de l'exemple, du contre-exemple.

S'il n'y a pas 24 élèves, enlever proposition 11 puis proposition 4 et π puis $\sqrt{2}$.

Deuxième phase : travail sur une liste de propositions

Objectifs

Réinvestir ce qui a été vu dans l'activité précédente : un contre-exemple suffit à prouver qu'une proposition est fausse, tandis qu'un exemple ne suffit pas à justifier qu'elle est vraie.

Travail sur les représentations, sur les erreurs « habituelles ».

Durée 1h30

Liste des propositions travaillées dans cette phase

P1 : Pour tous nombres réels a et b positifs, $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

P2 : Pour tout nombre réel a , $\sqrt{a^2} = a$

P3 : Pour tout nombre réel x , $-2x^2 - 100x + 10000 > 0$

P4 : Pour tous nombres réels a et b , $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

P5 : il existe des nombres réels a et b tels que $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

P6 : Pour tous nombres réels a et b positifs, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

P7 : Pour tous nombres réels a et b non nuls, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$

P8 : Pour tous nombres réels a et b tels que $a \neq 0$, $\frac{a+b}{a} = b$

P9 : Pour tous nombres réels a et b non nuls, si $a < b$, alors $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

P10 : Pour tout nombre réel x , si $x > 2$ alors $x^2 > 4$

P11 : Pour tous nombres réels a et b , si $a < b$, alors $a^2 < b^2$

P12 : Pour tous nombres réels a et b positifs, $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Installation et matériel

- Une fiche [Travail sur les propositions](#) comportant une liste de 10 propositions (certaines vraies, d'autres fausses), ainsi que le lien vers le questionnaire en ligne à compléter.
- Groupes de 3/4 élèves, un ordinateur par groupe, questionnaire « Quizinière », une [fiche de travail en groupe](#) par groupe
- Ordinateur du professeur avec vidéoprojecteur.

Principe : en groupe, les élèves discutent pour tomber d'accord sur la véracité de chaque proposition. Ils essayent de trouver des arguments pour étayer leurs réponses.

Déroulement

Le lien du questionnaire est donné aux groupes.

Pour chaque proposition, les élèves discutent, cherchent, débattent pour se mettre d'accord, nomment un rapporteur. Ils utilisent la fiche de travail de groupe pour garder une trace afin de pouvoir présenter et argumenter avec les autres groupes dans la 2^e partie.

Ils complètent un questionnaire en ligne par groupe.

Une fois les résultats envoyés, on les projette.

On discute proposition par proposition (peut être en commençant par celles pour lesquelles ils sont tous d'accord). Chaque rapporteur présente le travail de son groupe.

Normalement, les groupes devraient avoir réussi à démontrer que les propositions 1-4-7-8-9-11 sont fausses à l'aide de contre-exemples. Les propositions 2-3 sont fausses aussi mais ils auront peut-être plus de mal à le prouver.

Cela sera certainement plus compliqué pour les propositions 6-10-12, qui sont vraies. On arrivera certainement à des conclusions du genre « elles semblent vraies mais... ». Cela sera suffisant pour cette phase.

Troisième phase : travail sur une proposition particulière : proposition 3

Si jamais cela n'a pas été réglé avant avec un contre-exemple... Chacune de nous trois a eu un groupe au moins qui a trouvé un contre-exemple, nous n'avons donc pas expérimenté cette phase !

Objectifs : Comprendre que si on ne trouve pas de contre-exemple, cela ne signifie pas forcément que la proposition est fausse.

Durée : 30 minutes

Matériel : ordinateur, logiciel de géométrie dynamique (GeoGebra), calculatrices

Principe : en classe entière, on essaye de régler le problème de cette proposition fausse-vraie.

Quatrième phase : démonstration des propositions « vraies »

P10 : Pour tout nombre réel $x > 2$, alors $x^2 > 4$

P6 : Pour tous nombres réels a et b positifs, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

P12 : Pour tous nombres réels a et b positifs, $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Objectifs : Comprendre l'intérêt de démontrer, se lancer dans une démonstration

Matériel

Groupes de 3/4 élèves, brouillon

Principe

Chaque groupe de 3 ou 4 élèves, prend en charge la démonstration d'une des propositions vraies

Déroulement

Les élèves cherchent en groupe, guidés par le professeur.

ANNONCE

CALENDRIER MAGIQUE POUR L'ANNÉE 2020

Pour vous souhaiter une bonne et heureuse année ludique, Arnaud Gazagnes vous offre le carré magique suivant, dont la somme magique vaut précisément 2020.

685	373	349	613
541	493	565	421
469	517	445	589
325	637	661	397

Vous trouverez d'autres figures magiques ou leurs constructions [sur un article](#) qu'il vient de commettre pour l'occasion.