LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 135	SEPTEMBRE 2018

91ème congrès AGEEM - centre des congrès de Nancy juillet 2018

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : septembre 2018. Directeur de la publication :Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF). Cependant, (seulement si vous n'êtes plus en activité et si vous n'avez pas d'adresse électronique), vous pouvez demander une version papier expédiée par la poste (en format réduit et sans la couleur) ; pour cela, envoyez une demande à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert (version électronique PDF uniquement).

SOMMAIRE

ÉDITORIAL

POURQUOI FAIRE DU PYTHON ?

« Je n'imaginais pas que le langage informatique Python connaîtrait un tel succès » (Guido van Rossum, créateur du langage Python - Le Monde 25/07/2018).

Les programmes de mathématiques du lycée ont imposé ce langage depuis la rentrée 2017. Des formations se mettent en place pour permettre aux collègues qui le découvrent, de le maîtriser. Une fois encore, cela s'accompagnera d'une dose non négligeable d'autoformation. Cette part de travail me semble nécessaire quand on veut acquérir de nouvelles compétences en informatique ; cependant, elle est toujours sous-estimée par les apprenants (« Il ne faut pas que cela me prenne trop de temps. ») et par les formateurs (« Vous devriez y arriver rapidement. »). Pourtant, quand une formation informatique est terminée, tout le monde s'estime compétent. Mais, c'est un autre débat. Quoique.

Est-ce le rôle du professeur de mathématiques d'enseigner l'informatique, plus précisément un langage informatique ? Ma réponse est plutôt non. Assurant depuis plusieurs années l'enseignement de la spécialité I.S.N., je pèse mes mots. Peut-on continuer l'enseignement des mathématiques sans apprendre à nos élèves à gérer la puissance de calcul d'un ordinateur ? Cela me semble difficile aussi. Je n'ai pas cherché à savoir si un quelconque bilan de l'usage de la calculatrice avait été fait depuis son expansion (début des années 1980 ?). J'ai parfois l'impression que ce n'est pas une grande réussite. L'apparente facilité d'utilisation des outils numériques a trompé leurs plus fervents promoteurs. Il semblerait que l'on ait trop souvent voulu répondre à la question « Comment utiliser cet outil pour cette tâche ? », alors qu'il aurait fallu se demander « Pourquoi le faire ? ». Que nos lycéens ne prennent leur calculatrice que pour exécuter un calcul semble assez révélateur. Que l'on considère, en section technologique, que donner un tableau de variations à l'aide d'un grapheur n'est pas recevable, nous interroge aussi.

Dire que l'ordinateur est incontournable n'est pas non plus une façon de régler nos problèmes au quotidien. Certaines tâches se seraient même inutilement complexifiées depuis leur informatisation (je pense notamment au dossier « Sortie » que j'ai dû remplir cette année). Il serait intéressant de connaître les méthodes employées lors de l'informatisation de ces tâches : sont-elles comparables à celles enseignées pour l'écriture d'un programme ? La réalisation de tels projets informatiques requiert, d'ailleurs, des compétences communes

retour au sommaire

aux mathématiques dans le cadre de la résolution d'un problème : 1) prendre connaissance des données du problème, 2) proposer une démarche de résolution, 3) effectuer cette démarche, 4) vérifier que le résultat obtenu répond au problème (et même convient aux autres personnes qui se sont posées ce problème !!), 5) recommencer la méthode si le point 4) est invalidé (surtout !!). L'enseignement de bonnes méthodes d'usage de l'informatique est encore timide et mérite toute notre attention pour éviter les situations inextricables que l'on connaît déjà : plan numérique déconcentré et déconcerté (les lycées 4.0), législation numérique inefficace et liberticide (interdiction de l'usage des smartphones au collège).

Je pense que l'on peut enseigner un usage raisonné des outils numériques, et cet enseignement ne peut se faire sans apprendre à programmer. Sinon, ce serait vouloir enseigner lecture et écriture sans vouloir enseigner la grammaire ou l'orthographe. C'est là qu'on en vient au rôle du professeur de mathématiques dans l'enseignement du langage Python. À priori, ce n'est pas à lui d'expliquer à ses élèves comment construire une phrase en français (même si certains devoirs deviennent illisibles à force d'incorrections), donc ce n'est pas non plus à lui d'expliquer comment écrire un programme informatique. Demanderait-on à un professeur de Sciences Physiques de rappeler les règles de priorité calculatoire ? Et pourtant. Beaucoup d'entre nous s'efforcent d'aider l'élève dans sa maîtrise de la langue pour améliorer l'expression mathématique : la finesse des raisonnements ne peut se passer de formulations précises et rigoureuses. Donc, le professeur de mathématiques est aussi, un peu, professeur de français ; ce qui est d'ailleurs le cas dans l'enseignement primaire. Le professeur de sciences physiques est aussi un peu professeur de mathématiques. Nos missions ne peuvent se cantonner au rôle que nous avons tous imaginé – même si nous n'avions pas forcément tous le même rêve - quand nous sommes entrés dans la fonction. Toutefois, la plupart d'entre nous ne sommes pas formés à assurer la totalité du cours d'informatique requis par les attendus du programme. Un enseignement d'informatique, dans le secondaire, portant cette étiquette, assuré par un professeur dont c'est le diplôme universitaire, s'impose. Partager les tâches entre la technologie et les mathématiques, comme c'est fait au collège, n'est déjà pas évident ; cela devient carrément ingérable au lycée. Nos élèves ne méritent pas un enseignement tronqué de l'informatique, la science informatique non plus !

Gilles Waehren

retour au sommaire

IL Y A 25 ANS DANS LE PV 35 (SEPTEMBRE 1993)

Ce petit texte a été écrit par Roger Cardot, qui participait pour la première fois à une réunion d'harmonisation de l'épreuve mathématique du baccalauréat.

En juin dernier, mon paquet sous le bras, je suis entré dans un nouveau monde...
Juché sur un tabouret au fond d'une salle, les yeux rivés au tableau où défilaient des chiffres, j'inscrivais tant bien que mal les cotations officielles : 16, 20, 44, et les intermédiaires : 7, 3, etc.

Vous avez dit « harmonisation » ? Cacophonie et brouhaha !
Et il semble que le golden boy qui crie le plus fort ait raison. La cote monte ou descend d'un point à chaque intervention ; un point sur 80, pensez-donc... la note finale est sur 20 et entière ! Et si les actionnaires savaient ?

Je suis rentré chez moi et j'ai relu les instructions de ma convocation :

La commission d'entente, réunie pour la plupart des épreuves une demi-heure après la remise des copies, permet aux correcteurs de prendre connaissance de quelques compositions et de définir, pour chaque discipline, des critères communs de correction : évaluation des erreurs, appréciation des qualités et niveau de la notation. Elle doit également déterminer l'importance attribuée à l'orthographe, la présentation et la qualité de la rédaction des copies.

Les choses ont-elles vraiment changé ?

En 2018...

Gilles Waehren : Les réunions d'entente se font assez paisiblement en filières technologiques : on n'est pas à l'épreuve reine du bac S ! On parle même parfois de compétence, mais pas trop...
On est censé repérer des réussites sur certaines questions. Ces réussites étaient donc relatives à des compétences des années passées. Elles étaient davantage centrées, cette année en STI2D, sur des connaissances.
La bienveillance est de mise en général. Changement de mœurs ? … Quand on a évoqué la possibilité d'établir un tableau de variations en s'aidant de la calculatrice, un collègue s'est écrié : "Ce ne sont plus des maths !". Tout le monde n'était pas de cet avis...
Voilà pour mon vécu sur les réunions d'entente.

“ LE PETIT VERT ” est le bulletin de la régionale APMEP Lorraine.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l’année (mars, juin, septembre et décembre). Son but est d’une part d’informer les adhérents lorrains sur les activités de la Régionale et sur la “vie mathématique” locale, et d’autre part de permettre les échanges “mathématiques” entre les adhérents.
Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d’entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.
Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Rachel François, Françoise Jean, Walter Nurdin, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LORRAINE 2018

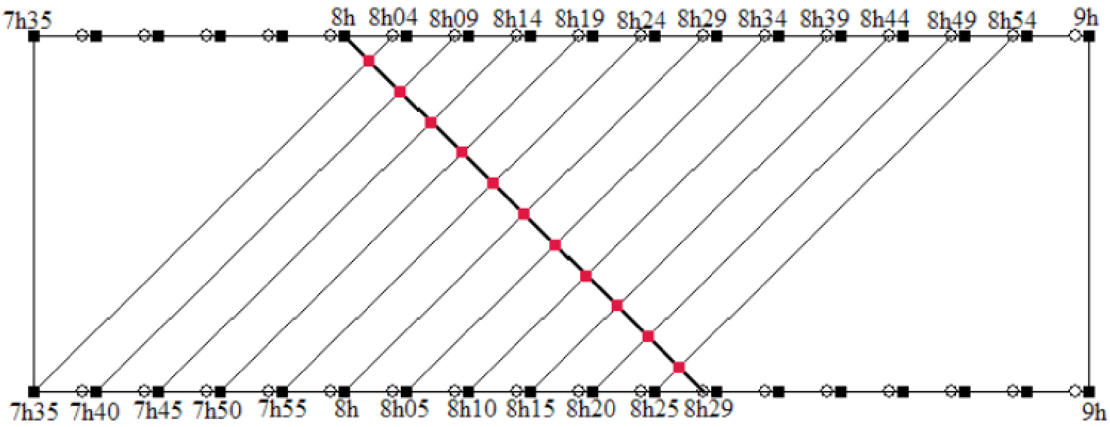
Le rallye lorrain a eu lieu le 20 avril. Les énoncés sont disponibles sur :
http://apmeplorraine.fr/doc/Rallye_Math%C3%A9matique_de_Lorraine_2018.pdf
Les solutions sont sur http://apmeplorraine.fr/doc/Rallye_solutions_2018.pdf

La statistique des participants et la liste des lauréats ont été publiées dans le Petit Vert 134.

Nous avons choisi de vous présenter ici trois des onze exercices proposés aux participants.

Exercice 1 : un tramway nommé désir
Toutes les 5 minutes, un tramway part du terminus « Galois » vers le terminus « Fermat ».
En même temps, un tramway part de « Fermat » vers « Galois ».
Le voyage se fait exactement en 29 minutes, soit dans un sens, soit dans l'autre.
Aujourd'hui à 8 heures, Marc est parti de la station «Galois» en tramway.
Combien de tramways en provenance de « Fermat »a-t-il croisés ?
(N.B. On ne compte pas les tramways qui sont en attente à un des deux terminus.)

Solution

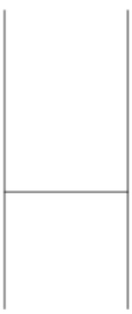


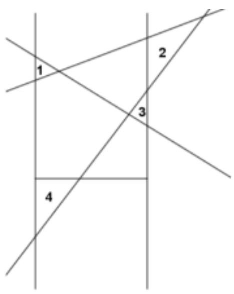
La figure ci-dessus permet des comptabiliser ces tramways : il y en avait 11.

Exercice 8 : défi triangulaire

Dans les pages sport de son journal, la composition de l'équipe de rugby préférée du commissaire Girard est notée sous des poteaux stylisés par un H.

Pour se distraire, il trace trois droites coupant ces poteaux.



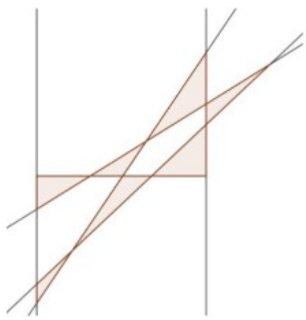


Il constate qu'il a ainsi créé comme dans l'exemple ci-contre 4 zones triangulaires.

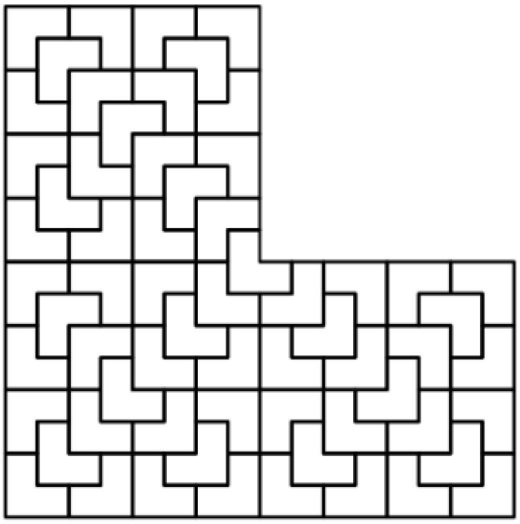
Son adjoint lui affirme qu'il est possible de créer ainsi 7 zones triangulaires.

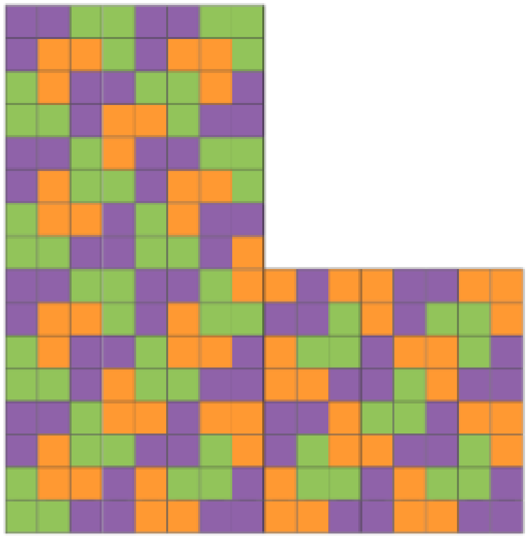
Aidez notre commissaire à dessiner une telle figure.

Ci-contre une des réponses possibles.



Exercice 10 : Qui peut le moins...
En utilisant le moins de couleurs possible, colorie de façon non symétrique ce dessin. Deux zones de même couleur ne peuvent se toucher qu'au maximum par des sommets.





Ci-dessus, une proposition de solution.

Quelques images des remises de prix

Arrivée première des classes de seconde, la 2nde 4 du lycée Louis Vincent de Metz, avec leur professeur M. Laparra. Après les félicitations de rigueur, la remise des diplômes et des puzzles « Carré de Metz » à chaque élève, un pot a été offert par l'établissement. En outre, la coopérative du lycée a remis à chaque élève une place de cinéma.

Classe de seconde 7 du lycée Charlemagne de Thionville. Ces élèves ont excellé par leur enthousiasme et leur esprit d'équipe et se sont classés 2èmes sur 85. Félicitations également aux élèves de 2e2, 3e2 et 3e5 de cet établissement.

retour au sommaire

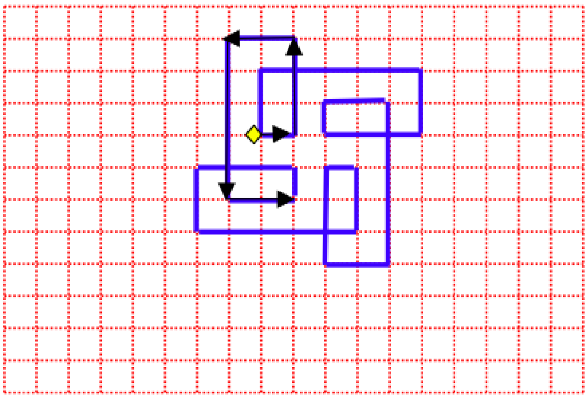
VIE DE LA RÉGIONALE

SEMAINE DES MATHÉMATIQUES (Suite)

Le Petit Vert n°133 proposait quelques exercices en lien avec le thème « Mathématiques et mouvement » de la semaine des maths 2018. Deux réponses nous sont parvenues pour l'un d'entre eux.

6 – Des mouvements sur un quadrillage

Pour tracer le spirolatère 1-3-2-5-2 :
On choisit un point sur une feuille quadrillée puis on trace des segments
- de 1 carreau vers la droite,
- de 3 carreaux vers le haut,
- de 2 carreaux vers la gauche,
- de 5 carreaux vers le bas,
- de 2 carreaux vers la droite,
- de 1 carreau vers le haut,
- de 3 carreaux vers la gauche,
- de 2 carreaux vers le bas, etc.

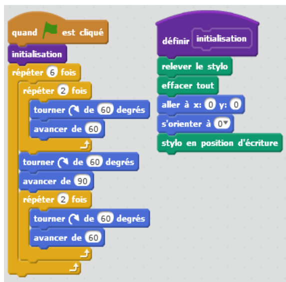


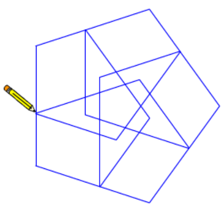
Comment dessiner un spirolatère avec « Scratch » ou avec un autre logiciel de programmation ?

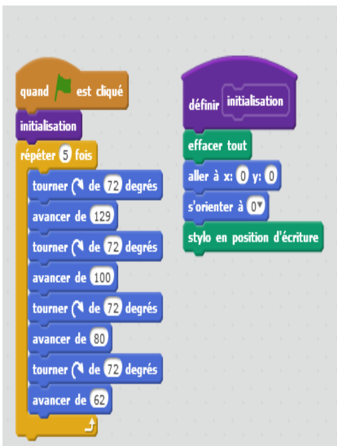
Noël Lambert nous propose d'utiliser GeoGebra.

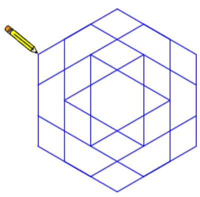
Bruno Alaplantive (groupe « Jeux et Maths » de l'APMEP) avait travaillé avec la « tortue logo » et a refait ses dessins avec Scratch.

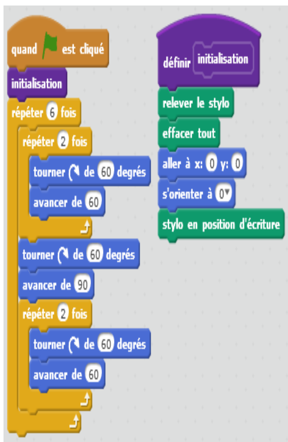
Scratch et "spirolatères" d'angle différent de 90 (mais constant)



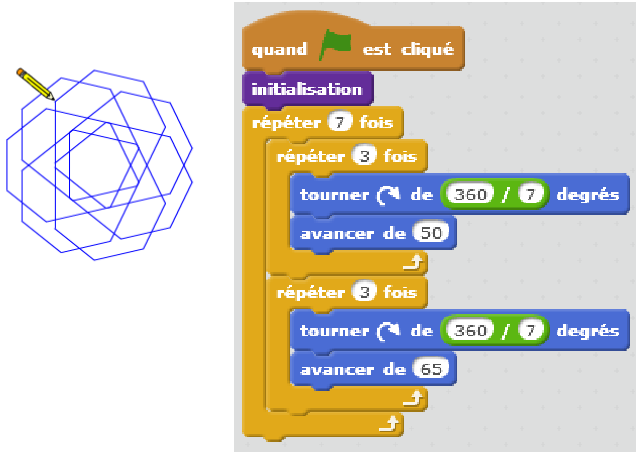


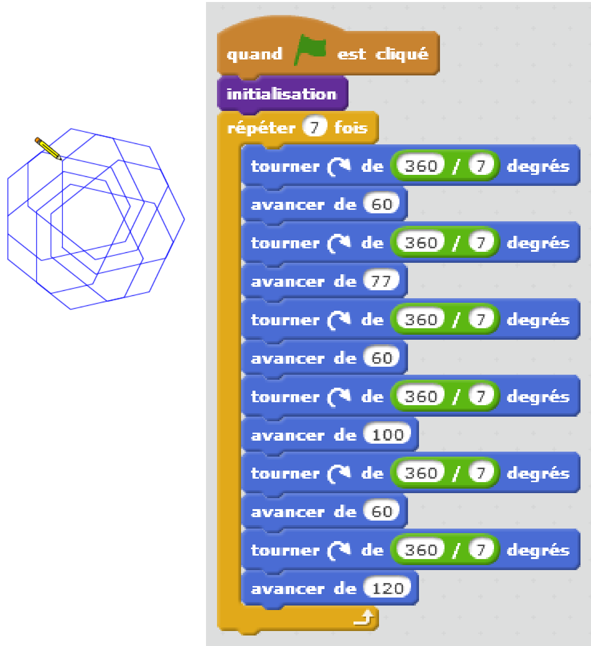


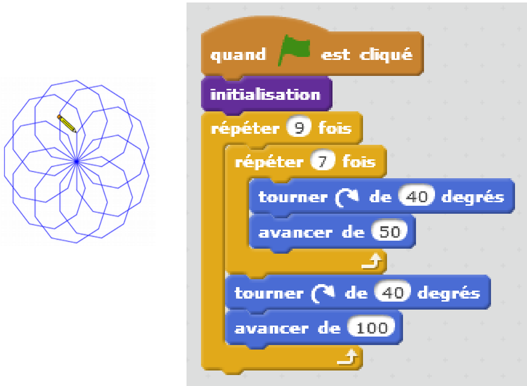


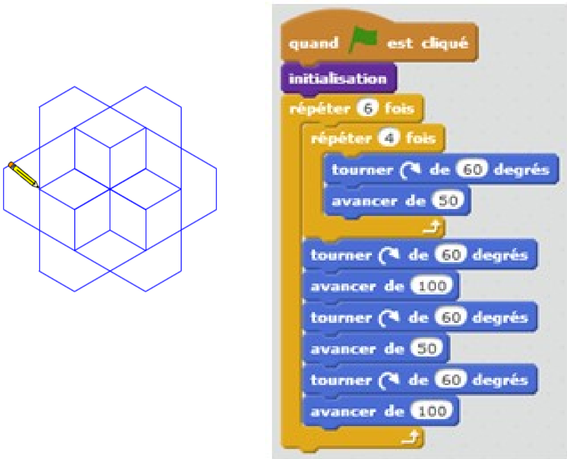


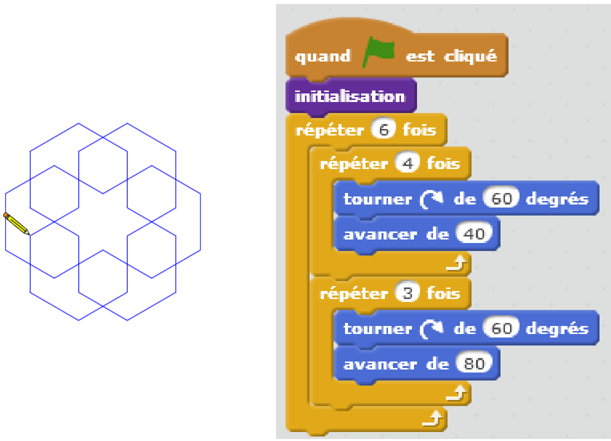
retour au sommaire



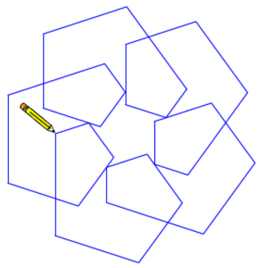


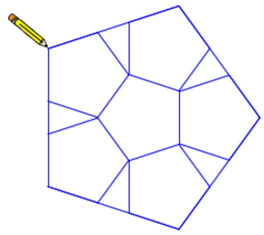


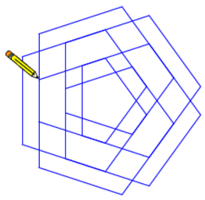


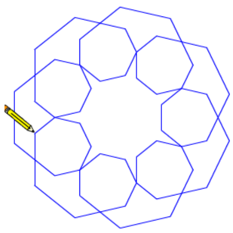


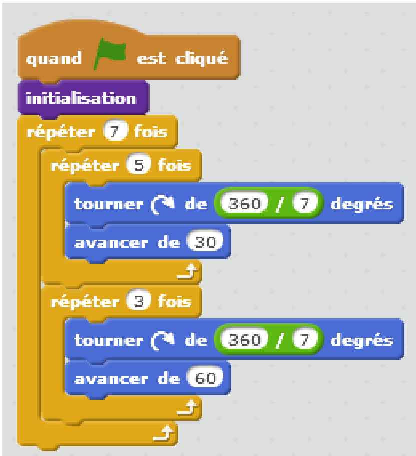
retour au sommaire

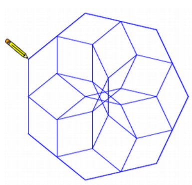


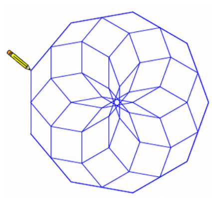




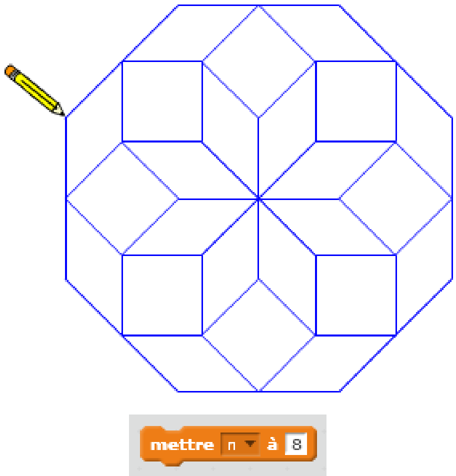


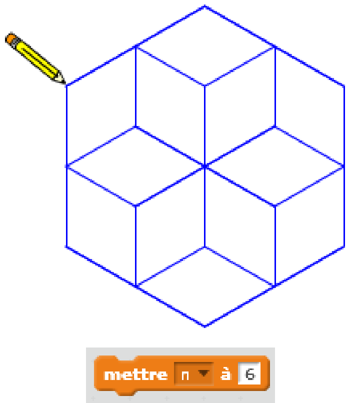


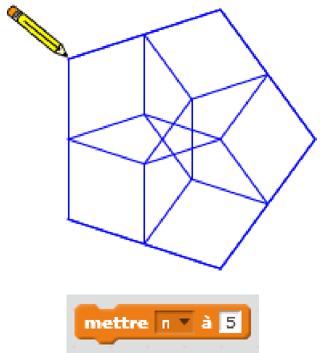


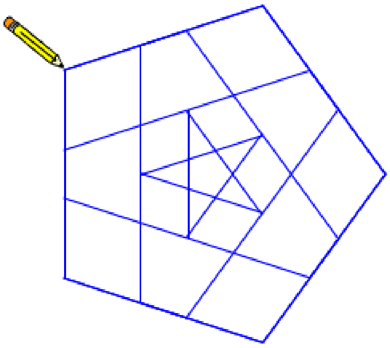


retour au sommaire


mettre n à 8


mettre n à 6


mettre n à 5




quand est cliqué
initialisation
mettre n à 5
répéter n fois
répéter n fois
tourner de 360 / n degrés
avancer de 80
tourner de 360 / n degrés
avancer de 130

VIE DE LA RÉGIONALE

NOS RESSOURCES MISES A DISPOSITION

Le 23 mai à Forbach

L'APMEP a été contactée par l'animatrice REP du secteur pour une participation au « forum des mathématiques cycle 1 – cycle 2 » organisé par la circonscription de Forbach. Étaient prévus différents ateliers : liaison GS/CP, escape game, mallettes maths (cycle 1, cycle 2, grande section/CP), défis...).

