N° 156 Décembre 2023

LE PETIT VERT

APMEP

Bulletin de la Régionale Lorraine

Des recouvrements avec un carré de Metz

Des drapeaux

Des boules carrées

Des pavés colorés

Une boite de Pandore

Régionale de Lorraine
APMEP

SOMMAIRE

ÉDITO

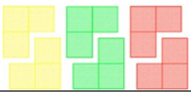
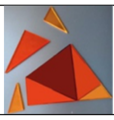
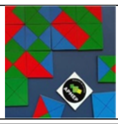
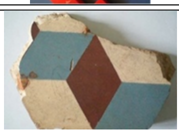
ALGORITHME D'ENSEIGNEMENT

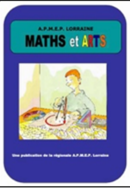
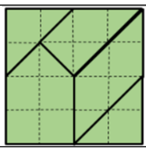
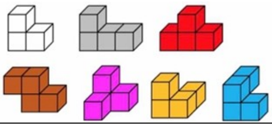
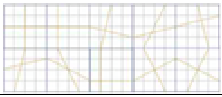
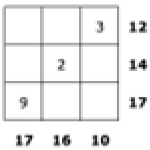
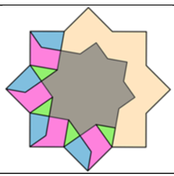
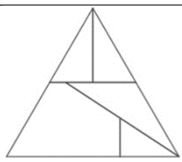
Gilles Waehren

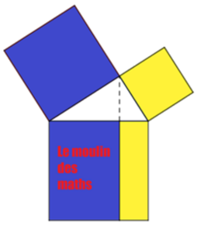
Fin octobre 2023, le député Alexandre Portier a déposé une proposition de loi visant à pallier le problème de recrutement des enseignants. Pour reprendre la synthèse du café pédagogique, il s'agirait de repérer dès le lycée (général ou professionnel) les élèves intéressés par la profession et de les rendre opérationnels à Bac+2. Hormis les critiques que l'on pourrait faire sur l'abaissement du niveau de recrutement induit par cette solution, ou les économies envisageables sur les futurs salaires, on peut aussi s'interroger sur l'image qu'une certaine partie de nos élus peut se faire du métier d'enseignant. À l'heure actuelle, l'un des rares diplômes professionnalisant au niveau Bac +2 est le BTS, Brevet du Technicien Supérieur. Cette formation permet d'accéder à des emplois clés du monde professionnel, tant dans l'industrie que dans les services. Mais la philosophie techniciste d'un BTS est-elle en rapport avec la pratique enseignante ? En mars 2019, le site « Bien enseigner » partageait une étude selon laquelle, un enseignant était amené à prendre jusqu'à 1500 décisions quotidiennes. Cette capacité de prise d'initiatives adaptées aux multiples situations, induites par les échanges avec les élèves ou entre les élèves, peut-elle faire l'objet d'un corpus de process propre à définir la tâche journalière d'un enseignant ? Y'aurait-il des techniques qui permettent de placer dans le monde du travail des personnes à même d'être professionnels de l'éducation ? L'histoire de l'Éducation Nationale semble avoir mis en évidence la nécessité, pour garantir une stratégie d'enseignement de qualité, de former au niveau Master l'ensemble des professeurs du primaire et du secondaire. Cette mastérisation, dont la mise en place continue de connaître des ajustements, constitue une vraie valorisation des compétences des enseignants ; même si la valorisation salariale n'est pas vraiment en accord avec le niveau de diplôme. Yves Chevallard dénonçait, en 1999, le statut de semi-profession du métier de professeur, coincé entre une autonomie liée à la liberté pédagogique et les nombreuses injonctions de l'institution sur la façon d'instruire les élèves. À défaut d'augmenter leur marge de manœuvre, on peut au moins imaginer que les enseignants détenteurs d'un master ont le même niveau de formation qu'un cadre lambda. Par ailleurs, si on a pu connaître des professeurs qui ont réussi le CAPES, dans les années 1990, la même année que la licence, on est en droit de penser que, dans les années 2020, il peut devenir utile de prendre le temps de se construire en tant qu'enseignant. Déjà, au milieu du XX^e siècle, il pouvait être choquant qu'une jeune institutrice de 18 ans soit confrontée à des élèves de 12-13 ans qui attendaient d'aller en apprentissage. Gagner en maturité avant d'aller accompagner des élèves permet aussi de s'assurer de la possibilité de faire évoluer ses pratiques en prenant du recul. Un bon niveau d'études est nécessaire pour profiter de la formation tout au long de sa carrière et pouvoir ainsi proposer aux élèves, des approches pertinentes, mais surtout variées, entre les enseignants. Ces différences de point de vue sont primordiales pour former des esprits critiques, chez les élèves, mais aussi chez leurs professeurs.