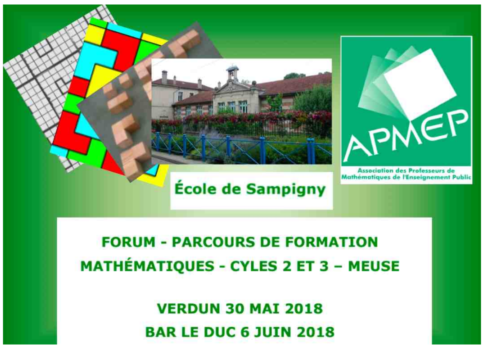
Un de nos adhérents du secteur a pu se libérer pour présenter les ressources de notre association. Nos trois brochures « Jeux École » ont pu être feuilletées. Ce qui a été déposé sur le site de la circonscription de Metz Est suite à l'animation pédagogique faite fin février par des joueurs et joueuses de la régionale a été présenté et utilisé. Les liens vers le site national (pour l'adhésion et l'achat de brochures ou pour la rubrique « nos collègues et leurs élèves jouent ») ont été montés ainsi que notre brochure « Pentaminos » à télécharger.

La possibilité d'animer des séances « jeux mathématiques » a été évoquée (certains semblaient intéressés). Les activités de notre régionale ont été présentées (la quasi totalité des collègues rencontrés n'avait jamais entendu parler de notre journée régionale ...).

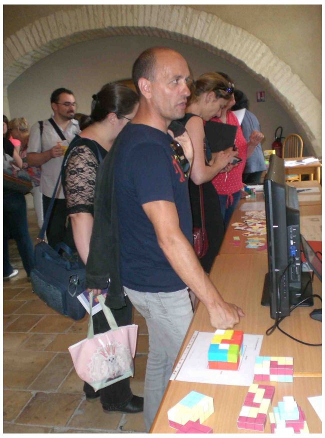
Le 30 mai à Verdun et le 6 juin à Bar-le-Duc

L'APMEP a été contactée par deux conseillers pédagogiques (circonscriptions de Verdun et Commercy) pour une participation au « forum des mathématiques cycle 2 – cycle 3 » organisés dans le département de la Meuse. Un des collègues de l'école de Sampigny et un conseiller pédagogique de Commercy se sont joints à un adhérent meusien pour animer le stand.

Ont été présentées des activités mises en œuvre à l'école de Sampigny en classes de CE2, CM1 et CM2, pour un certain nombre d'entre elles évoquées dans le Petit Vert. Des compléments pour le début du cycle 2 ont été préparés pour ces deux forums. Des extraits de « Jeux École 3 » ont été présentés.



Le début du diaporama présenté en boucle sur le stand



Le stand à Verdun, au Centre Mondial de la Paix.

À Bar-le-Duc, dans la salle de classe mise à notre disposition à l'école Jean Errard

La pyramide et le puzzle aztèques, les « Petits L », le « puzzle à trois pièces » et le « Carré de Metz » dans leurs versions quadrillées ont eu un grand succès. Les activités présentées ainsi qu'une liste de ressources APMEP pour les cycles 2 et 3 sont disponibles sur site de la circonscription de Commercy.

Les collègues rencontrés ont été intéressés par les matériaux utilisés pour la fabrication des objets présentés : carton, revêtement de sol, bois, etc.

La collaboration de notre association avec la circonscription de Commercy va se poursuivre, du « matériel » leur a été donné : « Petits L », puzzles géométriques quadrillés, puzzles et pyramides aztèques (un des conseillers pédagogiques a commencé la réalisation de pièces en bois). Le matériel disponible à l'école de Sampigny sera également utilisé pour l'élaboration de mallettes de jeux permettant de faire circuler ce « matériel » dans les écoles du secteur (projet de la circonscription pour la prochaine rentrée scolaire).

retour au sommaire

JEUX MATHÉMATIQUES À BLAINVILLE

Les enseignants de cycle 3 ont 9 heures de formation obligatoire en mathématiques :

- 3 heures : Conférence de Thierry Diaz ;
- 3 heures : « Entrée dans les problèmes par l'image », par l'IREM de Lorraine ;
- 3 heures : « Jeux mathématiques », animés par la régionale APMEP Lorraine.

Le mercredi 21 février, 70 enseignants de CM1, CM2 et remplaçants de la circonscription de Blainville se sont rassemblés à l'école Jean Jaurès pour bénéficier de l'animation pédagogique « Jeux mathématiques », encadrés par des intervenants de l'APMEP utilisant principalement des ressources et du matériel conçus et fabriqués par des membres de notre régionale.

Ils se sont répartis en deux ateliers qui ont alterné : jeux géométriques et jeux numériques.
Ils ont réfléchi sur l'apport du jeu dans leurs classes et les bénéfices pour les apprentissages mathématiques de manière ludique. Les intervenants ont rappelé la place du jeu dans les classes, mise en évidence dans les programmes de 2016, et ont proposé aux enseignants de tester plusieurs jeux de l'exposition « Objets mathématiques » de notre régionale, présenté les brochures, recensé les moments et les types d'organisation de jeu pertinents dans les classes, etc.

Les enseignants présents ont aussi partagé les activités qu'ils proposent déjà à leurs élèves.

La plupart étaient convaincus, prêts à tester dans leurs classes, ont demandé des solutions du cube soma, de l'âne rouge, etc. Une conseillère pédagogique de la circonscription était là, et a apprécié notre intervention.



retour au sommaire

AU CONGRÈS DE L'AGEEM

Nos collègues enseignant en Maternelle ont organisé leur congrès annuel début juillet à Nancy : 1000 participants et invités, 500 visiteurs pendant la demi journée « grand public », 450 élèves pendant la demi journée ouverte aux classes et 5 membres de la régionale venus faire jouer collègues et élèves. Les congressistes ne connaissaient pas tous notre association (nos adhérents ne connaissent pas tous l'AGEEM). Ils ont apprécié la découverte de nouveaux jeux mathématiques et ont apprécié pouvoir télécharger à leur retour chez eux les ressources déposées à leur intention sur le site national de l'APMEP.

Cinq tables nous étaient attribuées dans l'espace dédié aux mathématiques.

Jouer sur un tapis, que c'est agréable !

Les puzzles géométriques ont eu du succès.

Les jeux numériques n'ont pas été oubliés.

Les discussions avec les collègues ont été riches.

Des adhérents de la régionale de Poitiers sont venus animer la présentation de l'exposition « Maths & Puzzles » installée pendant le congrès.

retour au sommaire

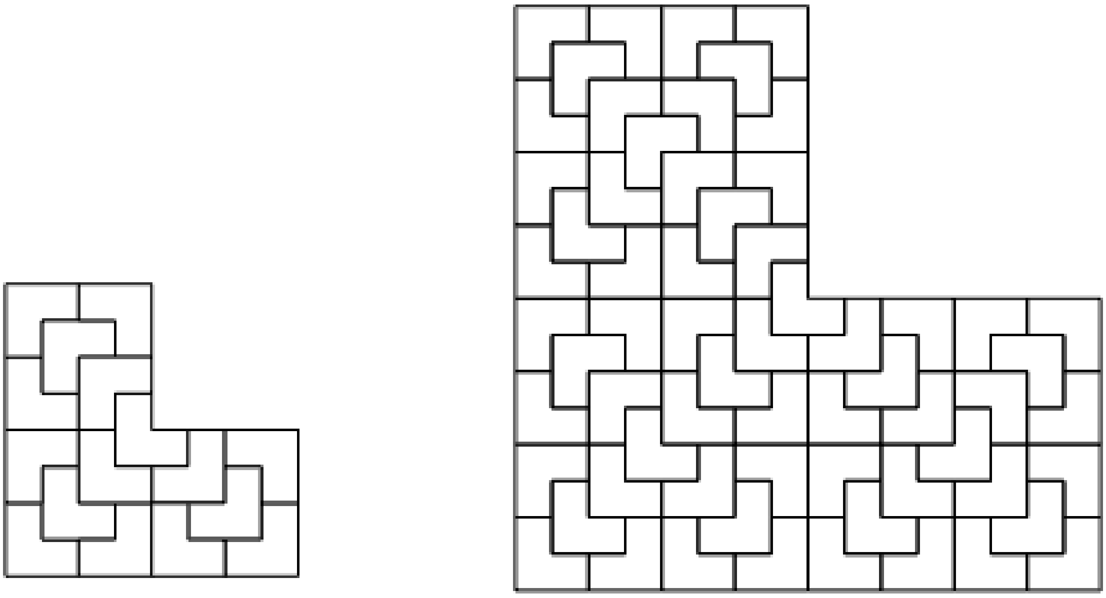
DANS NOS CLASSES

SYMÉTRIQUE OU NON SYMÉTRIQUE ?

François Drouin

Un grand merci à Françoise et Philippe Paquot, enseignants de l'école du Pont des Arts à Sampigny, qui ont accepté de proposer cette activité à leurs élèves de CE2, CM1 et CM2.

L'activité



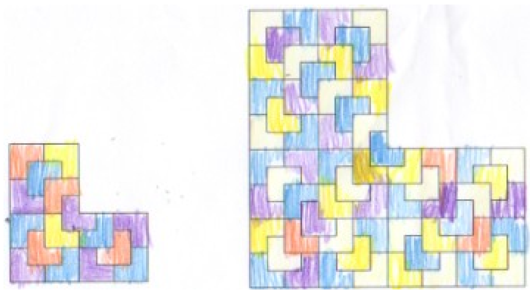
CE2 : En utilisant **le moins** de couleurs possible, colorie ces deux dessins. Deux « Petits L » de même couleur ne peuvent se toucher qu'au maximum par des sommets.

CM1 : En utilisant **le moins** de couleurs possible, colorie de façon **symétrique** ces deux dessins. Deux « Petits L » de même couleur ne peuvent se toucher qu'au maximum par des sommets.

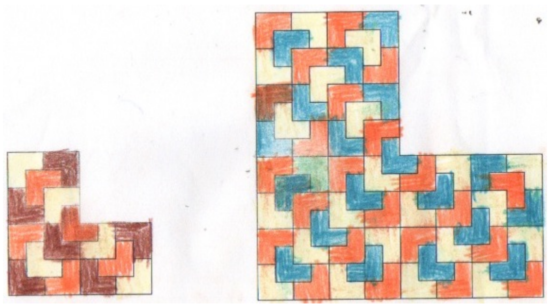
CM2 : En utilisant **le moins** de couleurs possible, colorie de façon **non symétrique** ces deux dessins. Deux « Petits L » de même couleur ne peuvent se toucher qu'au maximum par des sommets.

Des productions d'élèves de CE2

Bien que la symétrie n'a pas été évoquée dans les consignes données aux élèves, presque la moitié de ceux-ci a fourni au moins un coloriage la respectant. Ces dessins pourront donc être réutilisés lorsque la notion sera étudiée en classe.

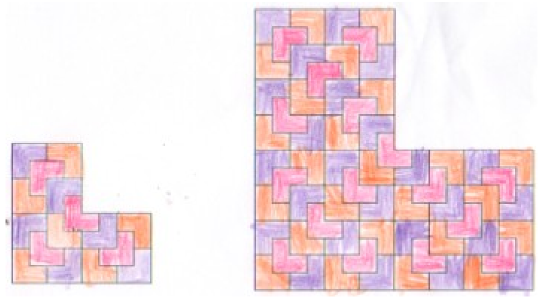


Quatre couleurs ont été utilisées.
Les coloriages ne sont pas symétriques.



Trois couleurs ont été utilisées.
À gauche, le coloriage est symétrique, à droite, le coloriage est non symétrique.

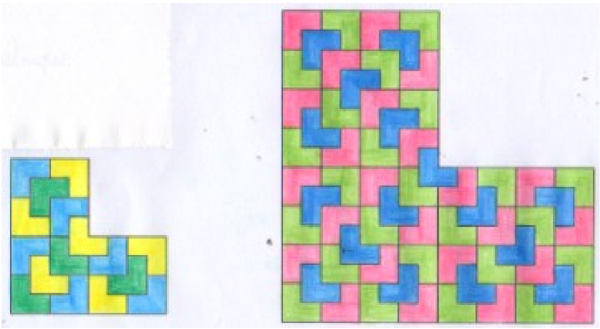
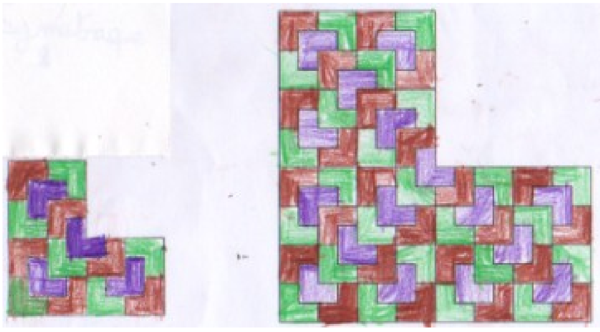
retour au sommaire



Trois couleurs ont été utilisées.
Les coloriages sont symétriques.

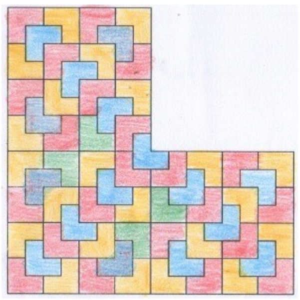
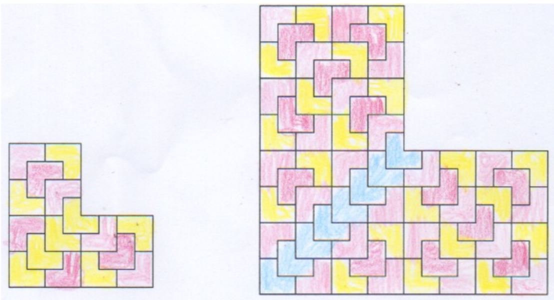
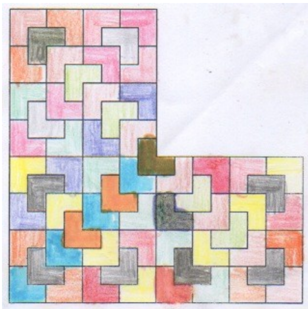
Des productions d'élèves de CM1 et CM2

Les élèves de CM2 ont également recherché des coloriages symétriques.

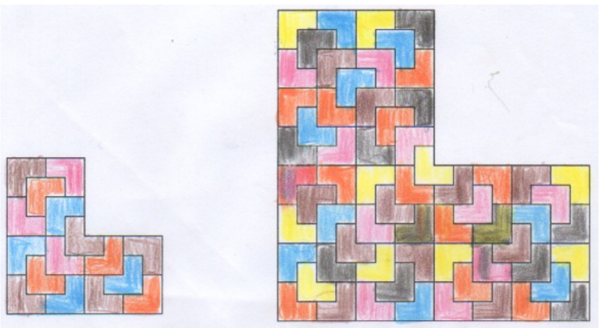
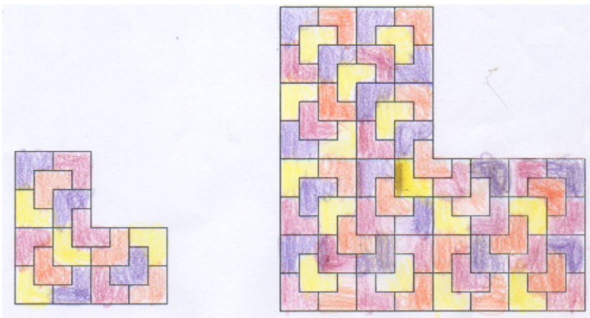
Des coloriages symétriques utilisant trois couleurs ont été trouvés par plusieurs élèves.

Coloriages non satisfaisants

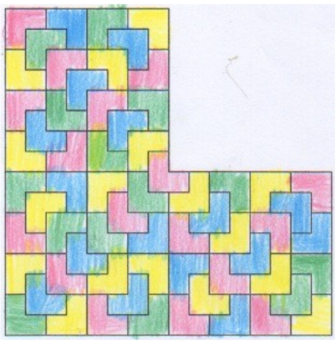
Les premiers coloriages sont symétriques, mais les contraintes à propos des zones de même couleur n'ont pas toujours été respectées.
Dans le dessin de droite, l'élève a marqué d'un pli ce qui sera l'axe, mais cela ne l'a pas empêché de considérer son coloriage comme symétrique.

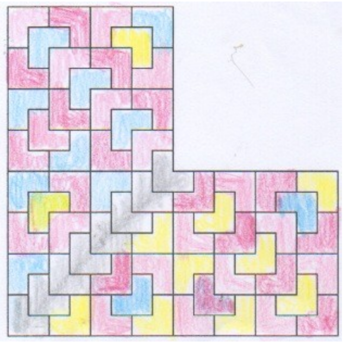
Coloriages non symétriques

Les coloriages non symétriques proposés par les élèves de CM2 utilisent au moins quatre couleurs (un coloriage non symétrique n'utilisant que trois couleurs a été repéré parmi les coloriages des élèves de CE2…).

Coloriages non symétriques non satisfaisants



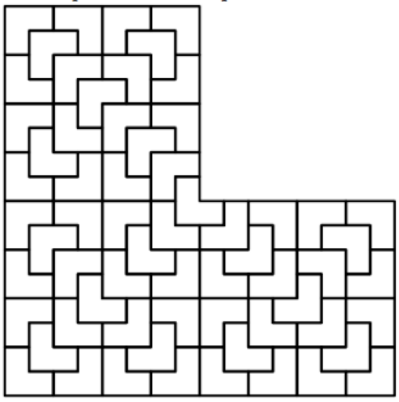


Ces coloriages ne sont pas symétriques, mais les contraintes à propos des zones de même couleur n'ont pas toujours été respectées. Le dessin de droite présente une intéressante permutation des zones bleues et jaunes.

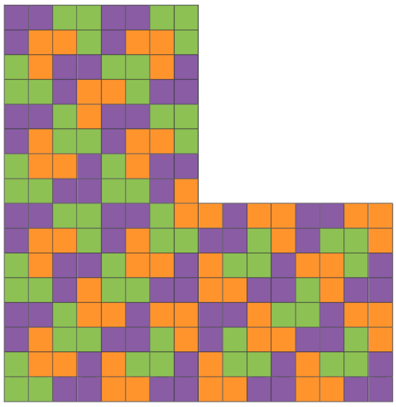
L'ensemble des productions des élèves de CM1-CM2 peut être réutilisée en classe pour y faire rechercher puis corriger les erreurs éventuelles et parfois diminuer le nombre de couleurs utilisées.

Parmi les feuilles réponses du rallye mathématiques de Lorraine 2018
Rappel : le rallye concerne les classes de troisième et seconde de l'académie.

Exercice 9 : Qui peut le moins…
En utilisant **le moins** de couleurs possible, colorie de façon **non symétrique** ce dessin. Deux zones de même couleur ne peuvent se toucher qu'au maximum par des sommets.



L'énoncé



Une solution

Cet exercice n'a pas inspiré toutes les classes, les élèves de seconde manquent parfois de crayons et de feutres de couleur dans leur trousse !

Il pourrait être intéressant de proposer en classe l'énoncé tel qu'il a été proposé en CE2 et de comparer la proportion d'élèves fournissant des coloriages symétriques et la proportion d'élèves fournissant des coloriages non symétriques.

retour au sommaire

POKEMON GO AU COLLÈGE

Valérian Sauton

Dans le Petit Vert n°130 de juin 2017, pages 20 à 25, Valérian nous proposait une activité « Pokémon Go » en classe de sixième. TZR sur la zone de Bar-le-Duc, il a été affecté pour l'année 2017/2018 au collège Émilie Carles d'Ancerville. Proche de Saint-Dizier, ce collège compte un peu moins de 400 élèves. Il nous propose ici de nouvelles activités sur ce thème, qu'il a mises en œuvre en classes de cinquième et de troisième.

1. Présentation

J'ai choisi de présenter une activité sur le jeu de game boy Pokémon, sur lequel j'ai passé des heures et des heures durant mon adolescence.
J'ai proposé cette activité de 2 h à 4 classes : 2 classes de $5^{\text{ème}}$ et 2 classes de $3^{\text{ème}}$.

2. Origine

Après une première activité réussie sur le thème Pokémon pour la rentrée de mes $6^{\text{èmes}}$, j'ai continué sur ma lancée en m'intéressant aux formules utilisées dans le jeu. Cette activité s'intéresse à celles permettant de calculer les dégâts occasionnés par une attaque.

3. Objectifs pédagogiques

Pour les classes de $5^{\text{ème}}$, cette activité est proposée à la fin du premier chapitre sur le calcul littéral au cours duquel j'ai introduit la notion de variable, appris aux élèves à simplifier des expressions littérales, effectuer une distributivité simple. L'objectif principal de cette activité est de leur apprendre à substituer.
J'ai voulu montrer aux élèves que les formules mathématiques ne se rencontrent pas seulement dans les livres de maths ou de sciences, mais qu'elles sont très souvent présentes dans les jeux vidéos.
Initialement créée pour travailler la substitution, lecture de tableau double entrée, automatisation sur tableur, pourcentages s'y sont ajoutés.

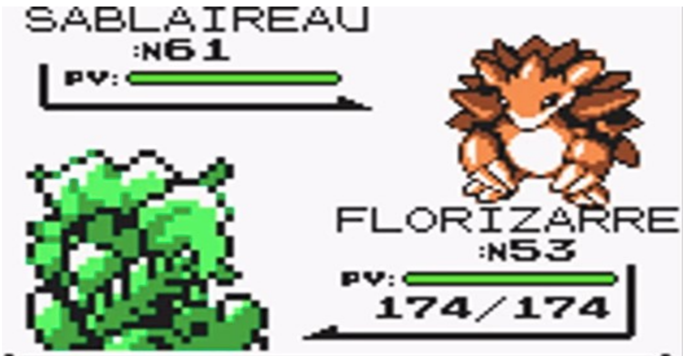
Pour les $3^{\text{èmes}}$, j'ai proposé cette activité suite au chapitre axé sur la maitrise du calcul littéral, rappel de la distributivité simple, distributivité double et identités remarquables.

4. Description de l'activité

4.1. Une première partie en classe pour les $5^{\text{èmes}}$ et les $3^{\text{èmes}}$

Après avoir distribué la feuille et laissé quelques minutes aux élèves afin de lire l'énoncé et prendre connaissance du thème de l'activité, j'ai attiré leur attention à tous en lançant sur l'ordinateur la vidéo suivante: https://www.youtube.com/watch?v=af8TptmVcJw

Combat entre Sablaireau et Florizarre



En même temps que la vidéo j'ai posé la question « à votre avis comment sont calculés les dégâts de chaque attaque ? ». Les élèves ont répondu qu'il s'agissait « d'une formule de maths ».
J'ai ainsi pu enchainer avec la formule mentionnée sur la feuille d'activité.

La fameuse formule

Afin de calculer les points de vie perdus par un Pokémon lors d'un combat, on utilise la formule mathématique suivante :

$$PV_{perdus} = \frac{N \times 0{,}4 + 2 \times A \times P}{D \times 50} + 2$$

dans laquelle : N = niveau du Pokemon attaquant
A = statistique d'attaque du Pokémon attaquant
P = puissance de la capacité utilisée
D = statistique de défense du Pokémon défenseur

J'ai expliqué un peu ces caractéristiques.
Chaque Pokémon possède une caractéristique d'attaque et de défense qui lui est propre.
Bien que ces caractéristiques soient relatives à la race d'un Pokémon, par exemple un Dracaufeu ou un Carapuce, chaque Dracaufeu n'a pas cependant la même attaque puisqu'un facteur aléatoire est pris en compte dans la détermination des IV « individual values ».

Le P pour la puissance de l'attaque. En effet, chaque attaque possède une certaine puissance ainsi qu'un type et un pourcentage de réussite. Ainsi, certaines attaques peuvent s'avérer dévastatrices mais ont, en contrepartie, un faible taux de réussite.

Avec les élèves nous avons donc traité ensemble le premier exemple, la charge de Dracaufeu sur Tauros. Seuls ou en échangeant avec leur voisin, les élèves ont ainsi pu traiter les questions suivantes de la partie A.

Après une correction en classe entière, mes élèves ont eu le réflexe de répondre à la question 7 en répondant « un ordinateur » ou « un algorithme » ou même «le tableur ».

Pour les élèves ayant fini la partie A en avance, la consigne était de décrire un combat Pokémon avec leur voisin en ajoutant de nouvelles attaques ainsi que des Pokémons dont ils avaient au préalable défini ensemble les caractéristiques.

Les parties A et B furent traitées en 1h avec les 3$^{\text{èmes}}$, il m'en a fallu 2 avec les 5$^{\text{èmes}}$. Avec ces derniers j'ai choisi d'ajouter des exemples, des attaques, des Pokémons etc. Il m'a fallu aussi davantage de temps afin de bien expliquer comment lire le tableau permettant de calculer le coefficient d'efficacité. A la fin de la 2$^{\text{ème}}$ séance, je leur ai montré comment simuler un combat Pokémon en tenant compte des pourcentages de réussite des attaques à l'aide du tableur.

4.2. Une deuxième partie en salle informatique pour les 3$^{\text{èmes}}$

Pour faire suite à la dernière question de la partie A, je suis allé avec les troisièmes en salle informatique afin qu'ils puissent automatiser le calcul de dégâts.

Pour cela, je leur ai mentionné mes exigences par 4 paliers :

1$^{\text{er}}$ palier : compléter le fichier tableur présent sur le groupe de travail afin de calculer les dégâts.
2$^{\text{ème}}$ palier : prendre en compte le STAB avec l'utilisation de SI.
3$^{\text{ème}}$ palier : prendre en compte STAB et CC.
4$^{\text{ème}}$ palier : prendre en compte STAB, CC et EFF.

L'objectif n°1 de la classe était que chaque élève arrive au palier 1. Objectif réalisé !

retour au sommaire

F6 =((B1*0,4+2)*B2*B4)/(B3*50)+2

	A	B	C	D	E	F	G
1	Niv	32					
2	Att	84					
3	Def	50					
4	Pui	40					
5							
6				PV perdus		21,8912	
7							
8							

Production d'un élève de 3ème ayant atteint le palier 1

Les élèves déjà à l'aise sur tableur ont réussi à atteindre le palier 2 sans problème.

F8 =(((B1*0,4+2)*B2*B4)/(B3*50)+2)*B7

	A	B	C	D	E	F	G
1	Niv	32					
2	Att	84					
3	Def	50					
4	Pui	40					
5	Type Pokémon	feu					
6	Type attaque	feu					
7	STAB	1,5					
8							
9				PV perdus		32,8368	

Quelques élèves ont réussi à atteindre le palier 3 au cours de la séance avec mon aide pour simuler le hasard du pourcentage en testant si un nombre aléatoire pris entre 1 et 10 000 est inférieur ou égal à 625.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Niv	32		50467	0		
2	Att	84		1,864864865			
3	Def	50					
4	Pui	40					
5	Type Pokémon	feu					
6	Type attaque	feu					
7	STAB	1,5					
8	CC	1					
9				PV perdus		32,8368	

Trois élèves m'ont rendu le travail terminé après avoir échangé par mail avec moi sur une marche à suivre pour prendre en compte EFF en utilisant un tableau à double entrée.

5. Matériel et documents utilisés

- vidéo projecteur et enceintes afin de projeter le combat Pokémon
- pour la partie programmation, une salle informatique équipée de 18 postes avec OpenOffice Calc

6. Évaluation

J'ai évalué les cinquièmes en les prévenant d'une interrogation « rapide » dans la semaine, en leur précisant ce qui leur serait demandé, à savoir calculer les dégâts de plusieurs attaques de différents Pokémons dont je donnais les différentes caractéristiques, en leur indiquant de nouveau la formule.

retour au sommaire

Pour les 3èmes, j'ai choisi d'évaluer leur travail en salle informatique et l'utilisation du tableur.
A chaque palier passé, l'élève ou le binôme d'élèves, m'appelait afin que je puisse valider en leur demandant de refaire le fichier sous mes yeux. Chacun a obtenu une note sur 5 points, qui complète la note « utilisation de logiciel » du trimestre.

7. Notes personnelles

Préparer cette activité m'a demandé un certain temps puisqu'il a fallu me renseigner sur les modalités de calcul des dégâts, l'explication des différentes statistiques des Pokémon etc.
Heureusement que le wiki est très complet : http://fr.pokemon.wikia.com/wiki/Salamèche.

Presque tous les élèves se sont montrés enthousiastes et intéressés par cette formule.
Certains l'étaient moins, principalement ceux ne connaissant pas le jeu ou le dessin animé, mais la plupart ont quand même joué le jeu.

Je propose de temps en temps les mêmes activités pour deux niveaux différents et je trouve toujours intéressant d'observer les points communs et les différences d'élèves d'âges différents.

Sur cette activité la différence fut flagrante. La majorité des élèves de troisièmes a su répondre rapidement aux questions de la partie A, utilisant la formule et la calculatrice avec aisance, trouvant relativement aisément les différentes données. Les quelques uns en retard étant les habitués du tournage de pouces.

Chez les 5èmes, l'hétérogénéité fut plus marquée, moins par mauvaise volonté que réelle difficulté de compréhension. Tandis que certains avaient déjà répondu à la plupart des questions, d'autres finissaient à peine d'écrire la correction.

J'aurais dû prévoir cet écart de compréhension et proposer de plus petits tableaux et moins d'écriture aux élèves ayant le plus de difficultés, voire une version couleur de mes feuilles afin de guider l'élève lors de la recherche des valeurs de N, A, D et P.
L'utilisation de la calculatrice fut aussi assez laborieuse pour ces derniers, pas encore habitués à utiliser la touche fraction. Cette activité m'a permis de leur montrer comment utiliser cette touche. Après avoir expliqué à quelques uns, je les ai nommés « responsables calculatrices ».
Ces derniers étaient alors chargés d'expliquer à leurs camarades s'ils posaient la question.

retour au sommaire

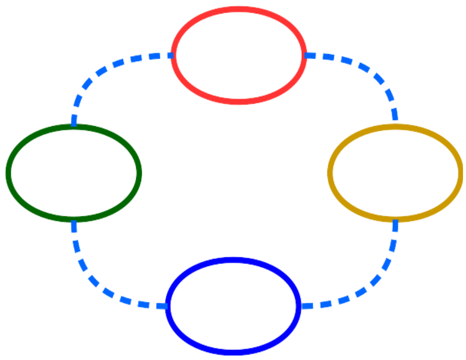
DANS NOS CLASSES

NAVETTES SPATIALES

Serge ERMISSE nous propose les deux premiers volets d'une même activité testée sur trois niveaux du lycée : seconde, première S et terminale S. À la demande des formateurs du groupe IREM « Informatique débranchée », lors d'un stage « PAF » du même nom, il a repris l'activité intitulée « Le baseball multicolore »[1] en lui donnant un nouveau contexte.

Texte de l'activité

« Dans l'espace, en 3017, on a quatre planètes (rouge, jaune, bleue et verte). Les habitants des planètes jaune, bleue et verte ne disposent plus chacune que de deux navettes spatiales (de leur couleur) pour leurs échanges commerciaux alors que la planète rouge n'en possède qu'une seule. Pour éviter tout risque d'accident entre navettes, les habitants ont décidé que les navettes ne pourront se déplacer qu'une par une. Malheureusement, leur réservoir de carburant ne leur permet que de se déplacer vers une des deux planètes voisines (la troisième est trop éloignée). De plus, chaque planète ne dispose que de deux pistes d'atterrissage (donc il n'est pas possible d'avoir plus de deux navettes simultanément sur la même planète)



Votre mission : Simuler les déplacements des navettes sur votre plan pour que toutes retrouvent leur base (planète de la même couleur) quelle que soit la position des sept navettes au départ. »

(Le schéma était fourni aux élèves.)

En Seconde

La séance, de 50 minutes, s'est faite avec 16 élèves d'une classe de 35 assez faible.

Objectifs de la séance

- Développer l'esprit d'initiative, de recherche, avec un problème ouvert.
- Coopérer en équipe (échanger, verbaliser ses idées pour les expliquer aux autres, se mettre d'accord sur une solution commune).
- Lire et comprendre un énoncé pour en dégager les « règles du jeu ».
- Réinvestir certains éléments de la pensée algorithmique au service de la résolution de problème (sans aucun prérequis mathématique) comme :
- concevoir un algorithme simple en langage naturel ;
- tester un algorithme pour détecter des bogues ;
- corriger un algorithme (gestion de cas particuliers, bogues).

Mise en situation de la séance

Les élèves étaient installés par groupe de quatre (par affinité), avec du papier brouillon et un crayon, et je leur avais distribué le matériel :

- ✔ un plan en couleur des planètes ;
- ✔ les sept navettes, représentées par des briques « Lego » dont les couleurs correspondaient aux planètes ;
- ✔ l'énoncé.

[1] http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/IMG/pdf/fiche_eleve_baseball_multicolore.pdf

retour au sommaire

1ère phase : Appropriation du problème

Attendus :

- ✔ 10 minutes maximum.
- ✔ Je les ai mis par groupes de quatre pour inciter chaque élève à prendre en charge les déplacements du ou des vaisseaux d'une même planète, afin que tous participent. Je n'ai distribué qu'un seul énoncé volontairement (pour encourager le travail collaboratif).
- ✔ J'espérais qu'après quelques succès, ils se rendraient aussi compte de leur incapacité à présenter une stratégie gagnante.

Réalité : Le plus souvent, un élève prend le leadership et gère le déplacement de toutes les navettes (c'est donc raté pour le travail collaboratif). Par contre, le fait d'avoir distribué un seul sujet a permis de mobiliser les quatre élèves (un élève a lu et les autres ont réagi : « J'entends mais je ne comprends pas ! » ou « Vous avez compris ? ».)

Deux groupes pensaient qu'ils devaient trouver une position initiale particulière pour trouver une stratégie (du style « couleur en face »).

2ème phase : Réduction du problème

J'ai complété le texte de l'activité par l'information suivante :
« Une tornade spatiale, qui s'enroule dans le sens des aiguilles d'une montre, vient de se former et empêche tout déplacement dans l'autre sens (cela consommerait trop de carburant de lutter contre le vent spatial).

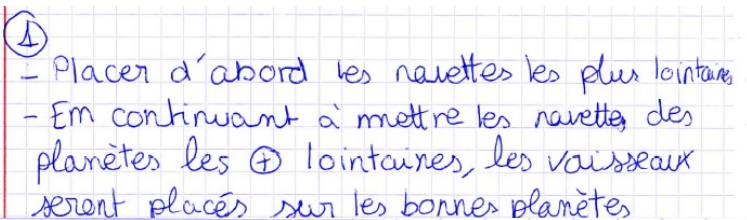
Reprendre votre mission puis, lorsque vous pensez avoir trouvé une stratégie gagnante, écrire un algorithme en français de la procédure à suivre. »

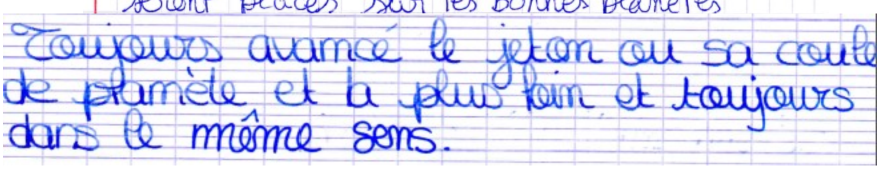
Attendus :

- ➢ 15 minutes maximum.
- ➢ J'espérais qu'ils découvriraient seuls la stratégie gagnante (déplacer la navette qui a le plus de chemin à faire pour rentrer à sa base). Dans le cas contraire, j'avais prévu de la donner.
- ➢ Peut-être auraient-ils des difficultés à rédiger l'algorithme en français (trop habitués qu'ils sont à des formes stéréotypées) ?
- ➢ L'identification de cas particuliers où l'algorithme ne fonctionne pas.
- ➢ Seraient-ils capables de répondre à la question suivante « Pourquoi ce problème était-il plus facile ? » (plus que 2 déplacements possibles au lieu de 4) ?

Réalité : L'idée du « Il faut toujours que l'on joue le plus loin. » a émergé assez rapidement, sauf pour un groupe. J'ai dû leur poser la question : « Quelle navette allez-vous déplacer ? », sur une ou plusieurs situations particulières pour le leur faire dire.
Comme attendu, d'énormes difficultés à s'exprimer en français (voir les productions d'élèves).
Cette phase a duré de 5 à 15 minutes, selon les groupes.

Quelques productions d'élèves


1
- Placer d'abord les navettes les plus lointaines
- En continuant à mettre les navettes des planètes les + lointaines, les vaisseaux seront placés sur les bonnes planètes


Toujours avancé le jeton ou sa coule
de planète et la plus loin et toujours
dans le même sens.

retour au sommaire

Enfin on déplace en premier la navette de la couleur de la planète la plus éloignée (par exemple si on a bleu et vert, on bouge d'abord la navette verte pour ne pas bloquer la circulation). Et ainsi de suite jusqu'à atteindre sa base de couleur.

1 - On commence à jouer dans le sens des aiguilles d'une montre. Puis on choisi la planète qui se trouve derri la planète où se trouve 1 navette. A partir de cette planète on déplace la navette dont sa planète est plus lointaine* On réitère l'opération jusqu'à obten du résultat attendu.

* Si sur cette planète, les deux navettes sont de la mêm couleur ont en prend une au hasard.

J'ai utilisé ces extraits, en classe entière, lors la séance suivante, pour insister sur ces notions algorithmiques :

- suite ordonnée d'instructions ;
- répétition conditionnelle (boucle TANT QUE) ;
- instruction conditionnelle.

3ème phase : Validation par tests successifs

Solution proposée

Tant que toutes les navettes ne sont pas à leur base, faire :
  Si les deux navettes sont de la même couleur alors déplacer une des deux navettes au hasard
    Sinon déplacer la navette qui a le plus de chemin à faire pour rentrer à sa base
  Fin de Si
Fin de Tant que

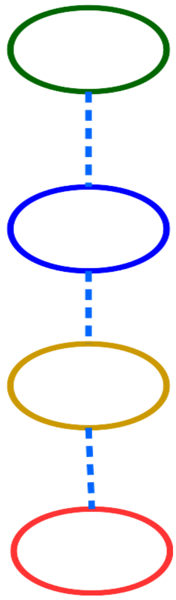
Je leur ai alors fait tester la situation initiale qui fait boucler l'algorithme à l'infini (toutes les navettes sur leur base sauf une permutation entre une navette jaune et une navette verte).

Attendus :

- 10 minutes maximum.
- Ils devaient découvrir que leur algorithme avait un défaut puisque, sur un cas particulier, il ne s'arrêtait jamais : le problème n'était donc pas résolu.

Réalité : Certains groupes n'ont pas vu le bogue, car ils ne suivaient pas l'algorithme. J'ai dû le reprendre avec eux pour qu'ils comprennent le défaut de cet algorithme. Pour s'en sortir, certains ont ajouté des conditions initiales pour valider leur algorithme en excluant ce genre de cas particulier.

4ème phase : Modification des données du problème



J'ai distribué un nouveau plan des planètes (voir ci-contre) ainsi qu'un complément d'énoncé :

« La tornade spatiale est passée mais elle a été tellement violente qu'elle a modifié la position des planètes. Les déplacements peuvent de nouveau se faire dans les deux « sens ».

Reprendre votre mission dans cette nouvelle configuration. »

Attendus :

- 10 minutes maximum.
- Comme dans la première phase, ils devaient réussir par « tâtonnement ».
- Peut-être allaient-ils penser à faire, d'abord, rentrer les navettes vertes à leur base pour réduire le problème à un problème avec moins de données, mais j'en doutais.

Réalité : Comme attendu, l'idée de compléter la planète verte s'est exprimée, mais uniquement pour 3 groupes et à l'oral.

5ème phase : Retour à la structure de données initiale

J'ai repris le deuxième plan des planètes et fait le lien avec la configuration initiale, en interdisant le passage entre la planète rouge et la planète verte en raison d'un **trou noir** (que j'avais ajouté sur le premier plan).

Au final, les élèves ont pour la plupart été intéressés et les objectifs étaient atteints.

En Première S

1ère séance : Découverte du problème

Un groupe très réduit d'élèves a testé, le même jour, l'activité présentée ci-avant.

Productions d'élèves

① tant que chaque navette n'est pas pas sur leur planète, faire :
- Reperer la planète avec 1 vaisseau
- Regarder sur la planète précédante
- bouger le vaisseau le plus éloigner de sa planète

Tant que les navettes ne sont pas sur leur planète
Déplacer la navette dont la base est la plus éloignée
Fin lorsque les navettes sont toutes sur leur planète

On peut noter que la condition d'arrêt de la boucle conditionnelle est inutilement reprécisée à la fin.

retour au sommaire

Remarque
L'élève la plus faible de la classe (en mathématiques et en général) a été le moteur du groupe, trouvant les démarches algorithmiques.

2ème séance en TD : Complexité d'un algorithme

Le groupe était alors de 15 élèves répartis en quatre sous-groupes contenant chacun un élève ayant assisté à la première séance. Les élèves connaissaient la notion de courbes de tendance pour l'avoir manipulée en Sciences de la Vie et de la Terre, en Sciences Physiques ou en Mathématiques.
Le texte initial de l'activité est à nouveau proposé, accompagné des questions suivantes :

1. Exécuter 10 fois l'algorithme suivant en prenant au hasard les positions initiales des navettes et évaluer le nombre moyen de déplacements (ce nombre s'approche de la **complexité en moyenne** de l'algorithme pour 4 planètes lorsque l'on fait un très grand nombre de tests).
2.
a) Trouver la position initiale des navettes qui impose le plus de déplacements (ce nombre s'appelle la **complexité au pire** de l'algorithme pour 4 planètes).
b) Trouver la complexité au pire de l'algorithme pour 2 planètes, 3 planètes, 5 planètes et 6 planètes.
c) À l'aide du tableur, estimer la complexité au pire pour 10 planètes.

Ainsi que l'algorithme :

Algorithme :
La variable *Couleur* prend la valeur *Verte*
Répéter 3 fois :
  Tant que les deux navettes *Couleur* ne sont pas dans leur base, faire :
    Si la plus haute navette *Couleur* hors de sa base (ou une des navettes *Couleur* au hasard si elles sont sur une même planète *Couleur*) peut monter alors le faire
      sinon si une navette *Couleur* peut descendre alors le faire
        sinon si une ou des navettes *Couleur* peuvent monter alors le faire jusqu'à libérer une place juste au dessus de la navette *Couleur* hors de sa base et la plus haute
          sinon faire descendre une navette *Couleur*
        fin de si
      fin de si
    fin de si
  fin de tant que
  Si *Couleur* = *Verte* alors la variable *Couleur* prend la valeur *Bleue* et on oublie la couleur *Verte*
    sinon la variable *Couleur* prend la valeur *Jaune*
fin de répéter

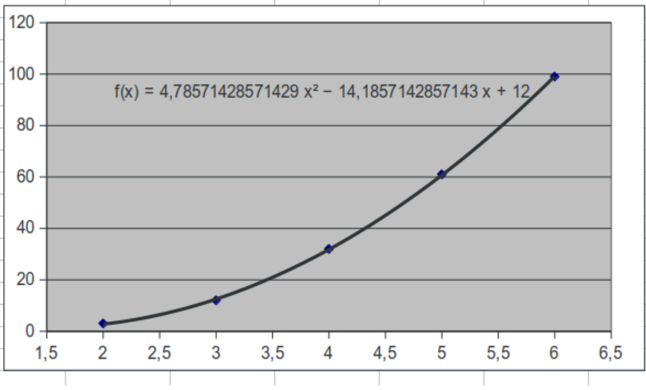
Déroulement

- Je n'ai quasiment rien eu à dire de toute l'heure.
- Peu de groupes ont suivi exactement l'algorithme.
- Le choix aléatoire des situations initiales a souvent manqué de méthode, même si les élèves ont systématiquement exclu les situations nécessitant peu de déplacements (comme si cela ne pouvait pas arriver au hasard !!!). Cette phase est décevante pour une classe scientifique et il faudrait peut-être être plus directif.
- Les élèves ont eu du mal à préciser le pire des cas (d'où de grandes différences) ; par contre, ils ont su gérer les contraintes matérielles en complétant par des gommes, barrettes à cheveux, capuchons de stylo, etc.
- Trois groupes ont envisagé une approximation affine (pour un seul, c'était justifié par l'aspect de leur nuage de points).
- Sur tableur, 2 groupes ont cherché en vain des formules (de récurrence).

Un peu avant la fin du TD, j'ai précisé oralement qu'il fallait exploiter une représentation graphique (voir la feuille de calcul ci-dessous).

retour au sommaire

	A	B	C	D
1	2	3		
2	3	12		pour 10, environ 349 déplacements
3	4	32		
4	5	61		
5	6	99		



Productions d'élèves

TD : Complexité d'un algorithme.

9 19 17 19 14 15 23 25 20 11

Le nombre moyen de déplacement est de 17,2.

2) a) La position initiale des navettes qui impose le plus de déplacement est lorsque la planète la plus basse contient les 2 navettes de la planète la plus haute et inversement.
et sur la planète du milieu ?

b)

2 = 3 4 = 25
3 = 11 5 = 38
4 = 25.

Pour 2 planètes la complexité au pire est de 3 déplacements.
Pour 3 planètes la complexité au pire est de 12 déplacements.
Pour 5 planètes la complexité au pire est de 38 déplacements.
Pour 6 planètes la complexité au pire est de 63 déplacements.

c) Avec le tableur, nous avons fait un graphique.
La courbe de tendance a pour ~~équation~~ $y = 14,6x - 30,2$
pas affine

Pour 10 planètes la complexité au pire est de ~~115~~ déplacements
Cohérent mais pas au pire

1) La complexité moyenne que nous avons trouver pour 10 essais est de 17,3 déplacements.

Résultats pour chaque essais :

16 ; 13 ; 15 ; 27 ; 19 ; 14 ; 25 ; 14 ; 13 ; 17.

2) a. La position initiale qui impose le plus de déplacement est lorsque le vaisseau rouge se trouve sur la planète verte et que les deux vaisseaux verts se trouvent sur la planète rouge. (soit 27 déplacements)

et pour les deux autres planètes ?

b. pour 2 planètes : 3 déplacements

pour 3 planètes : 14 déplacements

pour 5 planètes : 54 déplacements

pour 6 planètes : 81 déplacements

c. Grâce a excel on a fait un graphique avec nos données puis on a afficher la courbe de tendance, donc une droite avec pour equation $y = 19{,}6x - 42{,}6$

non, ce n'est pas affine mais du second degré

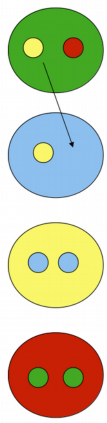
$f(10) = \cancel{153{,}4}$ Donc 153 déplacements.

$f(10) \approx 265$ pour moi

3ème séance : la même, mais avec l'autre groupe

Pour cette deuxième moitié de classe, cela s'est moins bien passé car seul un élève sur les 12 avait suivi la première séance. Il y a donc eu un gros temps pour s'approprier la situation. Pour le coup, je pense que l'algorithme a encore été moins bien déroulé (au vu des valeurs trouvées). De plus, cette fois-ci, je n'ai volontairement pas précisé qu'il fallait exploiter une représentation graphique (un seul groupe y a pensé). Ayant l'habitude de modéliser des situations problèmes à l'aide de suites, les deux derniers groupes ont cherché des formules (avec et sans tableur).

4ème séance : Bilan



Lors de la séance suivante en classe entière, j'ai fait le bilan :

- à l'aide d'un diaporama pour dérouler l'algorithme dans le pire des cas pour 4 planètes et remarquer qu'il y a des opérations inutiles : on pourrait améliorer l'algorithme ;
- à l'aide du tableur pour parler du choix du type d'approximation ;
- en faisant le lien avec l'algorithme de tri à bulle (https://interstices.info/jcms/c_6973/les-algorithmes-de-tri?hlText=algorithmes+de+tris) ;

  Note : L'algorithme des planètes n'est pas exactement celui du tri à bulles, qui n'a pas la contrainte de « la place libre ».
- en plaçant un petit commentaire sur la place des algorithmes de tris dans leur vie numérique.

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

DU DEVOIR MATHÉMATIQUE AU DEVOIR DE MÉMOIRE

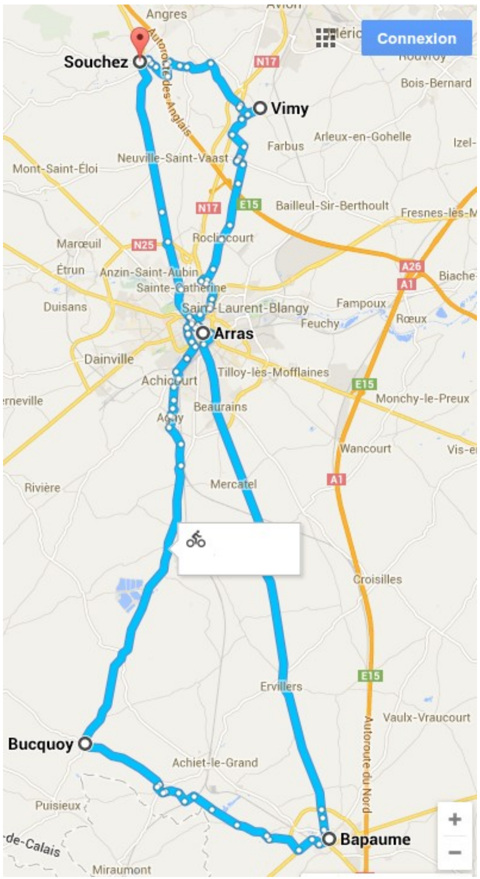
Claudy Ternoy, *professeure de mathématiques au collège Maxime Deyts de Bailleul (Nord) a proposé à ses élèves de sixième un devoir maison évoquant le centenaire de la première guerre mondiale.*

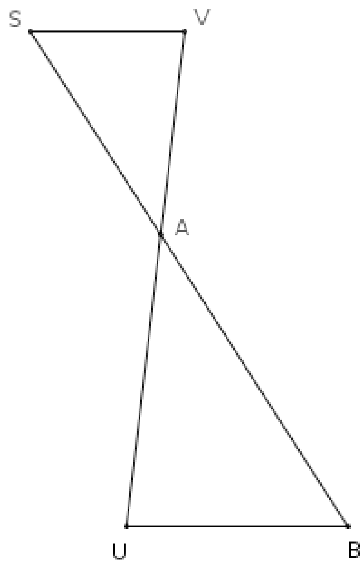
Exercice 1

Point info : Du littoral à la Flandre intérieure en passant par l'Arrageois, les Chemins de mémoire sont des circuits qui proposent d'honorer le courage des 600 000 soldats, toutes nationalités confondues, morts au combat dans la région lors de la guerre 14-18.

Alix, passionné d'histoire, décide de parcourir à vélo quelques chemins de mémoire de la guerre 14-18.

Il visite le cimetière militaire de Lorette à Souchez ; puis le mémorial de la bataille d'Arras ; puis le cimetière militaire australien à Bapaume ; puis le cimetière militaire britannique à Bucquoy ; puis le mémorial canadien à Vimy et il rentre à Souchez.





- La distance entre Souchez S et Vimy V est 10 km ;
- La distance entre Vimy V et Arras A est 13 km ;
- La distance entre Arras A et Souchez S est 15,5 km ;
- La distance entre Arras A et Bucquoy U est 18,5 km ;
- La route qui relie Souchez et Vimy et la route qui relie Bucquoy et Bapaume sont considérées parallèles.

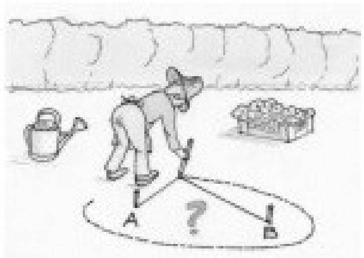
Quelle distance a parcourue Alix ?

En question bonus était proposée la réalisation de la figure à l'aide de GeoGebra. L'outil « Parallèle » était suggéré, les propositions étaient à envoyer à l'enseignante par courrier électronique.

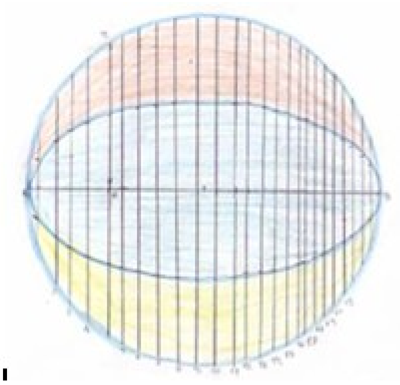
retour au sommaire

Exercice 2

Point info : À Notre-Dame-de-Lorette, entre Lens et Arras, le président de la République François Hollande a inauguré le mardi 11 novembre 2014 après-midi l'anneau de mémoire, sur lequel sont inscrits 579 606 noms de soldats, toutes nationalités confondues, morts au combat dans la région lors de la guerre 14-18. Le site de l'anneau occupe une surface de 24500 m². L'anneau a la forme d'une ellipse, de périmètre 328 m.



L'ellipse est une courbe possédant des propriétés géométriques étonnantes. Grâce à l'une d'elles, on peut la tracer en fixant une ficelle de longueur constante à deux points donnés : c'est la méthode du jardinier.



On peut aussi la tracer avec des perpendiculaires. Construis à ton tour une ellipse en suivant le programme ci-dessous :

1- Trace bien au centre de ta feuille un segment [AB] de longueur 16 cm.
2- Trace le cercle de diamètre [AB].
3- Place un point M appartenant au diamètre [AB]. Trace la droite perpendiculaire à [AB] passant par le point M. Cette droite coupe le cercle en deux points P et R. Place les milieux des segments [MP] et [MR].
4- Recommence l'étape 3- avec de nombreux points M appartenant au diamètre [AB].
5- Relie, sans utiliser la règle, tous les milieux situés au dessus du diamètre [AB] puis tous les milieux situés en dessous du diamètre [AB], tu obtiens ainsi une ellipse.
6- Estime le périmètre de ton ellipse. Quel « outil » as-tu utilisé ?

En question bonus était proposée la réalisation de la figure à l'aide de GeoGebra. L'outil « Perpendiculaire » était suggéré, les propositions étaient à envoyer à l'enseignante par courrier électronique.

Exercice 3

Document 1 : Un livre de 200 pages contient en moyenne 400 000 caractères.

Document 2 : Sur l'anneau de mémoire de Notre-Dame-de-Lorette, on compte environ 500 panneaux.

Sur chaque panneau, sont inscrits environ 1160 noms de soldats, constitués d'environ 18 caractères chacun.

retour au sommaire

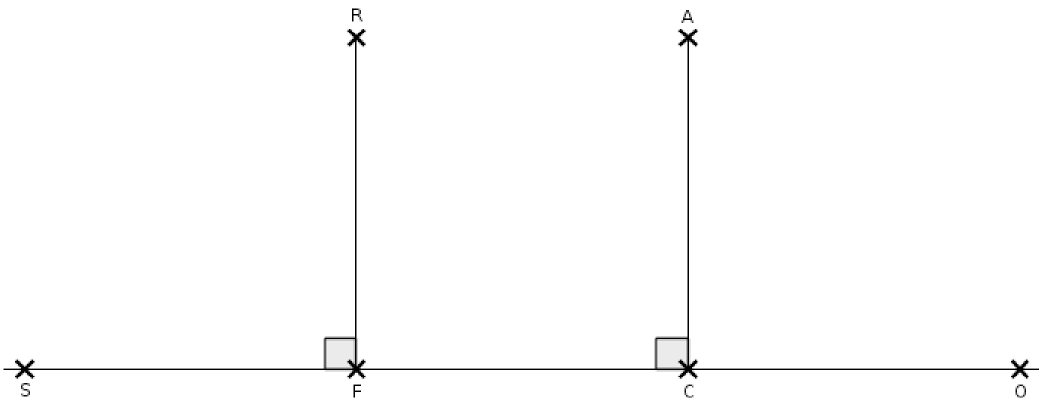
À combien de livres de 200 pages correspondent tous les caractères inscrits sur l'anneau de mémoire de Notre-Dame-de-Lorette ? Explique ta démarche.

Coup de pouce (à lire uniquement en cas de besoin)
→ En utilisant l'information 1, calcule le nombre approximatif de caractères sur 1 panneau de l'anneau de mémoire de Notre-Dame-de-Lorette.
→ Calcule alors le nombre approximatif de caractères sur les 500 panneaux de l'anneau de mémoire de Notre-Dame-de-Lorette.
→ En utilisant l'information 2 et en effectuant une division ou plusieurs multiplications, réponds à la question : À combien de livres de 200 pages correspondent tous les caractères inscrits sur l'anneau de mémoire de Notre-Dame-de-Lorette ?

Exercice 4

Point info : Le mémorial canadien de Vimy honore la mémoire des soldats canadiens morts pour la France pendant la guerre 1914-1918. Il est constitué de deux pylônes, perpendiculaires au sol, représentants le France et le Canada.

Que peux-tu dire des pylônes (RF) et (AC) ? Justifie ta réponse.

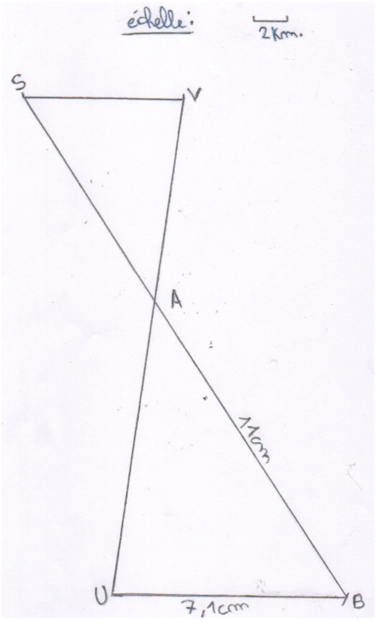


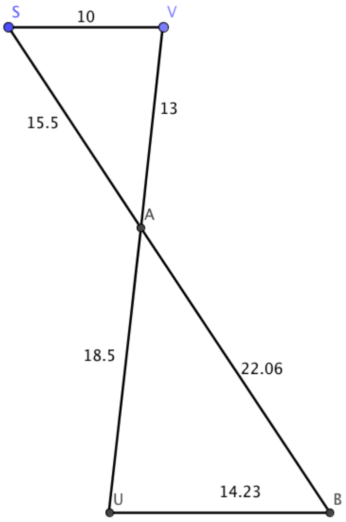
En exercice bonus, était proposée la réalisation des chiffres 1, 4 , 8 , 9 ou un signe « - » en origami en utilisant les ressources du site https://www.origami-club.com/fr/123/index.html .
Un affichage en classe était envisagé. Celui-ci pouvant être complété par une recherche illustrée sur la guerre 14-18 dans le Nord–Pas-de-Calais.

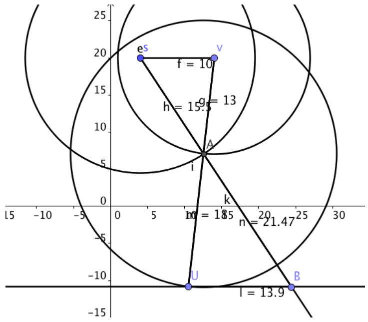
Quatre heures et demie par classe de sixième sont affectées pour l'enseignement des mathématiques, cela permet l'organisation de rendez-vous « devoir maison » sur conseil de Franck Verdier, IA-IPR en Mathématiques. Si le devoir a été donné le lundi, dès le mardi, l'élève apporte son brouillon comportant ce qu'il a commencé à faire pour l'exercice 1. Des mots sont réexpliqués (la classe comporte un certain nombre d'élèves « dys »), l'élève recherche des exercices précédents ressemblant à ce qui est proposé, des conseils de rédactions sont donnés.... Le mercredi nous répondons aux questions concernant l'exercice 2, le jeudi nous répondons aux questions concernant l'exercice 3 et le BONUS, le devoir est alors à rédiger au propre pour le lundi suivant en tenant compte des coups de pouce donnés en rendez vous devoir maison.

retour au sommaire

À propos du premier exercice







Cet élève a défini une échelle, dessiné le triangle AVS et le segment [AU], utilisé le parallélisme précisé dans l'énoncé et placé le point B. Des mesures sur la figure et l'utilisation de l'échelle lui ont permis de trouver les longueurs manquantes.	Ce même élève a proposé cette figure effectuée avec GeoGebra. Il a expliqué au tableau sa démarche à ses camarades.	Voici des étapes d'une construction réalisée par un autre élève.

Lors du rendez vous « Devoir maison », les étapes à suivre ont été écrites en vert à la fin du cahier d'exercices :

Étape1 : je construis la figure, 1 cm sur mon dessin représente 1 km en réalité, nous avons constaté qu'en utilisant la parallèle à (SV) passant par U il n'était pas utile de connaître les deux dernières longueurs UB et BA (remarque : un élève a choisi 1 cm pour 2 km pour que sa figure tienne sur une feuille A4).

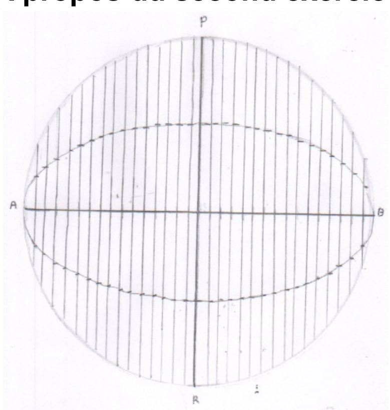
Étape 2 : je mesure avec ma règle graduée les distances UB et BA en cm sur mon dessin.

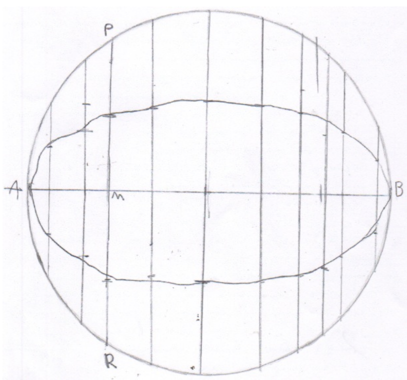
Étape 3 : j'en déduis les distances UB et BA en km en réalité.

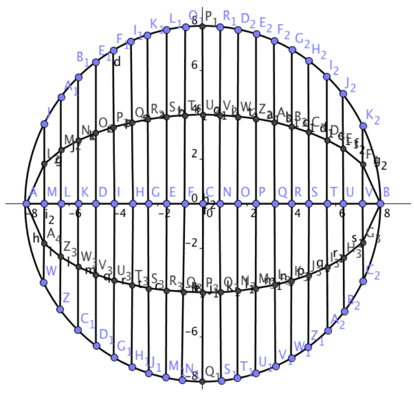
Étape 4 : je calcule la distance parcourue par Alix en km en réalité.

Ce type d'exercice avait déjà été rencontré : des mesures sur une figure avaient permis de déterminer la hauteur du beffroi de Bailleul.

À propos du second exercice







Concernant la figure de gauche, l'élève a réussi à graduer régulièrement le segment [AB], à tracer des perpendiculaires à une droite, à tracer les milieux demandés et à dessiner l'ellipse à main levée.
La figure centrale a été réalisée par un élève dyspraxique.
La figure de droite a été réalisée par un élève dyslexique bénéficiant d'un Assistant de vie scolaire individuel. Il a réexpliqué au tableau sa démarche à ses camarades.

Concernant le tracé de l'ellipse, la même démarche est utilisée un certain nombre de fois : perpendiculaire, puis point d'intersection puis milieu. L'élève a donc expliqué pour la première perpendiculaire, puis un autre élève disait les trois étapes pendant que le premier réalisait le tracé avec GeoGebra. Un autre élève disait les trois étapes suivantes et ainsi de suite. Le but était que le plus d'élèves prennent la parole, l'entraînement aux épreuves orales du Brevet commence dès la classe de sixième.

Lors du rendez vous « Devoir Maison », il a été demandé aux élèves s'ils avaient appris une formule pour calculer le périmètre d'une ellipse, leur formulaire a été consulté et il a fallu reconnaître que ce n'était pas le cas. Un élève a proposé de calculer le périmètre d'un cercle expliquant que l'ellipse est un cercle aplati, cette possibilité a été éliminée. Il leur a été rappelé que cet exercice aurait pu être proposé avant que ne soient données les formules du cours (ils savaient le faire depuis le cours moyen), l'idée de la corde est difficilement arrivée, le modèle a été montré au tableau, leur figure a ensuite été refaite à la maison. Le périmètre allait de 36 cm à 40 cm et certains avaient utilisé une formule trouvée sur internet…

À propos du troisième exercice

Plusieurs élèves ont divisé le nombre total de caractères par 200, c'est à dire le nombre de pages, et non par 400 000, c'est à dire le nombre de caractères d'un livre de 200 pages selon le document 1.

Pour la plupart de nos contemporains, les mathématiques sont administrées et ingurgitées comme un médicament.

Seymour Papert

retour au sommaire

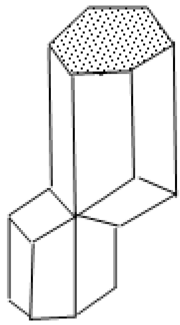
ÉTUDE MATHÉMATIQUE

CE QUE NOUS APPRENNENT LES ABEILLES

Cet article reprend en grande partie le compte rendu d'un atelier animé par Ginette MISON et René GAUTHIER lors des journées nationales de l'APMEP à Gérardmer en 1999.

1. LE PROBLÈME DES ALVÉOLES

Les alvéoles des abeilles sont construites en cire par les "abeilles maçonnes".
Elles permettent de stocker le pollen et le miel, de loger les œufs et les larves (le couvain).
Le gâteau de cire est constitué par des prismes juxtaposés, d'axe horizontal.
Le couvercle est garni de cire.



• La section droite de chacun des prismes est un hexagone régulier dont le côté mesure environ 3 mm. La profondeur de l'un des prismes est de 11,5 mm environ.

> **Première question** : *pourquoi des hexagones* ?
> L'hexagone régulier est le moyen de pavage le plus économique : pour une même surface, il offre le périmètre le plus petit.

• Les prismes ne se raccordent pas par une face hexagonale : chaque cellule est adossée à trois autres cellules au moyen d'une surface concave formée de trois losanges.
Ces losanges ont des angles de 109° et 71° environ.

> **Seconde question**: *pourquoi ces losanges* ?
> Pour un même volume, le raccordement par trois losanges minimise la surface de raccordement des prismes.

Dès l'Antiquité, on a remarqué la section hexagonale des alvéoles.

Aristote (*Histoire des animaux*) en -400 av. JC, Pline l'Ancien (*Histoire naturelle*) et Pappus (*Collections)* qui fut, semble-t-il, le premier à apporter une interprétation : cette forme des alvéoles est motivée par le souci de "paver" le plan et de faire des économies de cire pour une même surface recouverte.
Par contre, il faut attendre le XVIII^{e} siècle pour que la forme des losanges de raccordement soit étudiée de manière précise.
Maraldi (neveu de Cassini) détermina expérimentalement l'angle de 109°28' de ces losanges. König traita la question par le calcul et trouva 109°26′. Mais ce calcul était faux, comme le prouva Mac Laurin en 1743, confirmant le résultat de Maradi. D'autres études ont été faites par Buffon, Réaumur, Huber, Lhuillier, Lalanne, ... avec des interprétations différentes.

Pendant longtemps, les scientifiques ne furent pas tous d'accord à propos de l'interprétation des hexagones et des losanges. Pourtant, Fontenelle (1657-1757) écrivait : *« Les abeilles, par inspiration et de par la volonté divine, sont capables d'appliquer aveuglément les mathématiques les plus raffinées ».*

En 1964, un mathématicien hongrois, Fejes Toth, a démontré que si le fond de raccordement des prismes n'est pas formé de trois losanges mais de deux petits hexagones et de deux losanges, la quantité de cire utilisée pour ce raccordement et pour un même volume, est inférieure de 0,35% à ce qu'elle est avec les losanges.

2. LA SECTION des ALVÉOLES

Pavage du plan

Pour un polygone régulier convexe de n côtés, l'angle de deux côtés consécutifs est, en degrés,

$$\alpha = 180 - \frac{360}{n} \quad \text{avec } k \geq 3.$$

On peut accoler k polygones par un sommet à condition que

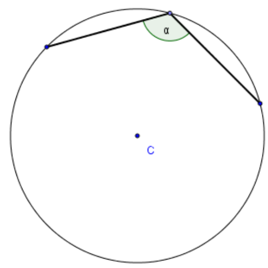
$$k \times \left(180 - \frac{360}{n}\right) = 360 \quad \text{avec } k \geq 3.$$

Soit $1 - \frac{2}{n} = \frac{2}{k}$; $\frac{2}{n} + \frac{2}{k} = 1$; soit $k = \frac{2n}{n-2}$

avec k >2 et n >2.

n = 3 donne k=6 (6 triangles équilatéraux)
n = 4 donne k=4 (4 carrés)
n = 5 k n'est pas entier
n = 6 donne k=3 (3 hexagones réguliers)
n = 7 k n'est pas entier et k < 3 .
C'est terminé !

Seuls des triangles équilatéraux, des carrés et des hexagones réguliers permettent ce pavage.



* nombre de côtés : n

* angle au centre : $\beta = \frac{360}{n}$

* angle de deux côtés consécutifs :

$$\alpha = 180 - \frac{360}{n}$$

Périmètre minimum pour la même aire

Examinons maintenant les périmètres de ces trois polygones réguliers en supposant que les aires soient égales : pour cela, l'aire S et le périmètre P s'exprimant en fonction du côté a, on peut sans peine exprimer P en fonction de S.

Triangle équilatéral (n=3)	Carré (n=4)	Hexagone régulier (n=6)
$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ et $P_3 = 3a$ On obtient P en fonction de S : $P_3=\frac{6}{\sqrt[4]{3}}\sqrt{S}$ soit $P_3 \approx 4{,}559\sqrt{S}$	$S = a^2$ et $P_4 = 4a$ On obtient alors $P_4=4\sqrt{S}$	$S=\frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$ et $P_6 = 6a$ On obtient alors $P_6=\sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}}\sqrt{S}$ soit $P_3 \approx 3{,}722\sqrt{S}$

Pour une même aire S, c'est l'hexagone régulier qui a le plus petit périmètre : en choisissant ce type de "pavage", l'abeille va donc faire "une économie de cire" autour des alvéoles...

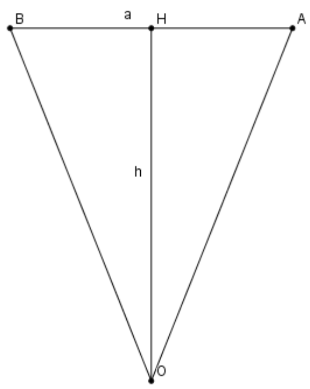
Généralisation

Pour une même aire, le périmètre du polygone régulier de n côtés diminue lorsque n augmente. Le cas de l'hexagone comparé au carré et au triangle équilatéral n'est qu'un cas particulier.

Le périmètre du polygone régulier est P = na (a est le côté)

Si AOB est un triangle "au centre", son aire est $\frac{ah}{2}$ avec OH = h

L'aire totale du polygone est donc $S=\frac{nah}{2}=\frac{Ph}{2}$ d'où $h=\frac{2S}{P}$.



retour au sommaire

Pour l'angle au centre on a $\beta=\frac{360}{n}$ et $\frac{\beta}{2}=\frac{180}{n}$ $\text{Aire}(AOB)=\frac{1}{2}OH.AB=\frac{ah}{2}$

Or $\frac{a}{2h}=\tan\left(\frac{180}{n}\right)$ d'où $h=\frac{a}{2\times\tan\frac{180}{n}}=\frac{P}{2n\times\tan\left(\frac{180}{n}\right)}$

d'où P^2 en fonction de S et de n : $P^2 = 4n \times \tan(180/n) \times S$

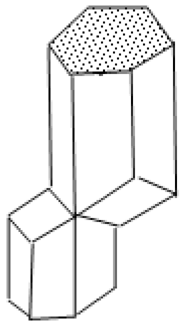
soit $P = 2\sqrt{n\times\tan\frac{180}{n}}\times\sqrt{S}$.

On retrouve les valeurs de P pour n=3 , n=4 et n=6 .

3. RACCORDEMENT DES ALVÉOLES

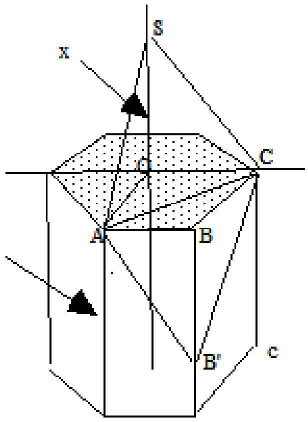
Les alvéoles, qui se présentent sous la forme de prismes d'axe horizontal, ne se raccordent pas par leur base hexagonale : chaque alvéole se raccorde avec trois autres par l'intermédiaire de trois losanges bien particuliers ayant un sommet en commun.
Si la forme hexagonale était connue et étudiée dès l'antiquité, les losanges n'ont fait l'objet d'étude que bien plus tard, au XVIII^e siècle.
L'hexagone de centre O, couvercle "naturel" du prisme, est remplacé par trois losanges de sommet commun S, situé sur l'axe.

Considérons seulement un **tiers du prisme**.
Plaçons le point B', sur une arête, tel que $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{OS}$.
SAB'C est un losange qui "remplace" le losange OABC : c'est l'un des losanges de raccordement.
Soit **K** le tiers de prisme de *couvercle* naturel le losange OABC.
Soit **L** le tiers de prisme "tronqué" de *couvercle* le losange SAB'C.
Comparons leurs volumes et les aires de l'enveloppe.



*** Comparaison des volumes de K et L :**
Il est évident que ces volumes sont égaux : les deux tétraèdres B'ABC et SOAC ont le *même volume* (symétrie centrale qui échange A et C, S et B') ; le volume " coupé" est compensé par le volume "rajouté".

*** Comparaison des aires** : couvercle + surfaces latérales.
Le côté de l'hexagone : posons AB = BC = 1; d'où AC = $\sqrt{3}$.
Si h désigne la hauteur initiale du prisme non tronqué,
et si on pose x= OS = BB' on a :
SA = SC = B'A = B'C = $\sqrt{1+x^2}$, et SB' = $\sqrt{1+4x^2}$



Aire totale de K (2 rectangles + un losange) soit $2h+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Aire totale de L (2 trapèzes + un losange) soit :

2h - x + Aire(SAB'C).

Aire (SAB'C) = $\frac{1}{2}\times SN'=\frac{1}{2}\sqrt{3+12x^2}$

D'où l'aire de L : S(x) = $2h-x+\frac{1}{2}\sqrt{3+12x^2}$ (Pour x=0 on retrouve $2h+\frac{\sqrt{3}}{2}$)

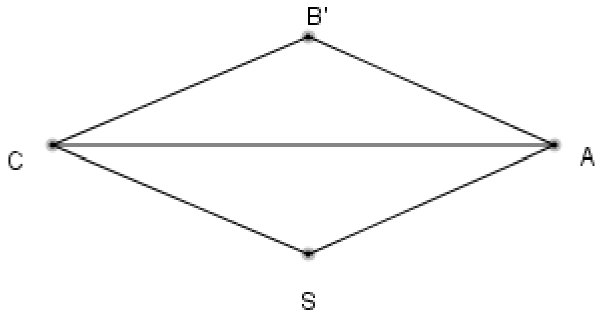
Si on étudie la fonction $x \to S(x)$ on montre sans peine qu'elle est décroissante de x = 0 à $x=\frac{\sqrt{2}}{4}$, pour devenir ensuite croissante. Le minimum de cette aire totale est $2h+\frac{\sqrt{3}}{2}$, ce qui est inférieur à l'aire de K : les abeilles ont donc bien raison de choisir L et non K !

Les losanges de raccordement

Avec cette valeur de x, on a $SA=SC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $AC=\sqrt{3}$

Dans le triangle SAC, on trouve $\cos(\widehat{ASC})=-\frac{1}{3}$, soit $\widehat{ASC}$ ≈ **109,471°** valeur déjà trouvée par Mac Laurin en 1743.

Curieusement, c'est le même angle que l'on trouve entre deux liaisons [CH] dans la molécule de méthane CH_4 en utilisant sa représentation par un tétraèdre régulier dont C occuperait le centre de gravité et c'est aussi l'angle de deux faces latérales d'une pyramide régulière à base carrée dont les faces sont équilatérales...



5. BIBLIOGRAPHIE (sûrement incomplète)

Curiosités géométriques, E. Fourrey, Vuibert, 1907.
Les abeilles, J. Gould et C. Gould, Univers des sciences, BELIN Pour la science
La vie des insectes, Grande encyclopédie de la Nature, Ed. Rencontres
Mathématiques et formes optimales, BELIN, 1986
Mémoire d'un biologiste, Max Frisch, BELIN, 1987
L'énigme des abeilles, R.Chauvin, Ed. du Rocher,1999
L'Abeille, Paillot et al., Ed. de Trevoux, 1949
La Hulotte, n°28-29 (Les abeilles et la ruche)
Les inventions de la nature, Y. Coineau et B. Kresling, Hachette
Travaux pratiques en terminale scientifique, IREM de Strasbourg, 1987
Activités géométriques au Lycée, IREM de Strasbourg, 1984
Polyèdres réguliers, GALION Thèmes, 1992
Faire des maths autrement, APMEP, Régionale de LYON
Article « **La danse des abeilles** », Pour la science n°202, 1994

ILS SE SONT INTERESSÉS AUX ABEILLES...

Les hexagones réguliers des alvéoles :

Aristote, *Histoire des animaux* (IV[e] siècle av. J-C)
Pline l'Ancien, *Histoire naturelle* (I[er] siècle)
Pappus, *Collections*, (IV[e] siècle)

Les losanges de fermeture :

Maraldi, astronome à l'observatoire de Paris (1712)
Réaumur, *Histoire des insectes*
König, qui fait une erreur de calcul (1739)
Mac Laurin, qui corrige l'erreur de König (1743)
Buffon , *Discours sur la nature des animaux*
Huber, Lalanne, etc.

Dans le Petit Vert

Activité en classe de Valérian Sauton, « Les abeilles », Petit Vert n°126 de juin 2016, page 28 : http://www.apmeplorraine.fr/pv/PV126.pdf

Dans les bulletins de l'APMEP

Bulletin n°428 (1999), pages 403 à 408.
et https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AAA03003.pdf : en terminale S, annexe 1.

6. DANS NOS CLASSES (1)

Exemples d'activités possibles

Études de courbes.

Pavage du plan au moyen de polygones réguliers.

Étude de la fonction $x \to \dfrac{2x}{x-2}$ avec $x > 0$.

Calcul du périmètre d'un polygone régulier en fonction de n et de S.

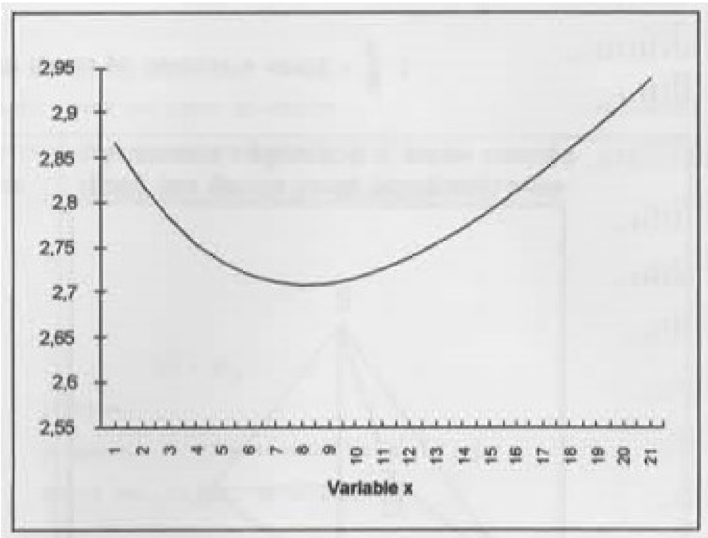
Étude plus ou moins précise de la fonction S : $x \to 2 - x + \frac{1}{2}\sqrt{3+12x^2}$ (ci-dessous).

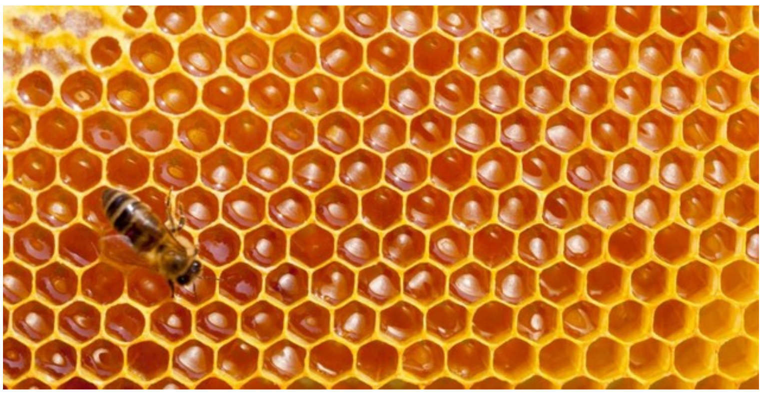
Calcul des angles des losanges de raccordement.

Dessin d'un "patron" d'alvéoles avec les losanges de raccordement.

Fonction S : $x \to 2 - x + \frac{1}{2}\sqrt{3+12x^2}$ **.** Le minimum est atteint pour x = soit environ 0, 353

x	S(x)
0	2,8660254
0,05	2,82034476
0,1	2,78317609
0,15	2,75415707
0,2	2,73273791
0,25	2,71824584
0,3	2,70995049
0,35	2,70711873
0,4	2,70905365
0,45	2,71511802
0,5	2,72474487
0,55	2,73743932
0,6	2,75277493
0,65	2,77038727
0,7	2,78996644
0,75	2,8112495
0,8	2,83401346
0,85	2,85806909
0,9	2,88325545
0,95	2,9094354
1	2,93649167



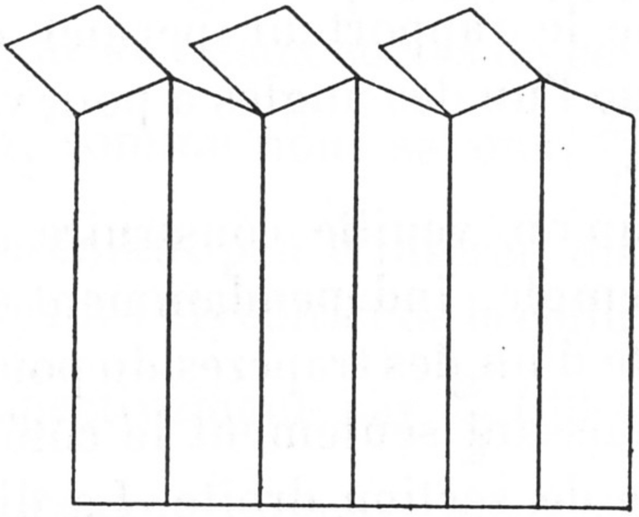


retour au sommaire

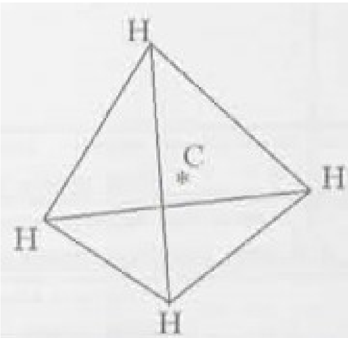
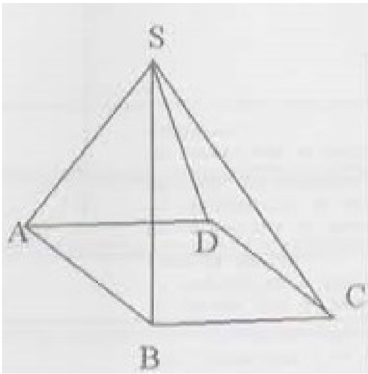
DANS NOS CLASSES (2)

Pour fabriquer un « patron » d'alvéole

Problèmes de dimensions et d'angles, en particulier pour les losanges de raccordement !



Où l'on retrouve l'angle des losanges dont le cosinus vaut $-\frac{1}{3}$ ...

Dans le tétraèdre régulier qui représente une molécule de méthane	**Pyramide régulière à base carrée dont les faces sont équilatérales**
 L'atome de carbone C est au centre de gravité du tétraèdre. Les angles $\widehat{HCH}$ ont tous pour cosinus $-\frac{1}{3}$	 La base est carrée et les faces latérales sont équilatérales. L'angle de deux faces, par exemple (SAB) et (SCB), ont un cosinus égal à $-\frac{1}{3}$

7. QUELQUES SITES À CONSULTER...

https://fr.wikipedia.org/wiki/Alv%C3%A9ole_d%27abeill : « Tout sur les alvéoles ! »

http://mathenjeans.free.fr/adh/articles/2011/Dunkerque-Capelle2011/abeilles-dunkerque-cappelle_2011.pdf : des idées pour la classe ?

http://turing.scedu.umontreal.ca/documents/Abeilles-collectif.pdf : À la page 5 de ce document, les collègues canadiens évoquent le dodécaèdre rhombique.
https://www.geogebra.org/m/DC6YSECx : une appliquette GeoGebra.

https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AAA03003.pdf : en terminale S

http://www.apmep.fr/IMG/pdf/S_e9rie_3-3_Avec_des_poly_e8dres.pdf (activité n°7)

retour au sommaire

8. ANNEXE

Extraits de « CURIOSITÉS GÉOMÉTRIQUES », d'Émile FOURREY, Vuibert, 1907.

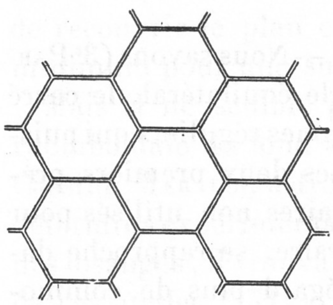


Fig. *a.* — Disposition des ouvertures.

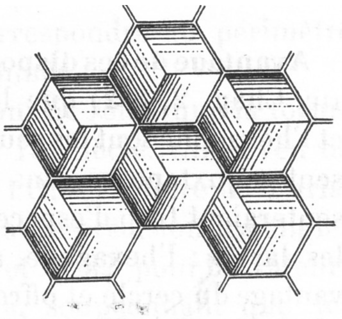


Fig. *b.* — Disposition des fonds.

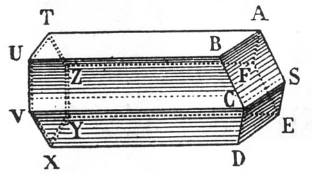
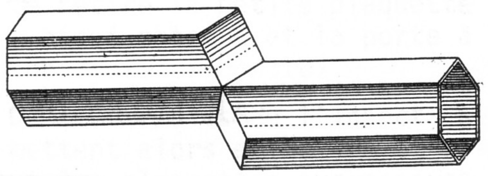


Fig. *c.* — Alvéole isolé.



ig. *d.* — Adossement des fonds.

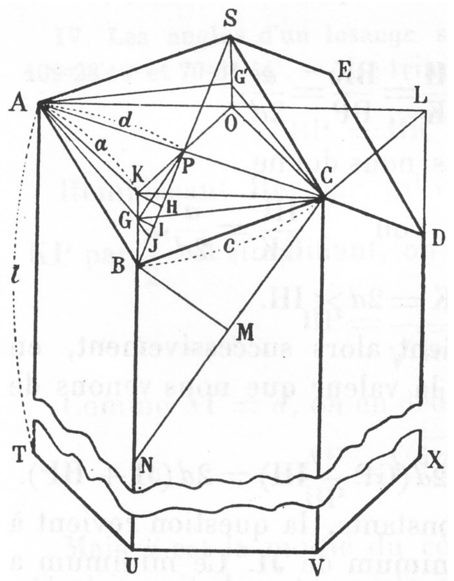


Fig. *h.*

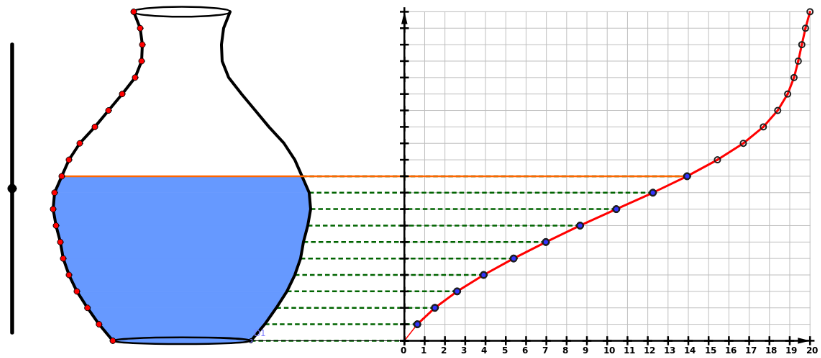
retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

FONCTIONS ANIMÉES

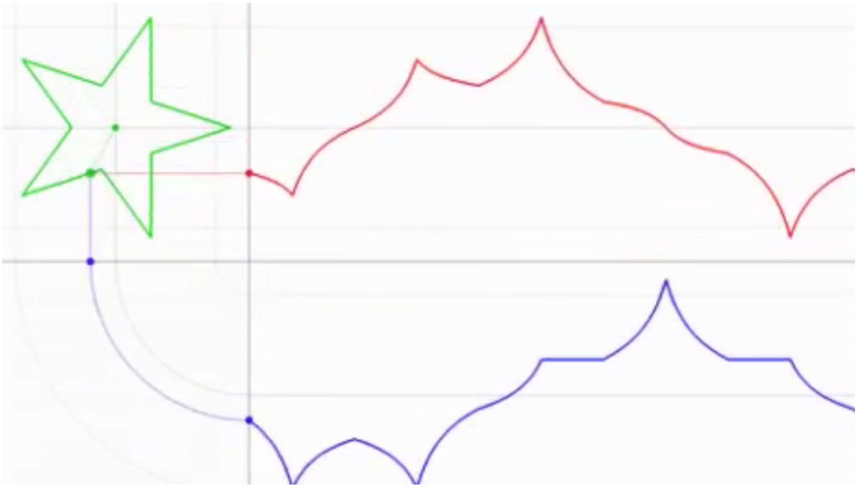
L'introduction de la temporalité dans les problèmes mathématiques peut soulever des problèmes philosophiques complexes. Pourtant, notre langage professoral emprunte souvent à celui de l'histoire contée pour expliquer une notion ou une méthode. Ainsi, proposer des figures animées en classe suppose parfois de se poser des questions de justesse mathématique ou de pertinence du contenu. Vous trouverez ici quelques liens présentant des graphes animés de fonctions. Un certain nombre des sites présentés proposent d'autres figures qui feront peut-être l'objet d'une prochaine rubrique. En fin d'article, vous trouverez quelques pistes pour un travail plus statique.

Je pense avoir déjà parlé de la partie mathématique du merveilleux site de ce collègue, Daniel MENTRARD, qui réalise des prodiges avec GeoGebra. Beaucoup des ressources mises à disposition souffrent cependant de la mauvaise prise en charge de Java par les navigateurs. À ce propos, j'ai dû mettre de côté les productions de Jean-Paul Quelen. Daniel MENTRARD est en train de les convertir dans les rubriques Nouveautés I et Nouveautés II (y compris quelques productions pour le primaire). On y trouvera un petit jeu de tir à l'arc pour une activité de balistique judicieuse dans le cadre des fonctions du second degré, quelques rebonds d'une balle (qu'on peut aussi utiliser avec les suites géométriques) ou une étude de variations avec un vélo. Mon préféré reste la courbe de remplissage d'un volume de révolution dont on peut choisir la forme de la section.



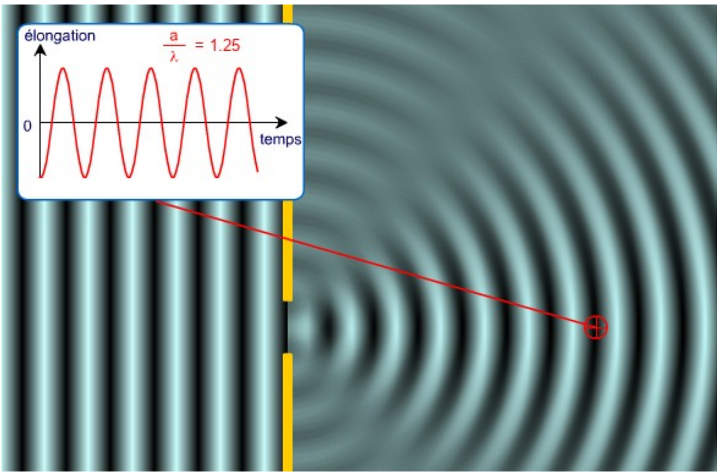
Le site anglais IFLScience propose de nombreuses vidéos à grand spectacle sur les sciences ainsi qu'une page intitulée « 21 GIFs That Explain Mathematical Concepts ». Un tri s'impose, mais on pourra y trouver un lien vers un tracé animé des fonctions sinus et cosinus. Parmi les quelques liens, le site GIPHY revient régulièrement et sa partie mathématique, très touffue, donne accès à quelques jolies images. Pour les fonctions, on pourra utiliser la représentation graphique de l'abscisse et de l'ordonnée d'un point qui parcourt une étoile à cinq branches .

retour au sommaire



Wikipédia Commons s'est doté d'une section « Mathematical Animations » très riche. On pourra y observer une belle présentation du théorème fondamental de l'analyse ou une recherche itérative de point fixe (pour le niveau terminale).

Les sites de nos collègues de Sciences Physiques regorgent également d'animations parfaitement utilisables en mathématiques. Par exemple, Isabelle TARRIDE a conçu de nombreuses ressources interactives, notamment une chronophotographie pour l'étude du mouvement qui permettra de parler de vecteurs, de vitesse et de fonction du second degré. Geneviève TULLOUE met également à disposition de nombreuses « Figures Animées pour la Physique » réalisées avec Flash ou CabriJava, pour le secondaire et pour le supérieur. Celle sur la diffraction dans la cuve à ondes ne manque pas de charme.



On peut aussi trouver en ligne quelques grapheurs, dont celui-ci ,qui permet de choisir des échelles difficiles à obtenir. J'ai bien aimé cette page sur l'introduction de la dérivée et la pente de la tangente vue d'un surfeur. Une galerie des fonctions polynômes et rationnelles permet de les visualiser en choisissant les paramètres de chaque fonction.

Pour terminer, voici deux sites pour construire des activités autour de la distance de freinage d'un véhicule. Le premier, disponible dans la partie « Physique - Chimie » de l'académie de Nantes, est assez ludique ; il permet de choisir un véhicule et une vitesse puis de relever les résultats des durées et des distances. Le second est une documentation assez riche qui vient compléter le premier site mais sans animation.

gilles.waehren@wanadoo.fr

retour au sommaire

MATHS ET PHILO

SOCIÉTÉ, COMMUNAUTÉ, ASSOCIATION…

Didier Lambois

L'homme est-il, par nature, un « *animal politique* » comme le disait Aristote, ou est-ce uniquement la nécessité qui a contraint les hommes à s'associer et à vivre ensemble, comme le pensait Rousseau ? Il est vrai que bien souvent la vie sociale nous semble pesante, contraignante, et si nous avons ce sentiment c'est peut-être parce que nous ne sommes pas des insectes sociaux qui vivent instinctivement pour le groupe auquel ils appartiennent ; en tant qu'humains nous avons une singularité, une identité, nous sommes des sujets conscients, uniques, et nous sommes enclins à penser à nous bien plus qu'au groupe. Mais nous savons aussi que la solitude est très vite insupportable et que sans les autres nous ne serions rien.
Sociable par nature ou contraint à vivre en société ? Nous ne chercherons pas ici à résoudre ce problème mais nous pouvons illustrer cette contradiction inhérente à notre nature par l'expression qu'utilise Kant : « ***l'insociable sociabilité*** ». Kant voyait dans cette contradiction une source de richesse, la condition même du progrès et de la vitalité des sociétés :
« Le moyen dont se sert la nature pour mener à son terme le développement de toutes ses dispositions est leur antagonisme dans la société, dans la mesure où cet antagonisme finira pourtant par être la cause d'un ordre réglé par les lois. J'entends ici par antagonisme l'insociable sociabilité des hommes, c'est-à-dire leur penchant à entrer en société, lié toutefois à une opposition générale qui menace sans cesse de dissoudre cette société. Une telle disposition est très manifeste dans la nature humaine. L'homme a une inclination à s'associer, parce que dans un tel état il se sent plus qu'homme, c'est-à-dire qu'il sent le développement de ses dispositions naturelles. Mais il a aussi un grand penchant à se séparer (s'isoler) : en effet, il trouve en même temps en lui l'insociabilité qui fait qu'il ne veut tout régler qu'à sa guise et il s'attend à provoquer surtout une opposition des autres, sachant bien qu'il incline lui-même à s'opposer à eux. Or, c'est cette opposition qui éveille toutes les forces de l'homme, qui le porte à vaincre son penchant à la paresse, et fait que, poussé par l'appétit des honneurs, de la domination et de la possession, il se taille une place parmi ses compagnons qu'il ne peut souffrir mais dont il ne peut se passer[2] ».
Schopenhauer illustre cette contradiction par une petite parabole savoureuse et pertinente :
« Par une froide journée d'hiver un troupeau de porcs-épics s'était mis en groupe serré pour se garantir mutuellement contre la gelée par leur propre chaleur. Mais tout aussitôt ils ressentirent les atteintes de leurs piquants, ce qui les fit s'écarter les uns des autres. Quand le besoin de se réchauffer les eut rapprochés de nouveau, le même inconvénient se renouvela, de sorte qu'ils étaient ballottés de çà et de là entre les deux maux jusqu'à ce qu'ils eussent fini par trouver une distance moyenne qui leur rendît la situation supportable. Ainsi, le besoin de société, né du vide et de la monotonie de leur vie intérieure, pousse les hommes les uns vers les autres ; mais leurs nombreuses manières d'être antipathiques et leurs insupportables défauts les dispersent de nouveau. La distance moyenne qu'ils finissent par découvrir et à laquelle la vie en commun devient possible, c'est la politesse et les belles manières[3]. »
Faire société ce n'est pas simplement être poli et trouver la bonne distance (même si cela est très important !), vivre en société c'est d'abord s'associer. Le mot « société » vient d'ailleurs du latin *socius*, associé. Faire société c'est être solidaire. Mais les sociologues distinguent deux formes de solidarité qu'il faut prendre en compte.
Nous pouvons nous sentir liés aux autres parce que nous partageons les mêmes valeurs, les mêmes modes de vie, les mêmes croyances etc. Nous vivons ensemble pour ce que nous avons de commun : nous sommes en **communauté**. Cette identité résulte de ce que Durkheim et les sociologues nomment la « **solidarité mécanique »**. Mais nos modes de vie actuels et la division du travail impliquent une forme de complémentarité qui est indéniable.

[2] Kant, *Idée d'une histoire universelle au point de vue cosmopolitique* (1784).

[3] Schopenhauer, *Parerga et Paralipomena*, §396.

retour au sommaire

Nous n'avons pas les mêmes qualités et les mêmes activités ; nous avons besoin les uns des autres tout comme un organisme a besoin des différents organes pour fonctionner. Cette « **solidarité organique** » est à l'origine d'un être à part entière : la **société**.
Nous pouvons illustrer l'apparition de cet être nouveau en évoquant la naissance de Nicolas Bourbaki. Tous les mathématiciens connaissent ce nom. Ils savent peut-être que Nicolas est né en juillet 1935, à Besse-en-Chandesse… mais ils savent aussi que Nicolas n'est pas un homme. Nicolas Bourbaki est pourtant un être, certes un être abstrait, mais c'est un être, un être qui agit, qui produit etc. En ce sens la société est aussi un être.
C'est d'abord la volonté de collaborer qui, sous l'impulsion d'André Weil, rassemble et unit ces grands mathématiciens que sont Jean Dieudonné, Henri Cartan, Jean Delsarte… pour n'en citer que quelques uns. Mais cette volonté de collaborer (solidarité organique) s'accompagne d'un réel désir d'échanger, de communier (solidarité mécanique). Le premier numéro du Journal de Bourbaki (novembre 1935) l'indique explicitement :
« Établir par tous les moyens utiles une liaison intime, une véritable communion, essentielle et substantielle, entre les différents membres du corps de Bourbaki »[4]
Chacun des membres du groupe y est comparé à un organe du corps de Bourbaki (solidarité organique) mais Bourbaki a multiplié les rencontres et les séminaires parce qu'il a compris la nécessité de donner une dimension quasi affective au groupe (solidarité mécanique). Une association qui ne ferait pas œuvre commune serait une association sans but, une association perdue. Une association qui ne saurait pas vivre et rire ensemble serait une association sans âme, une association morte.
Ceux qui rêvent d'une vie associative réussie doivent avoir présentes à l'esprit ces deux exigences. C'est ce que savent faire ceux qui font vivre l'Association des Professeurs de Mathématiques de Lorraine : remercions-les ! Vous en doutez ? Alors venez les rejoindre lors d'une des nombreuses rencontres qu'ils organisent régulièrement : journées régionales, séminaires, goûters etc...

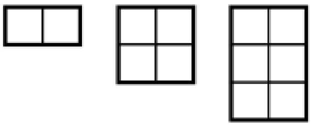
[4] Il faut lire ce premier numéro pour bien comprendre cette volonté de créer un être :
http://sites.mathdoc.fr/archives-bourbaki/PDF/deljb_001.pdf
Vous trouverez de plus amples informations sur https://fr.wikipedia.org/wiki/Nicolas_Bourbaki ou encore sur le journal du CNRS https://lejournal.cnrs.fr/articles/bourbaki-et-la-fondation-des-maths-modernes

retour au sommaire

MATHS & ARTS

DEVANT UNE BOULANGERIE MOSELLANE (*Partie 2)*

Cette partie est la suite de l'étude commencée par François Drouin dans le Petit Vert n°134.

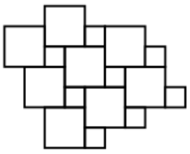


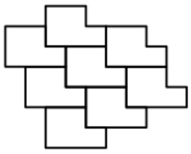
Trois types de dalles sont utilisées, correspondant à des rectangles 1×2, 2×2 et 3×2.

Le sol est recouvert sans ligne de fracture et sans régularité apparente.

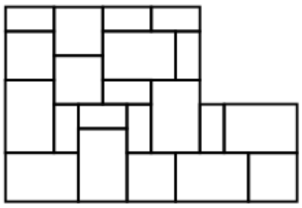
Comment recouvrir le plan avec ces trois types de pièces, sans que n'apparaissent de ligne de fracture, sans placer les pièces au hasard, et sans que l'algorithme utilisé ne se remarque immédiatement ?

Le plan peut être pavé par un assemblage de deux carrés, comme cela est visible sur le mur d'une maison à Nancy.

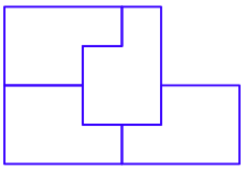


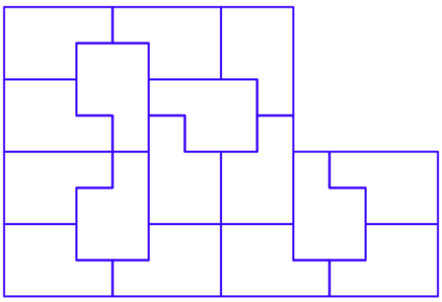


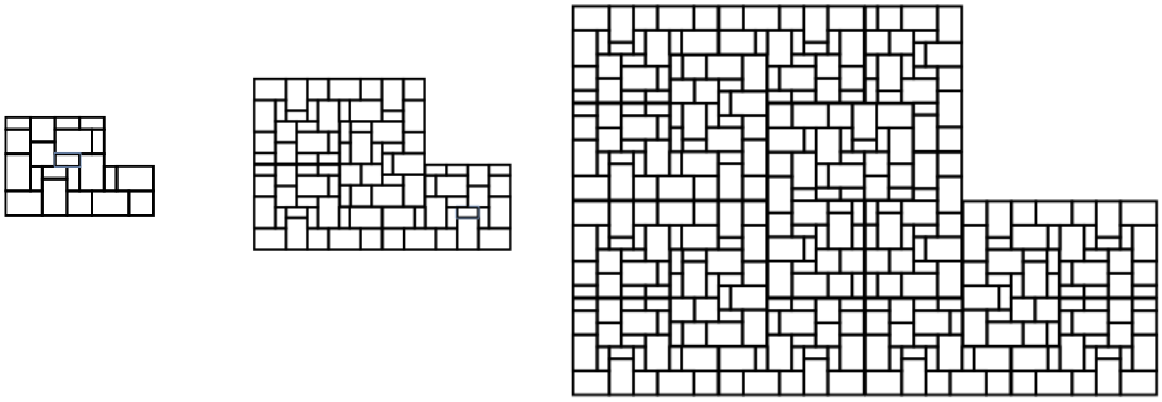
Aucune ligne de fracture n'apparait.



Le « P » des Pentaminos peut être construit à l'aide d'un carré 8×8 et d'un carré 4×4. Ce « P » est une « Rep figure », elle peut recouvrir ses agrandissements à une échelle quelconque. Une première piste est d'utiliser un extrait de pavage de cette pièce à différentes échelles.



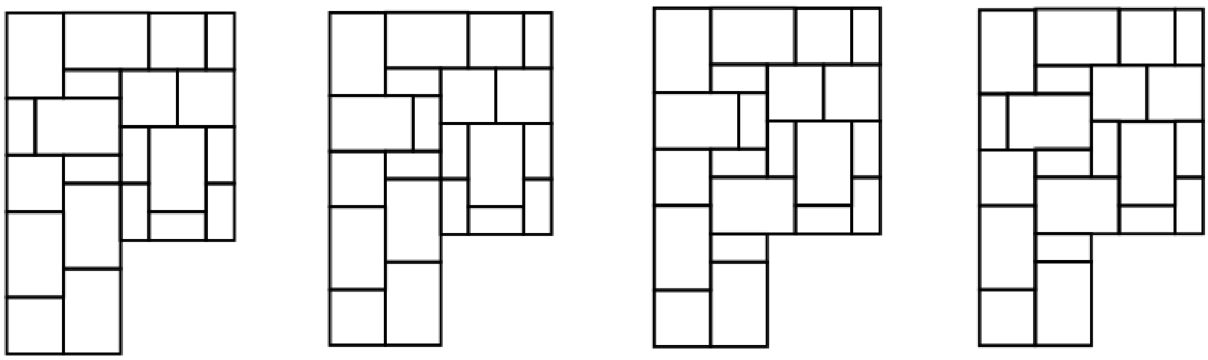


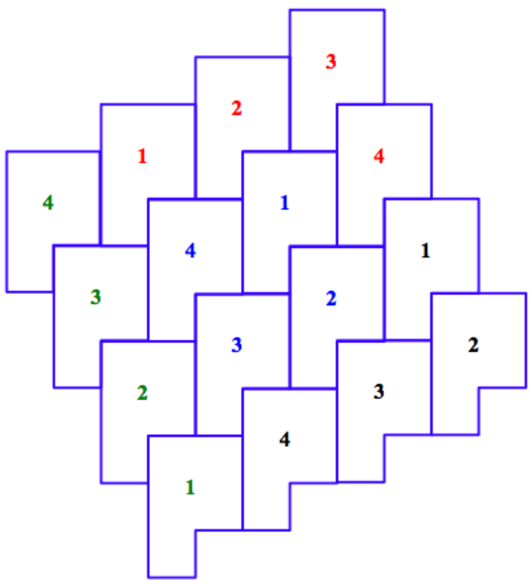


L'utilisation d'une partie du motif ne laisse pas apparaitre de régularité. Il faudra cependant veiller à choisir une zone ne laissant pas visible de ligne de fracture.

Une autre possibilité

Voici quatre recouvrements non séparables d'une même zone en forme de « P ». Après avoir posé le recouvrement **1**, je l'entoure en spirale des recouvrements **2**, **3**, **4**, **1**, **2**, **3, 4** etc.



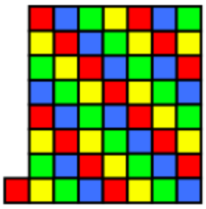


La spirale est formée des pièces **1, 2, 3, 4**, **1, 2, 3, 4**, **1, 2, 3, 4**, **1, 2, 3, 4,** etc.

	1	2	3	4	1	2	3
	4	1	2	3	4	1	4
	3	4	1	2	3	2	1
	2	3	4	1	4	3	2
	1	2	3	2	1	4	3
	4	1	4	3	2	1	4
	3	3	1	4	3	2	1
1	4	3	2	1	4	3	2

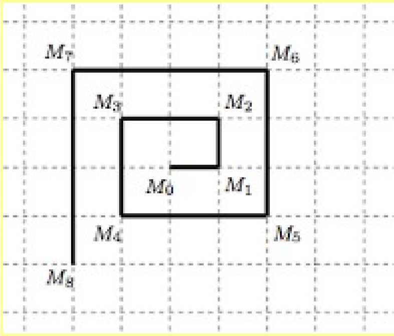
Apparaissent une diagonale formée de 1 et une autre formée d'une alternance de 1 et de 3. Est-ce toujours vrai ?

retour au sommaire



Le coloriage des cases fait apparaitre des alignements de cases rouges (cases 1) et vertes (cases 3).
Des alignements commencent également à apparaitre pour les cases jaunes (cases 4) et bleues (cases 2).

L'étude des nombres rencontrés par les deux diagonales est voisine de la demande d'un exercice préparatoire au Rallye Mathématique de Franche Comté organisé en 2009 dans l'académie de Besançon : « Carrés décalés ».



Sur un quadrillage à mailles carrées, on construit une spirale comme l'indique la figure ci-contre. Chacun des points obtenus est repéré par ses coordonnées : $M_0\,(0;0)$, $M_1\,(1;0)$, $M_2\,(1;1)$...

Quelles sont les coordonnées de M_{2009} ?

Voici la solution proposée.

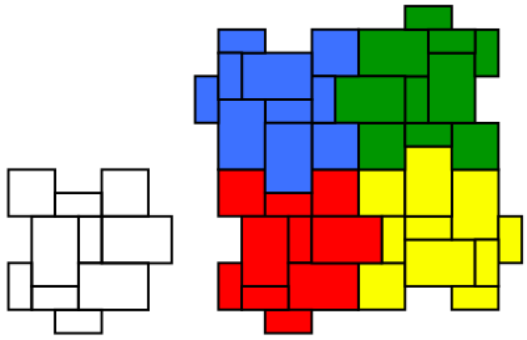
En observant la spirale, l'élève remarque que 1, 5, 9 et 13 ont pour reste 1 dans la division euclidienne par 4, et que M_5, M_9 et M_{13} sont sur la demi-droite $[M_1, M_5]$. Or 2009 = 502x4 + 1, donc le reste de la division de 2009 par 4 est 1, et le point M_{2009} est sur la demi-droite $[M_1M_5)$.

M_1	M_5	M_9	M_{13}
1 = 0x4 +1	5 = 1x4 + 1	9 = 2x4 + 1	13 = 3x4 +1
$x_1 = 1$	$x_5 = 2$	$x_9 = 3$	$x_{13} = 4$
$y_1 = 0$	$y_2 = -1$	$y_9 = -2$	$y_{13} = -3$

Pour déterminer les coordonnées de M_{2009} dans le repère orthonormé tel que $M_0(0,0)$, $M_1(1,0)$ et $M_2(1,1)$, l'élève peut remarquer que les coordonnées des points (x_n, y_n) des points M_n pour n appartenant à {1 ; 5 ; 9 ; 13} s'expriment en fonction du quotient q de n par 4 par $x_n = q+1$ et $y_n = -q$. Sachant que 2009 = 502x4+1, il pourra alors écrire que $x_{2009} = 503$ et $y_{2009} = -502$.

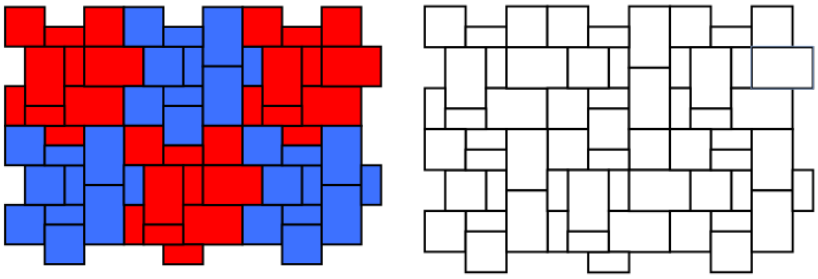
Il peut aussi dénombrer le nombre de points à partir de M_1 jusqu'à M_{2009} , ce qui revient à compter le nombre de diagonales du carré unité du quadrillage, comme dans « fol écureuil ».
En effet, l'élève remarque que 5 = 1x4 + 1, 9 = 2x4 +1, 13 = 3x4 + 1 et que M_5, M_9 et M_{13} sont respectivement à 1, 2 et 3 diagonales du point M_1.
Or 2009 = 502x4 + 1, donc le reste de la division de 2009 par 4 est 1, et le point M_{2009} est à 502 diagonales de M_1, donc $x_{2009} = 502 + x1 = 503$ et $y_{2009} = -502 + y1 = -502$.

retour au sommaire



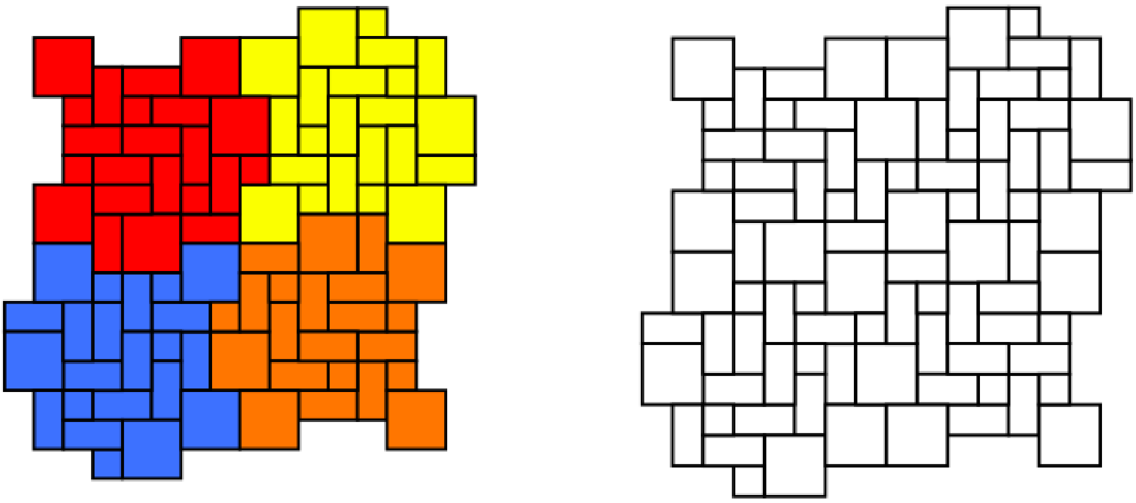
En faisant tourner ce motif de pavage, un nouveau motif apparait. Il permet également de paver le plan et pourra être lui aussi tourné pour obtenir un nouveau motif paveur. Le processus peut se poursuivre.

Les quatre carrés centraux sont reconnaissables, le motif sera peut-être repéré.



Une alternance de deux dispositions rend le motif de base plus difficile à retrouver.

Avec les pièces du carrelage COMBI



Des rotations de cette autre disposition des pièces formant un carreau de COMBI ne montrent pas de ligne de fracture et rendent peu reconnaissable le motif de base.
Le nouveau motif permet également de paver le plan et pourra être lui aussi tourné pour obtenir un nouveau motif paveur. Le processus peut se poursuivre.

Avec des élèves

Faisons confiance à leur créativité en classe ou en dehors de la classe : ils sauront sans nul doute imaginer d'autres procédures.

retour au sommaire

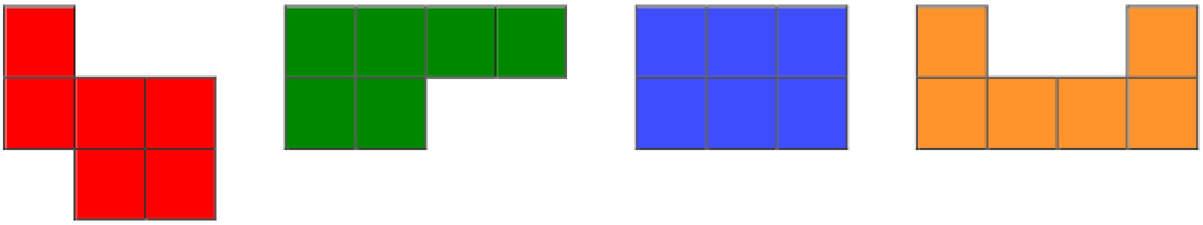
MATHS & JEUX

ENSEMBLE AUTOPAVANT
(Self-Tiling Tile Set)

François Drouin

Le Petit Vert précédent évoquait les carrés géomagiques. Jean-Paul Delahaye nous signale une autre idée de Lee Sallows : des formes géométriques toutes différentes qui assemblées permettent le recouvrement de dessins en plus grand de chacune d'entre elles. Pour les lecteurs du Petit Vert, leur nom anglais a été traduit par « ensemble autopavant ».

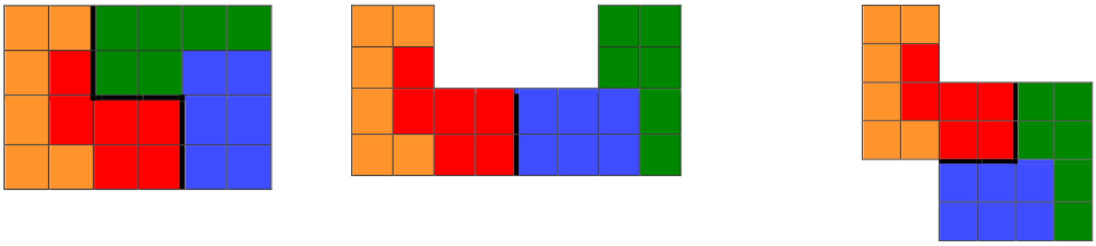
Les pièces



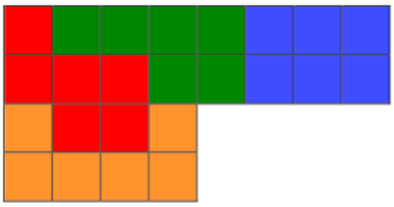
Les pièces sont retournables.

À l'échelle 2

Les solutions présentées ci-dessous sont-elles uniques ?



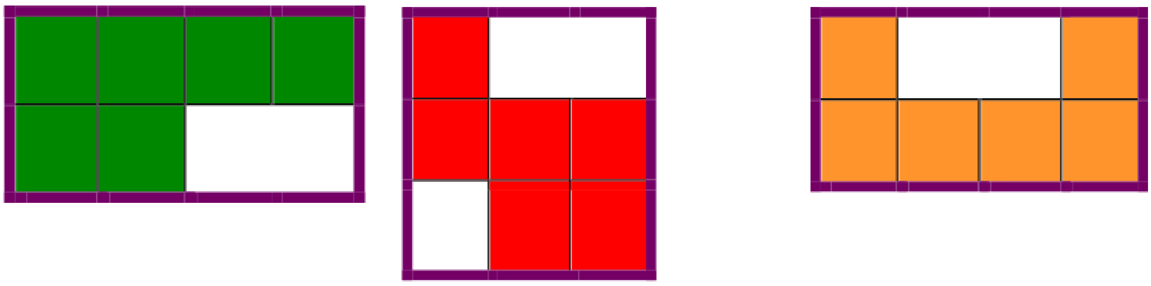
Le découpage de ces trois assemblages rend apparents des « Petits L » formés de deux pièces.
Il est alors facile de se persuader qu'au moins quatre solutions existent pour les deux premiers assemblages et huit pour le troisième.



Concernant ce dernier cas, la partie droite ne peut être formée que par le rectangle bleu. La manipulation des trois pièces restantes fait émettre l'hypothèse que cette solution est unique.

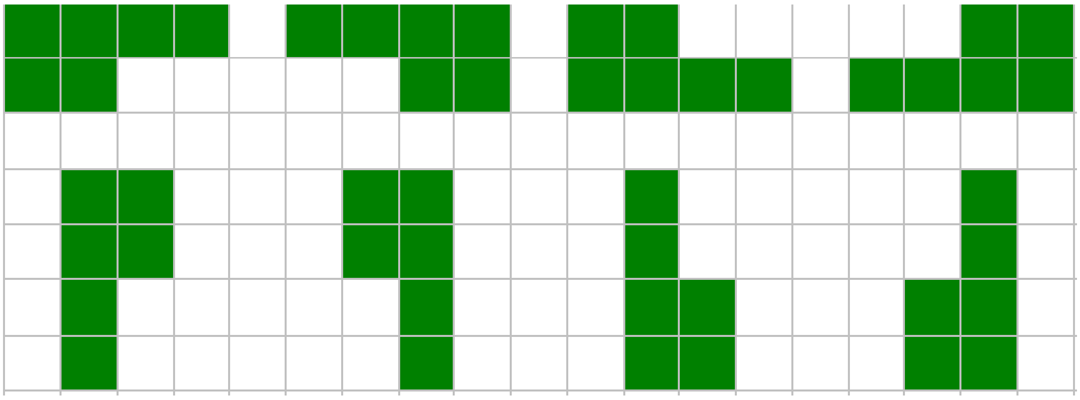
Avec des élèves

Les quatre pièces ont même aire. Ont-elles même périmètre ?



Utiliser le rectangle dans lequel peut être rangé la pièce est dans les deux premiers cas une rencontre avec des polygones d'aire différente mais de même périmètre. La pièce orange permet de prendre un peu de recul à propos d'une méthode qui pourrait être utilisée trop systématiquement.

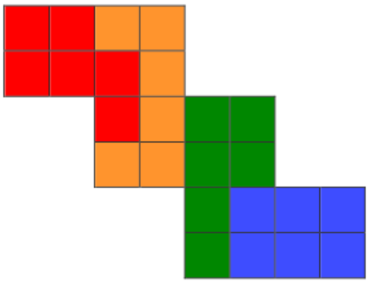
retour au sommaire

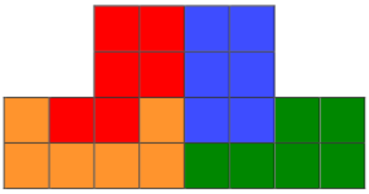


Il y a huit positions de la pièce verte placée dans un quadrillage de même trame que celui apparent sur ses faces.

Pourquoi suis-je sûr de ne pas en avoir oublié ?

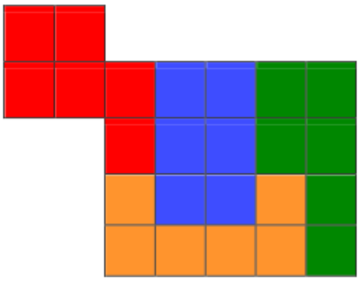
Qu'en est-il pour les trois autres pièces ?

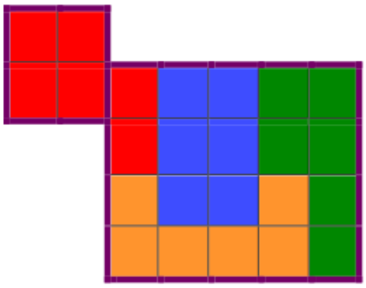




Voici deux assemblages dont le pourtour est un polygone admettant un élément de symétrie.

En trouverez vous d'autres ?

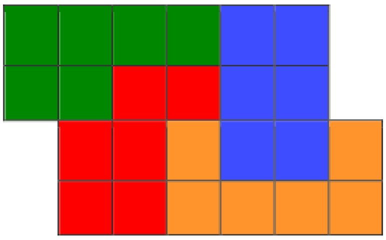


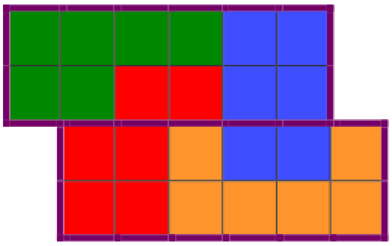


Voici un assemblage dont le pourtour peut visualiser deux rectangles accolés.

En trouverez-vous d'autres ?

Un assemblage bien sympathique





Le polygone formant le pourtour admet un centre de symétrie.

Contrairement à l'exemple proposé précédemment, il n'est pas constitué de deux paires de pièces assemblées pour former des « Petits L ».

Le polygone formant le pourtour peut aussi visualiser deux rectangles accolés.

Compléments sitographiques

https://en.wikipedia.org/wiki/Self-tiling_tile_set

http://leesallows.com/index.php?page_menu=Self-Tiling%20Tile%20Sets

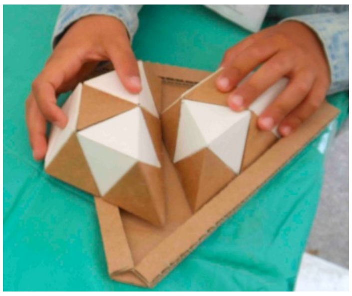
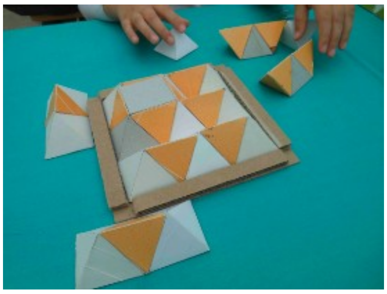
HTTP://LEESALLOWS.COM/FILES/MORE-ON-STTS.PDF

MATHS ET JEUX

DES ADHÉRENTS QUI CARTONNENT…

Groupe Maths & Jeux - APMEP Lorraine

Fin mai 2018, lors du salon « culture & jeux mathématiques » organisé place Saint Sulpice à Paris, une adhérente dijonnaise a fait manipuler sur le stand de l'APMEP ces assemblages réalisés en carton.

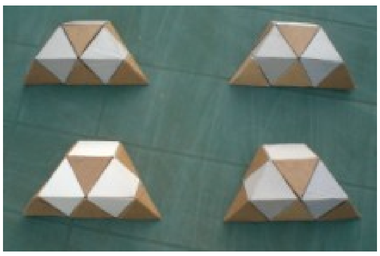




Grands et petits les ont appréciés, les pièces ont résisté à la manipulation. Certains joueurs ont été intéressés par la fabrication : voici donc pour les lecteurs du Petit Vert quelques indications pouvant donner envie de construire ces ensembles de pièces.

Les solides à réaliser

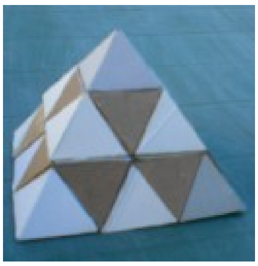
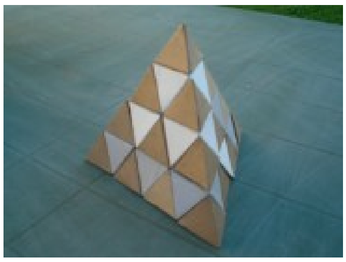
Voici les dix pièces permettant la réalisation d'un tétraèdre d'arête 4. Six pièces sont réalisées à l'aide d'un octaèdre et de deux tétraèdres, quatre pièces sont réalisées à l'aide d'un octaèdre et de trois tétraèdres.

Une pyramide régulière à base carrée d'arête 3 peut être construite avec ces quinze pièces réalisées ici avec des pyramides à base carrée blanches et des tétraèdres bruns.

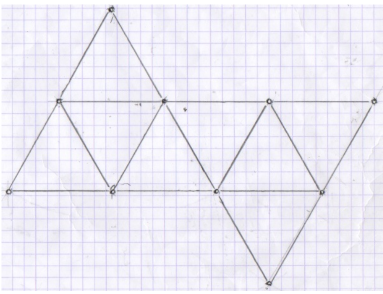


Un tétraèdre régulier d'arête 4 peut être construit avec ces quatre pièces. Chacune d'entre elle est réalisée à l'aide de deux octaèdres et d'une pyramide à base carrée blanches et de six tétraèdres bruns.

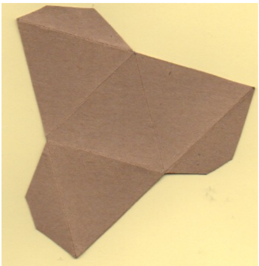
Ils ont été évoqués dans le Petit Vert n°130 (pages 61 et 62).
Voici des photos des deux pyramides à obtenir.

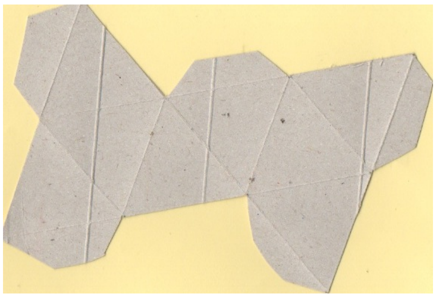



Une première méthode



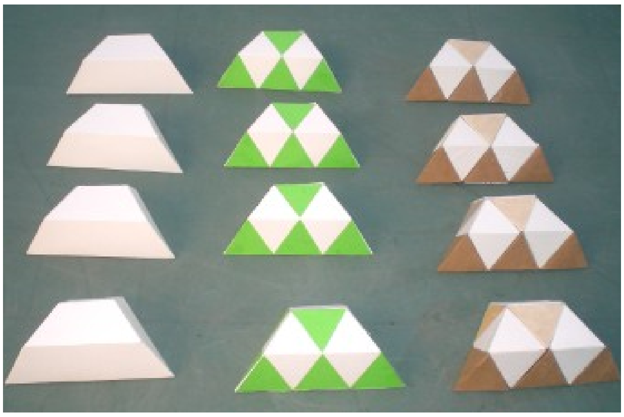
Le patron est dessiné sur du papier. Des trous faits avec la pointe d'un compas marquent les sommets des faces.
Le patron « troué » est posé sur le carton. Les sommets sont marqués à l'aide d'un feutre fin. Le papier est retiré, les côtés des faces sont marqués avec une des lames d'une paire de ciseaux (le pliage sera ainsi facilité).
Le découpage se fait en alternant la présence d'une languette de collage et la non présence d'une languette de collage.



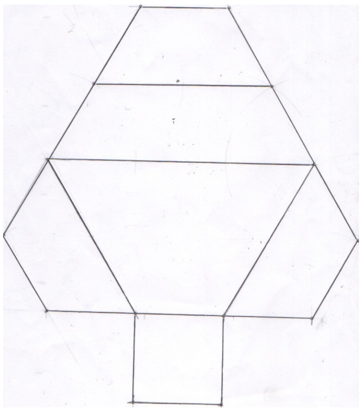


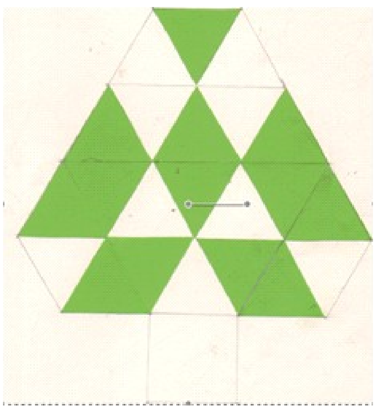
Le collage se fait en utilisant de la « colle gel » en tube (bouchon vert).

Une deuxième méthode



Ces trois séries de « quarts de tétraèdres ont été présentées à des Professeurs des Écoles lors du forum « parcours de formation mathématique » organisé début juin 2018 à Bar le Duc. Des envies de construction ont là aussi été entendues…
La série de gauche est formée de pièces unies, elle est la moins aisée à manipuler par de jeunes élèves. La série de droite est formée par collage des solides en carton évoqués page précédente, la série centrale a été construite différemment.





Sur le patron de la pièce sont collés des triangles équilatéraux découpés dans du papier de couleur. Les pièces réalisées sont de meilleure qualité que celles obtenues par collage des pyramides et des octaèdres en carton.

Pour aller plus loin : http://images.math.cnrs.fr/C-est-assez-recurrent-en-l-occurrence.html présente des assemblages de tétraèdres et de pyramides à base carrée. L'auteur Pierre Gallais se présente comme artiste plasticien mathématicien. Il n'utilise pas le carton, mais le métal…

retour au sommaire

MATH & MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site àl'adresse : www.apmeplorraine.fr

POURQUOI « EMC2 » ?

Le 27 juin, l'Est Républicain évoquait le trentième anniversaire de la coopérative agricole « EMC2 » dont le siège social est à Bras-sur-Meuse.

Logo de la coopérative sur le mur brasilien.
photo ER

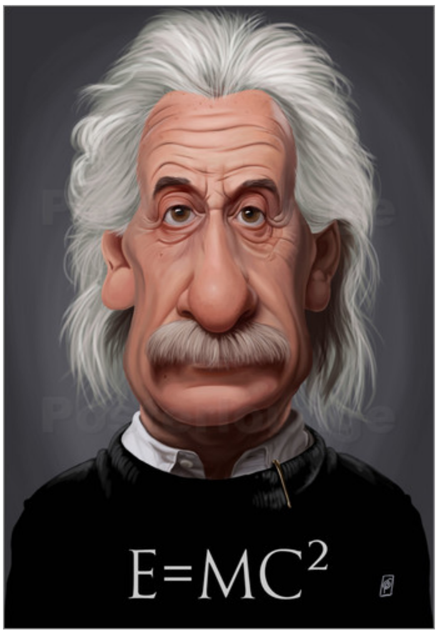
Au moment de la fusion entre la CAM et la CLN en 1998, commande a été passée à l'union nationale des coopératives, qui avait une filiale communication, de trouver un nom qui ne rappelle aucun des deux coop fusionnées. « Il fallait un nom le plus abstrait possible », se souvient Philippe Mangin. « On mariait la Meurthe-et-Moselle et la Meuse, il y avait des sensibilités politiques et territoriales assez fortes, il fallait donc un nom sans lien avec le territoire ou la région, c'est comme ça qu'est sorti EMC2. »

Pour nos lecteurs peu familiers des sigles utilisés, « CAM » est la « Caisse Agricole de la Meuse » et « CLN » est la « Coopérative Lorraine Nord ».

Ce mot n'est pas si abstrait que cela : nous y reconnaissons, un peu modifiée, la formule « $E = mc^2$ » rendue célèbre par Albert Einstein.

Elle a su inspirer le romancier Patrick Cauvin dans le titre de son roman « $E = mc^2$ mon amour » et Wikipedia nous présente son utilisation dans une sculpture exposée en 2006 à Berlin et sur un gratte-ciel à Taipei pour commémorer en 2005 l'année de la physique.

Le président actuel de la coopérative et le journaliste qui l'a rencontré auraient pu, eux aussi, évoquer cette formule de physique et ne pas laisser dans l'ignorance les utilisateurs de la coopérative agricole et les lecteurs du journal.



retour au sommaire

LE MAILLOT FAIT-IL GAGNER LA COUPE DU MONDE ?

Ce qui suit est tiré d'un article publié le 13 juin dernier par le quotidien Ouest-France. Dans cet article, Ouest-France annonçait que la victoire de la coupe du monde reviendrait à une équipe portant un maillot blanc, sans motifs et avec un col en V.

Ouest-France le reconnait, il s'agit plus d'une prédiction drôle, car 'fashion'. Un calcul plutôt ironique, même si il a utilisé des probabilités réelles et une méthode "scientifique" pour établir ce classement. Un article bien intéressant pour amener les élèves à réfléchir au passage des statistiques aux probabilités et à critiquer la méthode "scientifique" utilisée par Audrey Mercurin, auteure de cet article.

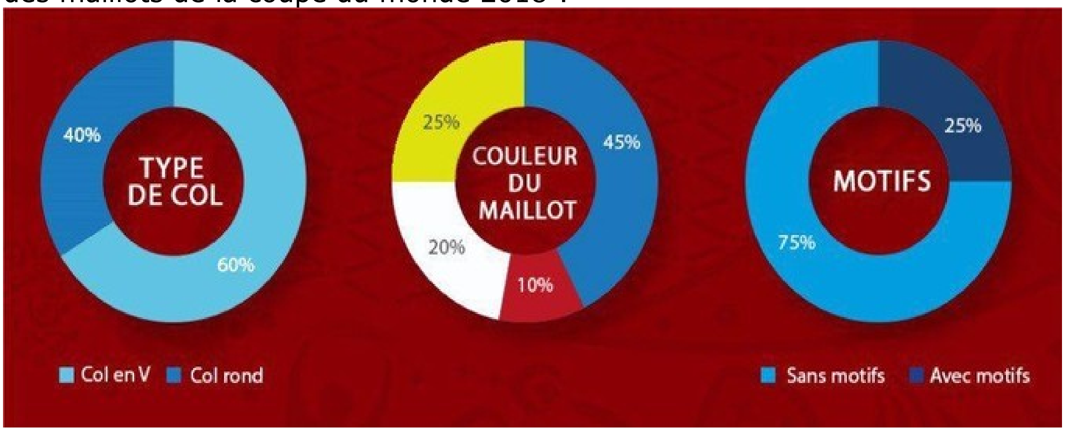
Déterminer quel sera le vainqueur du Mondial en analysant les maillots des sélections en lice. L'enquête, pour le moins étonnante, est signée du site marchand ShopAlike. « Nous souhaitions faire cette étude car nous avions remarqué qu'il y avait des similarités entre les maillots des gagnants, fait remarquer Lucie Lavenu, responsable de l'équipe relations presse de ShopAlike. L'idée était donc d'essayer de prédire le vainqueur de cette Coupe du monde par rapport aux maillots des anciens vainqueurs. »
Comme l'étude ne comprend pas le niveau technique des équipes, « il s'agit plus d'une prédiction drôle, car fashion. Un calcul plutôt ironique, même si nous avons utilisé des probabilités réelles et une méthode scientifique pour établir ce classement. On aimait l'angle farfelu du maillot ».

Couleurs, cols, motifs

Pour cela, l'équipe a scruté trois critères. « La couleur du maillot, le type de col et la présence ou non de motifs », liste-t-elle. Objectif : déterminer quelle combinaison de caractéristiques a le plus de chances de gagner. Et donc de figurer sur le maillot des vainqueurs. La première étape a été d'analyser les maillots des précédents vainqueurs afin de déterminer la récurrence de chaque caractéristique dans le passé : col en V à 60 %, couleur de maillot bleue à 45 % et maillot sans motifs à 75 %.

Avant d'en faire de même pour les maillots des équipes engagées pour ce mondial 2018 : rouge (37,5 %) et blanc (31,3 %) en majorité, sans motif (65,4 %) et principalement des cols en V (62,5 %).

Analyse des maillots de la coupe du monde 2018 :



« Nous avons ensuite appliqué cette probabilité *(la récurrence des caractéristiques des maillots des précédents vainqueurs),* aux maillots de cette année. Le fait que certaines équipes ont gagné par le passé rentre donc dans le calcul. Comme les équipes présentes lors de cette

édition. Si cette année il n'y a aucun maillot jaune, il est peu probable qu'un maillot jaune gagne », poursuit Lucie Lavenu !
De la même manière, comme l'Allemagne joue en blanc et a remporté à quatre reprises la Coupe du monde (sur 19 éditions jouées), les équipes qui ont un maillot blanc auraient leurs chances, selon leur réflexion. Idem pour ceux qui jouent avec des maillots bleus, comme l'Italie a également glané 4 étoiles jaunes et dispose d'un maillot bleu (de bon augure pour l'équipe française, donc).

En faisant abstraction du niveau technique, l'équipe est partie du principe que chaque équipe avait la même chance de gagner. « Ici 1/32, et nous avons appliqué cette probabilité aux caractéristiques de leur maillot », informe la société via un communiqué. Par exemple, la probabilité que le maillot du vainqueur soit blanc est d'un peu moins d'un tiers *(10 équipes présentent cette caractéristique)*. »

Résultat ? Le maillot du vainqueur sera « blanc, avec un col en V, et sans motifs ».

Quatre pays disposent d'un maillot qui réunit ces trois conditions : l'Allemagne, vainqueur en titre et habituée du dernier carré, l'Angleterre, orpheline du titre depuis 1966, la Pologne, généralement éliminée dès le premier tour, et … l'Iran, qui fait figure d'outsider. Tous les quatre sont à égalité avec 19,93 % de chances de remporter la Coupe, selon ce calcul « stylistique ».
Les bleus, eux, arrivent en cinquième position avec quasiment 15 % de chances de remporter un deuxième trophée mondial.
Nous avons pris en compte dans notre étude seulement les maillots domiciles. La France, en jouant en blanc (maillot extérieur), aurait eu une bien plus grande probabilité de gagner. Quoi que la dernière finale jouée en blanc remonte à la Coupe du Monde 2006, avec l'issue que l'on connaît (défaite contre l'Italie). La France, et son iconique maillot bleu, n'avait qu'un seul adversaire sur le plan du style, l'Italie, grande absente de cette Coupe du monde. La voie serait donc quelque peu libre pour nos « Bleus » ?

Euro 2016 : « On avait raison sur la couleur ! »

Prédire le vainqueur en fonction de son maillot n'est pas une première pour ShopAlike. Il y a deux ans, lors de l'Euro de football en France, la société s'y était déjà mouillée. Son pronostic reléguait alors le Portugal, vainqueur de l'édition, au 12e rang… Et voyait en tête, à égalité, l'Espagne, la Croatie, la Belgique, la Turquie et la Russie. « On avait au moins bon sur la couleur du maillot ! »

retour au sommaire

L'équipe du Portugal a remporté l'Euro 2016. ShopAlike avait prédit un maillot rouge…

Source : https://www.ouest-france.fr/leditiondusoir/data/26951/reader/reader.html#!preferred/1/package/26951/pub/39070/page/12

*****

Note de la rédaction : il peut être très instructif de relire attentivement cet article maintenant que le résultat final est connu !

Et en prime, un petit défi pour vos élèves (et pour vous) :

La finale de cette année a eu lieu dimanche 15 juillet 2018.
En quelle année la finale de la coupe du monde sera-t-elle un vendredi 15 juillet ?

Rappel : la coupe du monde se déroule tous les quatre ans…

MATHS ET HISTOIRE

GUERRE DE 14-18 : LES MORTS EN FRANCE

François DROUIN

Le centième anniversaire de la première guerre mondiale fut pour mes élèves l'occasion d'un travail interdisciplinaire « maths - histoire » en classe de troisième. Le tableau ci-dessous faisait partie des documents qui allaient être étudiés en cours d'histoire, il m'avait semblé intéressant de l'utiliser en maths pour la partie gestion de données du programme : calculs de pourcentages, histogrammes, moyennes et médianes sont au rendez-vous. Concernant ce qui allait être étudié en histoire, l'objectif était de faire prendre conscience du nombre de morts des batailles précédant celle de Verdun, telles celles s'étant déroulées en 1914 et 1915 autour de Saint-Mihiel. Voici le document travaillé en classe.

En 1914	*301 000 morts*
En 1915	*349 000 morts*
En 1916	*252 000 morts*
En 1917	*164 000 morts*
En 1918	*235 000 morts*

Morts des grandes batailles

Bataille des frontières et bataille de la Marne :	*250 000*
Offensives de 1915 (Artois et Champagne) :	*232 000*
Bataille de Verdun	*221 000*
Bataille de la Somme (juillet-octobre 1916) :	*104 000*
Offensive de l'Aisne (chemin des dames) et de Champagne (avril-juillet 1917) :	*78 000*
Offensives allemandes (printemps 1918) :	*107 000*
Offensives générales alliées (juillet novembre 1918) :	*131 000*

Extrait de « 14-18 Mourir pour la patrie (Point Seuil 1992) »

1- Donne un ordre de grandeur à 100 000 près du nombre de morts en 1914, 1915, 1917 et 1918. Donne un ordre de grandeur à 100 000 près du nombre total de morts lors des grandes batailles.

2-Calcule le nombre total des morts entre 1914 et 1918.
Calcule le nombre total des morts lors des grandes batailles.
Cherche une explication au fait que les deux nombres ne sont pas égaux.

3- Complète le tableau ci-dessous :

	Année 1914	*Année 1915*	*Année 1916*	*Année 1917*	*Année 1918*	*TOTAL*
Nombre de morts						
Pourcentage sur le nombre total de morts						

Quel est le nombre moyen de morts par année entre 1914 et 1918 ?
Peut-on dire que la moitié des morts ont eu lieu avant la bataille de Verdun ?

4- Représente les résultats du tableau ci-dessus à l'aide de deux histogrammes.
Pour le premier graphique, une année sera représentée en abscisse par une longueur de 3 cm et 50 000 morts seront représentés par 2 cm en ordonnée.
Pour le second graphique, une année sera représentée en abscisse par une longueur de 3 cm et 10% seront représentés par 1 cm en ordonnée.

Actuellement, les historiens s'accordent sur le nombre de 163 000 tués français pendant la bataille de Verdun (nombre indiqué en particulier par Wikipedia). À cela il faudrait rajouter 140 000 morts allemands et sans doute proposer aux élèves un autre tableau : nous sommes réconciliés avec nos anciens ennemis et bien des mosellans et alsaciens actuels ont des ancêtres qui sont morts sous un uniforme différent.
Pour le centenaire, a-t-on mis en avant les hécatombes des « batailles des frontières » ? Je laisse les lecteurs du Petit Vert élaborer leur réponse.

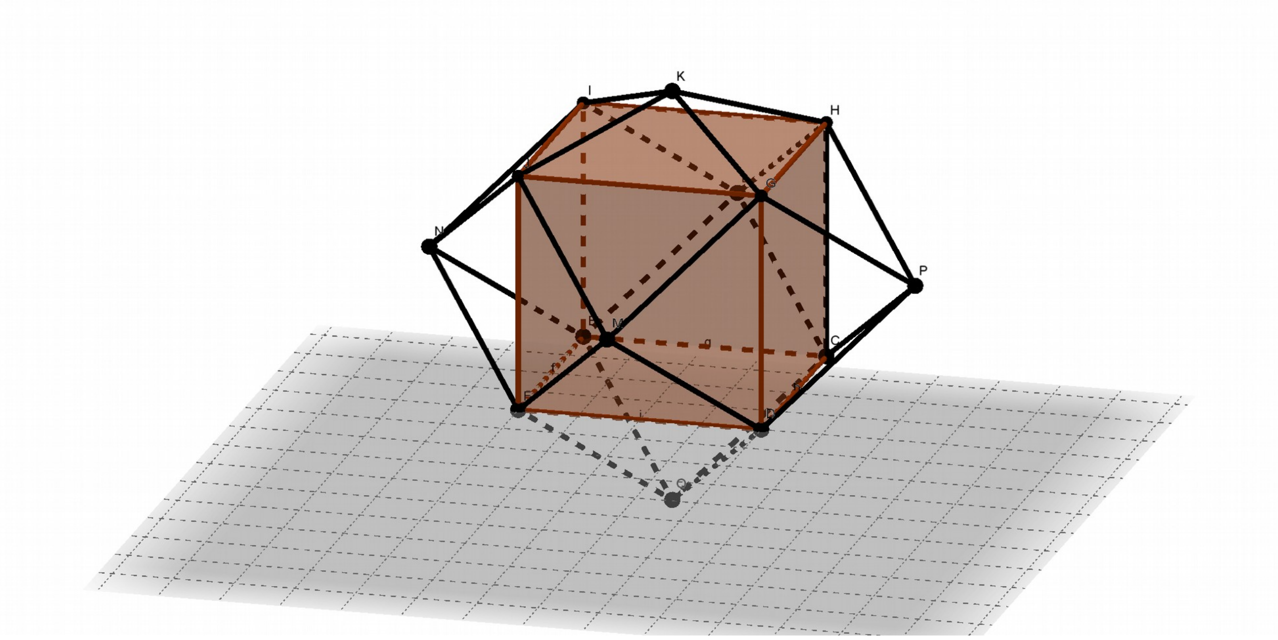
retour au sommaire

MATHS & PLIAGE

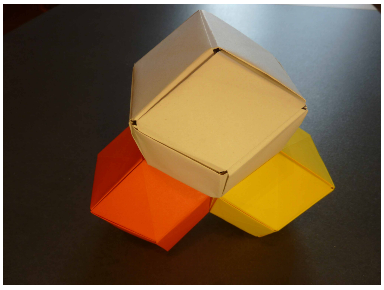
LE DODÉCAÈDRE RHOMBIQUE

par Walter Nurdin

Le dodécaèdre rhombique, polyèdre convexe, comporte comme son nom le précise 12 faces qui sont des « rhombes », ancien mot pour dire losange. Chaque arête est commune à 2 losanges. Pour obtenir le nombre d'arêtes il suffit de diviser par 2 les 12x4 arêtes de toutes les faces. On obtient donc 24 arêtes. La formule d'Euler permet d'obtenir le nombre de sommets : S=A+2-F=24-2-12=14. On obtient un dodécaèdre rhombique en apposant sur chaque face d'un cube une pyramide à base carrée dont la hauteur est la moitié de l'arête du cube.
Par cette observation on comprend, en utilisant le théorème de Pythagore, que le rapport des diagonales (grande diagonale/petite diagonale) des losanges doit être égal à $\sqrt{2}$ ce qui fixera les angles au sommet du dodécaèdre rhombique.

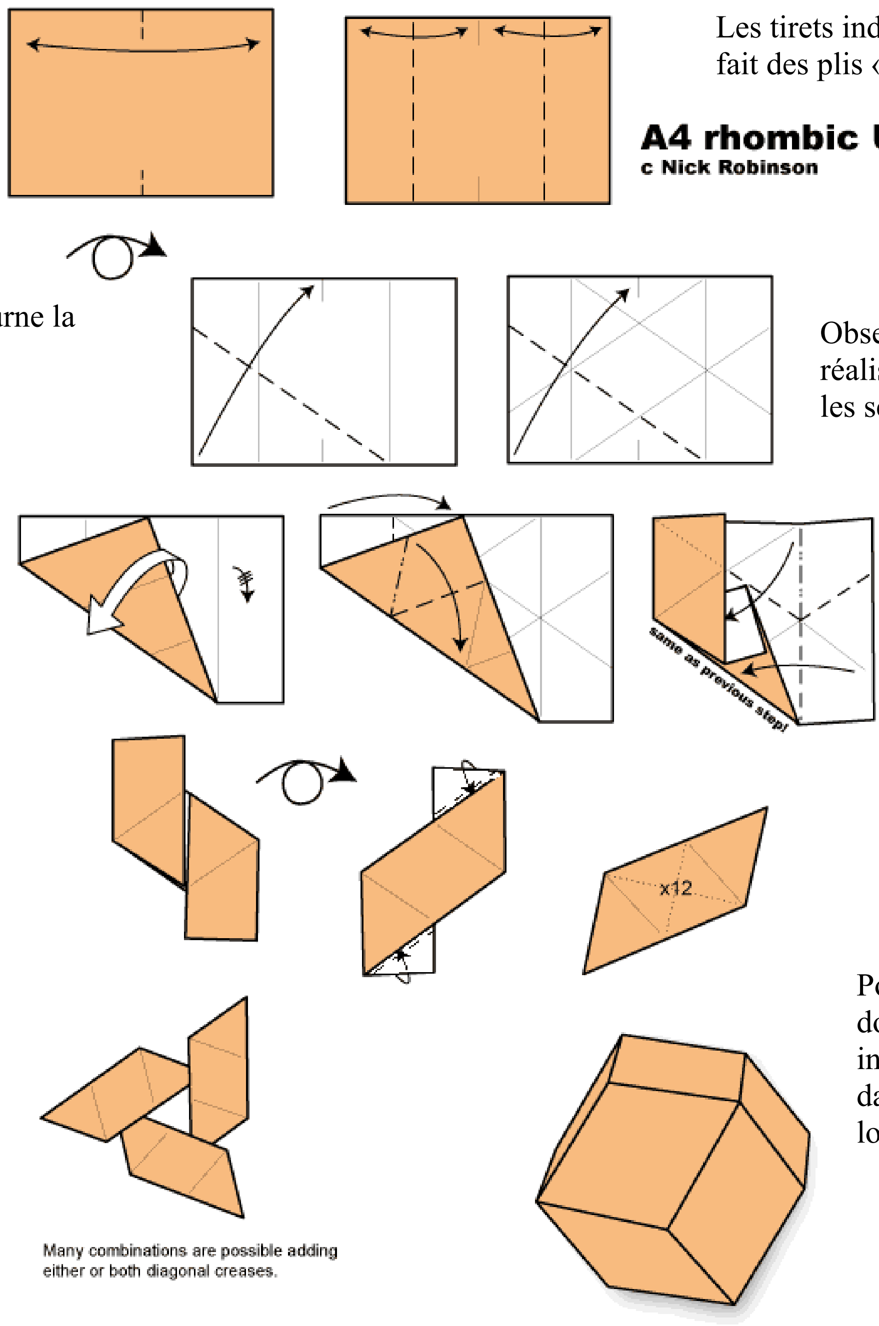


Le dodécaèdre rhombique pave l'espace qui nous entoure.



Nick Robinson, origamiste anglais, propose une construction modulaire d'un dodécaèdre rhombique en partant d'une feuille A6. Pour obtenir cette feuille on prend une feuille A4 que l'on plie en deux dans la sens de la longueur, que l'on coupe on obtient alors deux feuilles A5. On itère la procédure pour obtenir avec cette feuille A5 deux feuilles A6. Il en faut 12. La feuille A4 est dans le rapport $\sqrt{2}$. Lorsqu'on plie une feuille A4 dans le sens de la longueur on obtient une feuille qui est dans le même rapport grâce au fait que $\sqrt{2}$ a son inverse qui vaut $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Il en est de même pour la feuille A6. Ce rapport particulier va être utilisé pour obtenir une condition essentielle de la construction : obtenir des losanges identiques dont les rapports des diagonales sont $\sqrt{2}$.
Voici la proposition de Nick Robinson.

retour au sommaire



Les tirets indiquent que l'on fait des plis « vallées ».

On retourne la feuille.

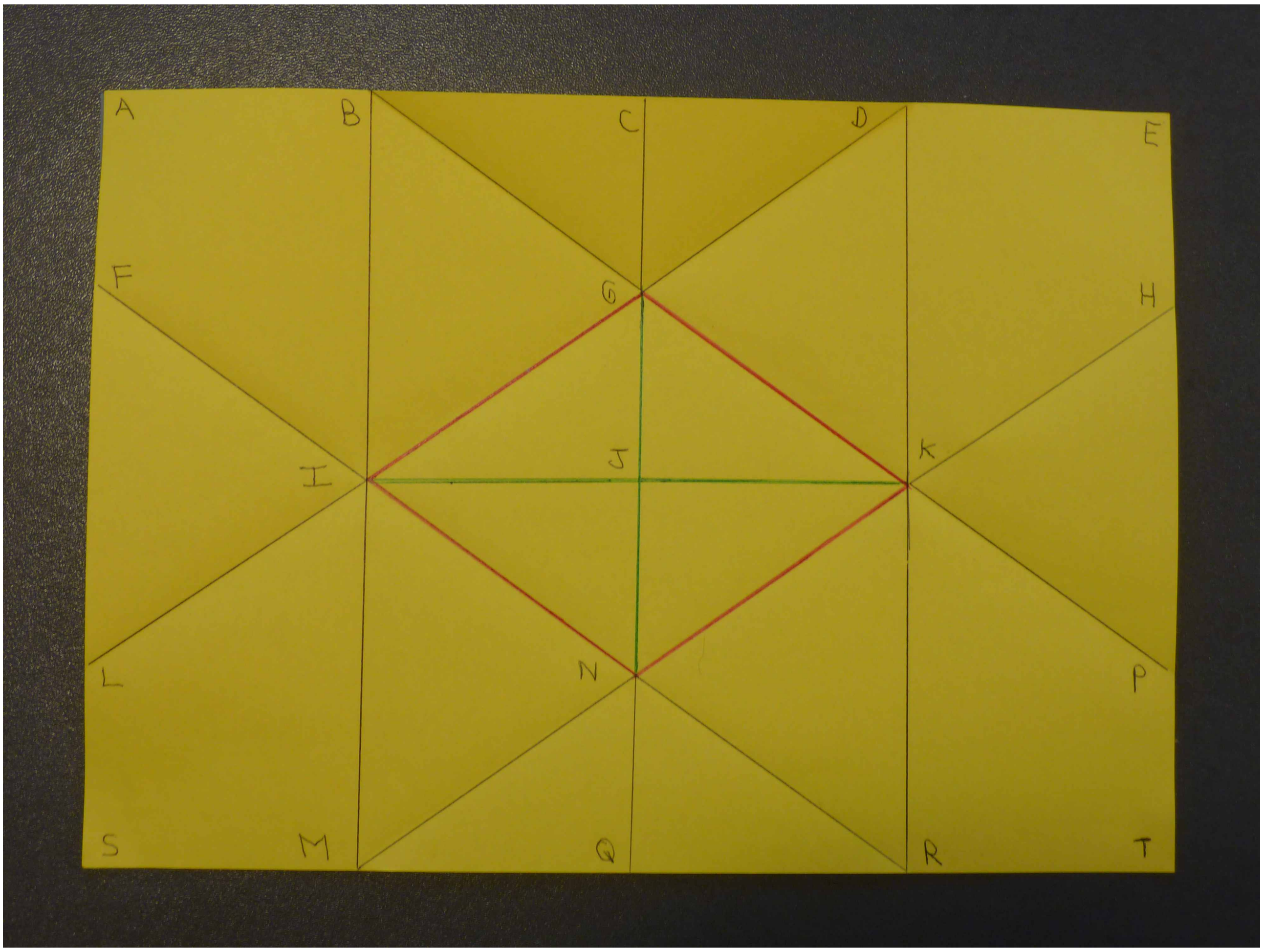
Observez les plis. On réalise ce pli dans tous les sens, donc 4 fois.

Les plis montagnes sont « tiret, point, tiret ... »

Pour construire le dodécaèdre il faut introduire les triangles dans les « poches » du losange.

En dépliant le module on obtient la feuille ci-dessous. En rouge, le quadrilatère (INKG) qui constituera une face du dodécaèdre. Si l'on veut justifier la construction il faut démontrer que le pliage permet d'obtenir comme face un losange, et de plus, que ce losange a ses diagonales dans le rapport $\sqrt{2}$. Ainsi les angles aux sommets seront respectés.

retour au sommaire



Lorsqu'on réalise le premier pli et donc que l'on pose S sur C c'est une symétrie axiale que l'on met en œuvre. (FR) est le pli obtenu. S, I et C sont par construction alignés et I, toujours par construction, est le milieu de [SC]. Donc I est également le milieu de [BM] en raison du parallélisme de (AE) et de (ST) .

Le pliage « symétrie » oblige que $\widehat{SIR} = \frac{\pi}{2}$

(IM) est ainsi la hauteur issue de l'angle droit du triangle rectangle (SIR). On en déduit que IM²=MSxMR.

On connaît IM= $\frac{1}{2}$ l et SM= $\frac{1}{4}$ L, on en déduit MR par l'égalité précédente : MR=$\frac{L}{4}$. Erreur MR = L/2

R est donc sur le pli qui partage en 4 parties égales la longueur de la feuille A6.

Toujours en raison du parallélisme de (BM), (CQ), (DR) et en considérant le triangle (MIR) on peut en déduire les égalités IN=NR= $\frac{1}{4}$ x $\sqrt{(\frac{3}{2})}$ x L.

Puisqu'on reproduit exactement le même pliage pour les autres côtés du quadrilatère (INKG) on va d'une part obtenir des plis qui vont revenir sur I, K, G et N et d'autre part obtenir une égalité des longueurs des 4 côtés. Le quadrilatère (INKG) est donc un losange. On sait qu'il existe une infinité de losanges ayant une longueur de côtés identique. Les dimensions des diagonales fixeront ce losange.

Le quadrilatère (MIKR), par construction non croisé, a deux côtés [IM] et [KR] égaux et parallèles, c'est donc un parallélogramme ayant au moins deux angles droits : c'est donc un rectangle. On obtient ainsi IK= $\frac{1}{2}$ L.

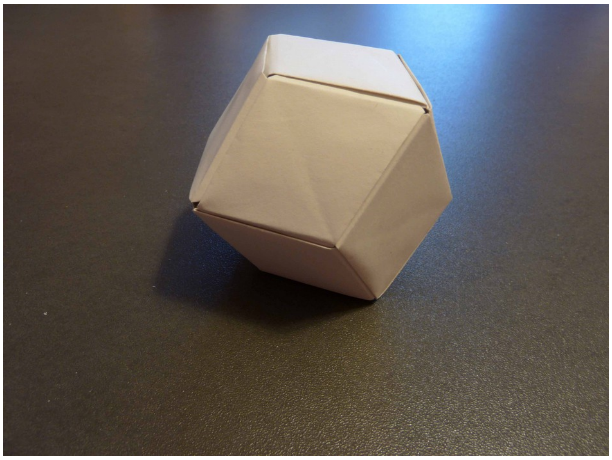
Q, N, J, G et C sont alignés ; de plus G est le milieu de [CJ] et N est le milieu de [JQ]. Ces affirmations se démontrent formellement en considérant les triangles (IMR) et (IKR) et (BKD) et (BIK) et les parallélismes de (CJ) et de (JQ).

retour au sommaire

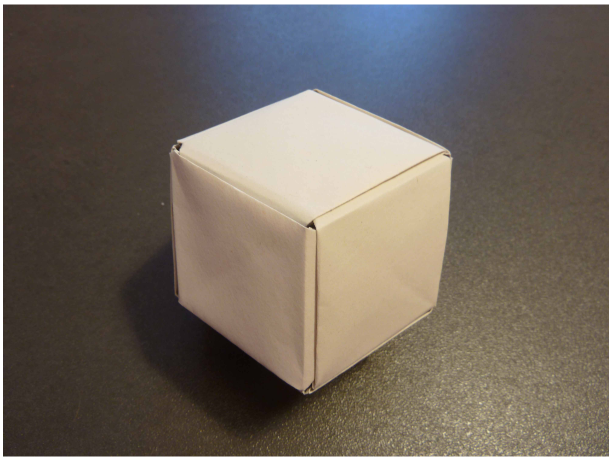
On obtient alors que GJ=JN= $\frac{1}{4}$ x l. Donc $GN = \frac{1}{2}$ x l.

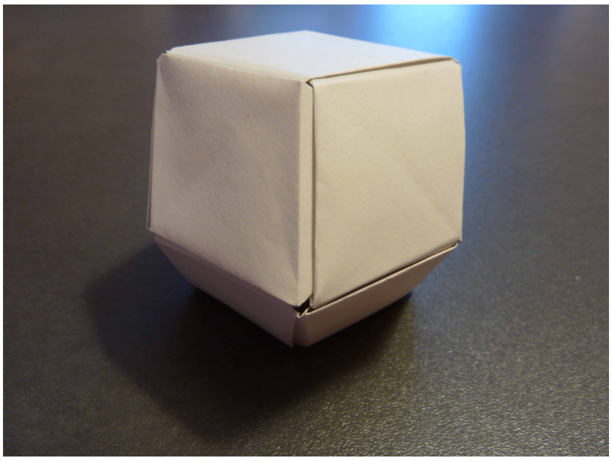
Puisque l et L sont dans un rapport de $\sqrt{2}$ il en est de même pour GN et IK.
La construction est donc validée pour obtenir un losange qui va permettre de construire le dodécaèdre rhombique.

Le voici.



La construction faite on pourra observer une particularité du dodécaèdre rhombique. Certes on n'obtiendra pas le prix de « Best illusion of the year contest »[5] mais au moins des élèves de fin de cycle 3 vont pouvoir le réaliser. Les illusions de Kokichi Sugihara [6], qui lui a obtenu le premier prix en 2010 et 2013, sont, elles, particulièrement stupéfiantes et méritent un détour sur votre moteur de recherche préféré.





Vous choisissez un angle particulier de prise de vue et voici le résultat.
On a construit un … cube !

L'ombre permet certes de deviner qu'il y a une tromperie, cependant l'illusion est bien là. Lorsqu'on change légèrement le point de vue précédent on perd bien évidemment l'effet.

5 http://illusionoftheyear.com/

6 ttp://illusionoftheyear.com/cat/top-10-finalists/2010/

DÉFI 135-a : DIVISER POUR MIEUX RÉGNER ...

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.
Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous.

2010 était une année à plus de trois diviseurs : 1, 2, 5, 10...

Nous sommes actuellement en 2018. Quelle sera la prochaine année à exactement trois diviseurs ? Quel algorithme proposez-vous ?

DÉFI 135-b : LE MAILLOT DE MBAPPÉ

Tiré et légèrement modifié du « calendrier mathématique 2017. CNRS, Université de Strasbourg, Institut de recherche mathématique Avancée ».

Supposons qu'une équipe de foot n'ait que 11 joueurs et donc 11 maillots numérotés de 1 à 11.
Les joueurs entrent au vestiaire un par un, en ordre aléatoire, et choisissent un maillot.
Kélio rêve d'avoir le numéro 10 de son idole Kylian Mbappé et donc le choisira s'il en a la possibilité.

Quelle est la probabilité que Kélio obtienne le maillot de son joueur préféré ?

DÉFI 135-c : « MOBILISATION GÉNÉRALE »

Le tableau ci-dessous figurait dans la rubrique « Il y a 100 ans dans l'Est » daté du 8 août 2014. Ce tableau, tronqué, ne mentionne que les 15 premières dates de la mobilisation.

Que faudra-t-il écrire pour le 11 novembre 1918 (jour de la signature de l'armistice, c'est-à-dire de l'arrêt des combats) ?

MOBILISATION GÉNÉRALE

TABLEAU DE CONCORDANCE

des jours de la période de mobilisation avec les dates du calendrier

Par décret du Président de la République, la Mobilisation générale des armées de terre et de mer est ordonnée.

Le 1er jour de la Mobilisation est le Dimanche 2 août 1914.
Le 2e jour de la Mobilisation est le Lundi 3 août 1914.
Le 3e jour de la Mobilisation est le Mardi 4 août 1914.
Le 4e jour de la Mobilisation est le Mercredi 5 août 1914.
Le 5e jour de la Mobilisation est le Jeudi 6 août 1914.
Le 6e jour de la Mobilisation est le Vendredi 7 août 1914.
Le 7e jour de la Mobilisation est le Samedi 8 août 1914.
Le 8e jour de la Mobilisation est le Dimanche 9 août 1914
Le 9e jour de la Mobilisation est le Lundi 10 août 1914.
Le 10e jour de la Mobilisation est le Mardi 11 août 1914.
Le 11e jour de la Mobilisation est le Mercredi 12 août 1914.
Le 12e jour de la Mobilisation est le Jeudi 13 août 1914.
Le 13e jour de la Mobilisation est le Vendredi 14 août 1914.
Le 14e jour de la Mobilisation est le Samedi 15 août 1914.
Le 15e jour de la Mobilisation est le Dimanche 16 août 1914.

retour au sommaire

SOLUTION DES DÉFIS DU PV 134

Défi 134-a. Trouver deux nombres entiers **a** et **b** (avec **a** ≠ **b**) tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2018}$.

Propositions pour la solution

* **Une première piste :**

2018 est un entier pair : 2018 =2x1009 (et 1009 est un nombre premier).

En utilisant l'égalité $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$, on en déduit que $\frac{1}{2\times1009}=\frac{1}{3\times1009}+\frac{1}{6\times1009}$.

D'où la solution $\frac{1}{6054}+\frac{1}{3027}=\frac{1}{2018}$

* **Une autre piste :**

Là encore, en constatant que 2018 = 2x1009 (nombre premier), on peut écrire :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{1009}=\frac{1011}{2018}$ d'où $\frac{\frac{1}{2}}{1011}+\frac{\frac{1}{1009}}{1011}=\frac{1}{2018}$, soit $\frac{1}{2022}+\frac{1}{1009\times1011}=\frac{1}{2018}$

Ce qui donne la solution a = 2022 et b = 1008x1011 = 1020099.
Mais rien ne prouve qu'il n'y ait pas d'autres solutions...

* **L'informatique va venir à la rescousse.**

Voici un algorithme qui nous permettra de répondre à la question.

```
Pour b allant de 2019 à 4036 faire :
si 2018*b est divisible par b-2018 alors :
    afficher (2018*b)/(b-2018)
    afficher b
finSi
finPour
```

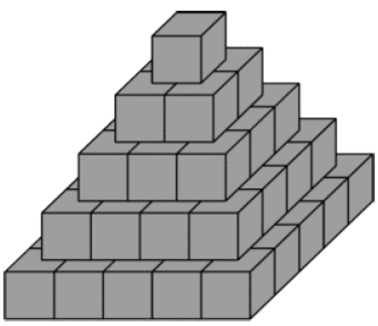
Cet algorithme nous permet de trouver, outre les deux précédentes, deux nouvelles solutions :

$\frac{1}{2019}+\frac{1}{4074342}=\frac{1}{2018}$ et $\frac{1}{2020}+\frac{1}{2038180}=\frac{1}{2018}$

Ce problème n'a donc que quatre solutions.

Merci à Michel, André, Philippe et Gilles pour leurs contributions.

Défi 134-b.



1. La pyramide ci-contre est formée de blocs cubiques ayant tous la même dimension. Combien a-t-on utilisé de cubes pour construire cette pyramide de 5 étages ? De *n* étages ?
On dispose d'une boite de 1000 cubes ; combien d'étages (complets) pourra-t-on construire ?

2. Tous les cubes visibles de ces pyramides sont gris, mais tous ceux qui sont à l'intérieur sont blancs. Combien de cubes blancs et combien de cubes gris pour construire une pyramide de 10 étages ? De *n* étages ?

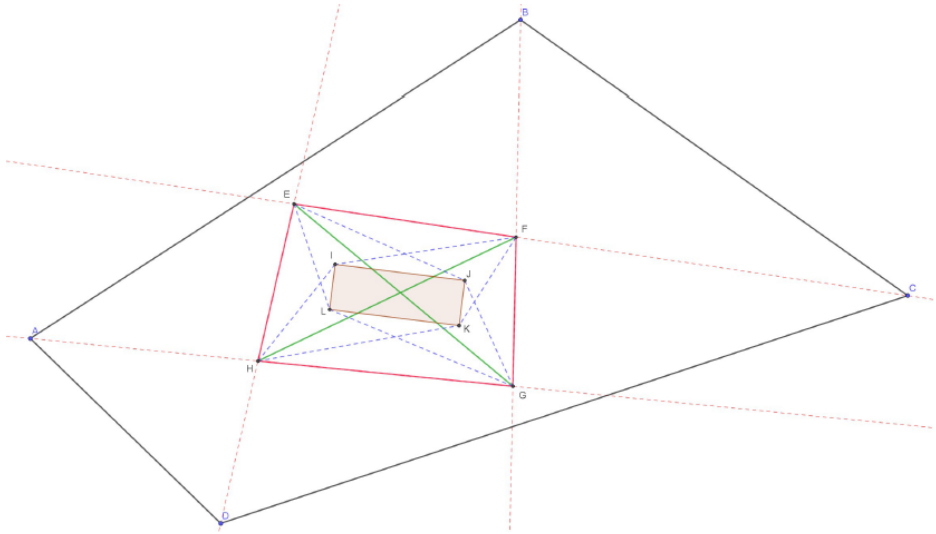
Solution : cette fois, le défi était trop facile (c'était l'été !). En ce qui concerne la seconde partie du défi, il suffisait de remarquer que la pyramide « blanche » (cachée) avait deux étages de moins que la partie grise.

retour au sommaire

SOLUTION DU PROBLÈME PARU DANS LE PV 133

« C'est plié » : problème proposé par Damien Mégy

Rappelons l'énoncé :



Le quadrilatère ABCD ci-dessus est quelconque.

Les droites « rouges » sont les bissectrices des angles de ce quadrilatère. Leurs points d'intersection définissent un quadrilatère EFGH.

Les droites « bleues » sont des bissectrices des triangles définis par les segments diagonaux [EG] et [FH] et les quatre sommets du quadrilatère EFGH. Leurs intersections définissent un quadrilatère IJKL.

Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ?

Solution

La démonstration s'établit en deux étapes ; dans un premier temps, on montre que les points E, F, G et H sont cocycliques, puis que le quadrilatère IJKL est un rectangle.

Étape 1 : on montre que les points E, F, G et H sont cocycliques :

$$\left(\overrightarrow{GF},\overrightarrow{GH}\right) + \left(\overrightarrow{AG},\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BG}\right) = \pi \;(2\pi)\;[1]$$

et $$\left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EH}\right) + \left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CF}\right) + \left(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DC}\right) = -\pi \;(2\pi)\;[2]$$

or $$2\left(\left(\overrightarrow{AG},\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BG}\right) + \left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CD}\right) + \left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}\right)\right) = 0\;(2\pi)$$

et par conséquent $$\left(\overrightarrow{AG},\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BG}\right) + \left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CD}\right) + \left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DE}\right) = 0\;(\pi)\;[3]$$

Par conséquent, par « différence » de [1] et [2] et utilisation de [3] , on obtient :

$$\left(\overrightarrow{GF},\overrightarrow{GH}\right) - \left(\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EH}\right) = 0\;(\pi)$$

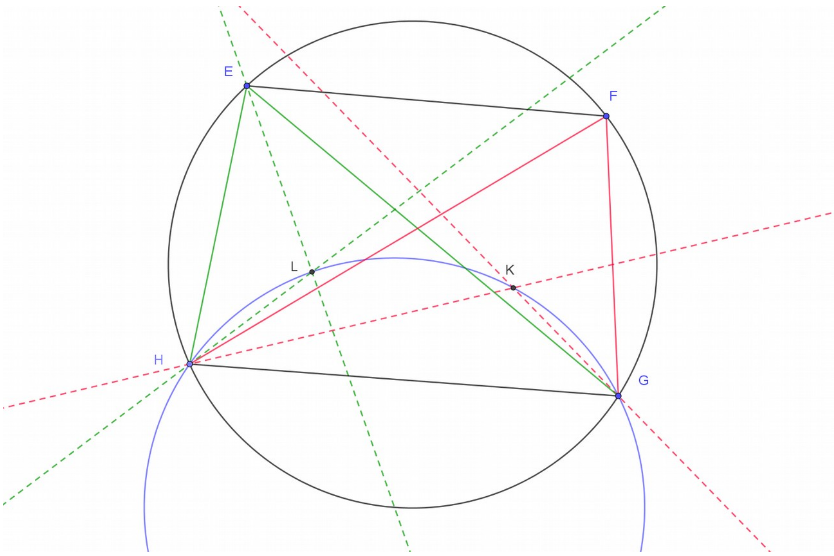
ce qui montre que les points E, F, G et H sont cocycliques

Étape 2 : montrons que IJKL est un rectangle.

Étape 2.1 : on montre que les points G, H, L et K sont cocycliques.

On considère la figure ci dessous, « extraite » de la figure de départ ;

retour au sommaire



dans le triangle LHG :

$$\left(\overrightarrow{LH},\overrightarrow{LG}\right) + \left(\overrightarrow{HG},\overrightarrow{HL}\right) + \left(\overrightarrow{GL},\overrightarrow{GH}\right) = \pi \quad (2\pi)$$

donc 2($\left(\overrightarrow{LH},\overrightarrow{LG}\right) + \left(\overrightarrow{HG},\overrightarrow{HL}\right) + \left(\overrightarrow{GL},\overrightarrow{GH}\right)$) = 0 (2π)

Dans le triangle EHG,

$$\left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{EG}\right) + 2\left(\overrightarrow{HG},\overrightarrow{HL}\right) + 2\left(\overrightarrow{GL},\overrightarrow{GH}\right) = \pi \quad (2\pi)$$

On déduit des deux relations précédentes que $\left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{EG}\right) = \pi + 2\left(\overrightarrow{LH},\overrightarrow{LG}\right) \quad (2\pi)$, soit :

$$\left(\overrightarrow{LH},\overrightarrow{LG}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{EG}\right) + \frac{\pi}{2} \quad (\pi)$$

En considérant le triangle FHG, on peut montrer de même que :

$$\left(\overrightarrow{KH},\overrightarrow{KG}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{FH},\overrightarrow{FG}\right) + \frac{\pi}{2} \quad (\pi)$$

D'après la question précédente on sait que les points E, F, G et H sont cocycliques ; ce qui se traduit par :

$$\left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{EG}\right) = \left(\overrightarrow{FH},\overrightarrow{FG}\right) \quad (\pi)$$

et par conséquent $\left(\overrightarrow{LH},\overrightarrow{LG}\right) = \left(\overrightarrow{KH},\overrightarrow{KG}\right) \quad (\pi)$, ce qui signifie que les points G, H, L et K sont également cocycliques.

Étape 2.2 : On montrerait de même que L, I, E et H sont cocycliques, de même que E, I, J et F ou encore F, J, K et G.

Étape 2.3 :Une décomposition de l'angle $\left(\overrightarrow{LK},\overrightarrow{LI}\right)$ va permettre de montrer qu'il est droit.

$$\begin{aligned}\left(\overrightarrow{LK},\overrightarrow{LI}\right) &= \left(\overrightarrow{LK},\overrightarrow{LH}\right) + \left(\overrightarrow{LH},\overrightarrow{LI}\right) \quad (2\pi)\\ &= \left(\overrightarrow{GK},\overrightarrow{GH}\right) + \left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{EI}\right) \quad (2\pi)\\ &= \frac{1}{2}\left(\left(\overrightarrow{GF},\overrightarrow{GH}\right) + \left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{EF}\right)\right) \quad (2\pi)\end{aligned}$$

Or les points E, F, G et H sont cocycliques, donc $\left(\overrightarrow{GF},\overrightarrow{GH}\right) + \left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{EF}\right) = \pi \quad (2\pi)$ et par conséquent

$$\left(\overrightarrow{LK},\overrightarrow{LI}\right) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$$

On montrerait de même que les autres angles du quadrilatère IJKL sont droits.

SOLUTION DU PROBLÈME n°134

Rappel de l'énoncé : On se donne une suite de n entiers u_1, u_2, … , u_n. On affirme que l'on peut trouver k termes consécutifs de cette suite, dont la somme est divisible par n.
Vrai ou faux ?

La proposition est vraie. La solution est une illustration du « principe des tiroirs ». Voici la solution, proposée par Jacques Choné.

Considérons les n entiers u_1, u_1+u_2, $u_1+u_2+u_3$, …, $u_1+u_2+u_3+...u_n$.
Si l'un d'eux est divisible par n, le résultat est acquis.
Sinon, lorsqu'on les divise par n, comme il n'y a que n-1 restes non nuls possibles, nécessairement deux d'entre eux ont le même.
Le résultat est alors acquis en considérant la différence de ces deux nombres.

SOLUTION DU SOPHISME DU PV134

L'erreur n'est ni dans l'initianisation (évident), ni dans l'hérédité ! En effet, si vous placez sur une feuille des points alignés, un point supplémentaire ne peut pas être aligné avec tous les points sauf un ! Du moins presque. Car l'hérédité n'est pas fausse en elle-même, mais elle n'est valable qu'à partir d'un certain rang. En effet, pour pouvoir dire « A_1 est sur la droite formée par les points de A_2 à A_n », il faut que « les points A_2 à A_n » soit un ensemble comprenant au moins deux points, pour définir une droite ! Il faut donc que n soit au moins égal à 3. En dessous, l'hérédité ne marche plus ; la preuve : deux points sont toujours alignés, trois ne le sont pas.
Ainsi, le problème de cette démonstration vient du raccord entre hérédité et initialisation : pour que la démonstration soit juste, comme l'hérédité est vraie à partie de n = 3, on doit absolument initialiser la démonstration avec n = 3, ce qui est évidemment impossible !

Ce sophisme était tiré de http://maths.amateurs.fr

PROBLÈME DU TRIMESTRE (n°135)

Problème proposé par Jacques Choné.

Soient a et b deux nombres entiers tels que $1 \leq a \leq b$.
On choisit, indépendamment sur un segment, a points que l'on étiquette chacun par la lettre A, puis b points que l'on étiquette par la lettre B. Les points B délimitent ainsi b+1 segments.
Quelle est la probabilité que, sur chacun de ces segments, figure au plus un point A ?

Le responsable de cette rubrique est philippe.fevotte@wanadoo.fr.
Lui envoyer vos propositions de solutions à ces deux problèmes (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème.

ANNONCE

JOURNÉE RÉGIONALE : 20 mars 2019

La prochaine Journée régionale des mathématiques aura lieu le mercredi 20 mars prochain à Nancy. Attention changement de lieu, il sera précisé ultérieurement.

Elle débutera par une conférence de Mireille SCHUMACHER sur le thème Maths et Arts. Elle se poursuivra par l'assemblée générale, les réunions des commissions par niveau, et deux plages d'ateliers.

Pour les enseignants en poste du second degré (public), vous pouvez vous inscrire auprès de la DIFOR, via le logiciel GAIA, afin de bénéficier d'une autorisation d'absence pour cette journée. La procédure est la suivante : se rendre sur pial.ac-nancy-metz.fr. Aller à "*Bouquet de services", "Portail : Arena", "Gestion des personnels", "GAIA - Accès individuel", "Inscription individuelle".* Les journées de l'APMEP sont répertoriées sous le n° de code 18A0120416. Deux actions sont proposées : les Journées nationales de Bordeaux (module 46119) et la Journée régionale du 20 mars (module 46120). Tous les inscrits sur GAIA recevront en janvier 2019 le programme détaillé de cette journée. Les inscriptions se feront ultérieurement sur le site de l'association.

Pour les enseignants du privé, l'inscription se fait par l'intermédiaire de FORMIRIS. La démarche doit être faite au niveau de votre établissement : contactez le secrétariat. Les journées de l'APMEP sont répertoriées sous le n° de code 18A0120416. Deux actions sont proposées, les Journées nationales de Bordeaux (module 46119) et la Journée régionale du 20 mars (module 46120).

Quatre ateliers seront proposés spécifiquement aux **enseignants du premier degré** : « Maths et illusions », « Enseigner la numération en cycle 2 », « Entrée dans les problèmes par l'image » et « Les jeux et le raisonnement ».

Les professeurs des écoles de Meurthe-et-Moselle pourront s'inscrire à ces ateliers dès l'ouverture de l'application Circon'script à la mi-octobre, pendant un mois ; ces ateliers seront comptabilisés dans le cadre de leurs 18 heures annuelles de formation (incluses dans les 108 heures dues hors enseignement obligatoire). Pour les professeurs des écoles des autres départements (et les Meurthe-et-Mosellans après la fermeture de Circon'scipt), les inscriptions se feront ultérieurement sur le site de l'association.

APPEL À ATELIERS

Un des temps forts, gage de réussite de cette journée, est la présentation d'ateliers. Le but de ces ateliers est de permettre de partager, d'échanger, de transmettre, de susciter la curiosité, d'ouvrir des pistes, de débattre… sur des sujets en rapport avec les mathématiques et leur enseignement.

Ces ateliers doivent être **variés et nombreux** : il serait bon qu'il y en ait une vingtaine, et nous avons déjà quelques pistes. Nous lançons donc un appel auprès de tous les collègues qui voudraient en animer un. Ces ateliers se dérouleront l'après-midi, durant 1 h 20 et pourront rassembler chacun de 20 à 30 participants.

Envoyez vos propositions le plus rapidement possible à valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr .

Nous comptons sur vous !

retour au sommaire