À (RE) DÉCOUVRIR JOUR APRÈS JOUR

Cette période est propice aux calendriers de « L'Avant plein de bonnes choses ». Le premier jour de celui proposé en cette fin d'année 2023 pourra être le jour de réception de ce Petit Vert, le premier jour des vacances qui approchent ou le premier jour qui vous plaira…

Jour 1	LE PETIT VERT	Tous les Petits Verts sont de nouveau accessibles.
Jour 2		Vous retrouverez les évocations « avant le collège » présentes dans le Petit Vert.
Jour 3		Vous retrouverez les activités « collège » parues dans le Petit Vert.
Jour 4		Vous retrouverez les activités « lycée » parues dans le Petit Vert.
Jour 5		Vous retrouverez ce qui était présent dans la rubrique « Maths & Médias » à partir du Petit Vert n°100.
Jour 6		Vous retrouverez ce qui était présent dans la rubrique « Maths & Philo » à partir du Petit Vert n°113.
Jour 7		Notre Régionale aime les « Petits L ».
Jour 8		Notre Régionale aime le « Puzzle à sept triangles ».
Jour 9		Notre Régionale aime les carrés de MacMahon.
Jour 10		Notre Régionale aime la Pyramide et le Puzzle aztèques.
Jour 11		Notre exposition « Objets mathématiques » continue à être diffusée.

Jour 12		Vous retrouverez nos brochures téléchargeables.
Jour 13		Vous retrouverez les évocations « Maths & Arts » présentes dans le Petit Vert.
Jour 14		Vous retrouverez ce qui était présent dans la rubrique « Mathématiques & Jeux » du Petit Vert. La liste est longue, des thèmes vous seront proposés les jours qui suivent.
Jour 15		À propos de puzzles géométriques.
Jour 16		À propos de polycubes non aztèques.
Jour17		À propos de jeux de juxtapositions.
Jour 18		À propos de jeux numériques.
Jour 19		À propos de « Maths & Découpages ».
Jour 20		Vous retrouverez les sujets et les corrigés du « Rallye mathématique de Lorraine » depuis 2007.
Jour 21		Vous retrouverez les évocations « Maths et vie courante » présentes dans le Petit Vert.
Jour 22		Vous retrouverez les documents présentés sur les stands virtuels « En attendant Bourges ».

Jour 23		Vous retrouverez les « jeux d'aventure » imaginés depuis 2020.
Jour 24		Vous retrouverez les stands actuels d'un projet d'exposition « APMEP Lorraine – Labo de Maths de Moulins » à destination d'élèves de Cycle 3.

Conservez soigneusement ce Petit Vert.

Les documents complétés, modifiés garderont le même lien de téléchargement.

En 2024, de nouvelles ressources seront sans doute accessibles.

VIE DE NOTRE SITE

Le dynamisme de notre association, le courage, la persévérance, les compétences et la volonté de quelques uns de nos membres, en particulier Sébastien Lozano, ont permis de remettre sur pied notre site.

L'article précédent vous donne un aperçu de ce que l'on peut déjà y retrouver.

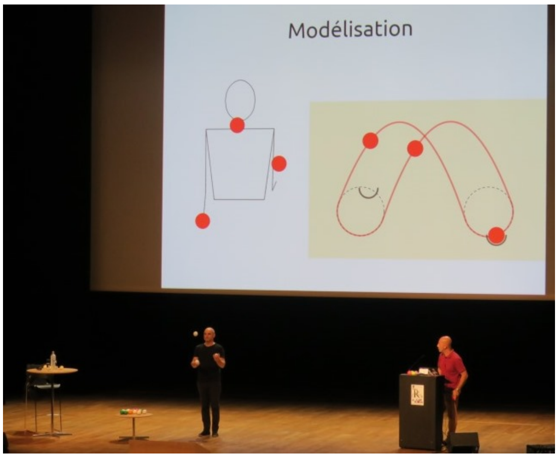
Vous pouvez dès à présent **adhérer en ligne** et acheter **nos productions** dans la boutique.

Le site vous permettra au moment opportun de vous inscrire à la **journée Régionale de l'APMEP Lorraine** du 20 mars 2024 ainsi qu'au **Rallye 2024**.

JOURNÉES NATIONALES 2023
MATHS EN L'R À RENNES

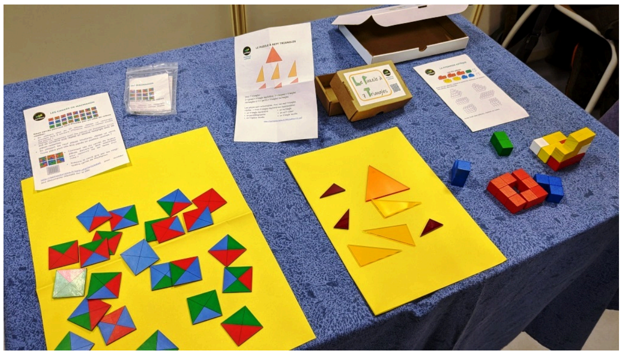
Les Journées Nationales sont toujours très riches et très chargées et les Lorrains n'hésitent pas à traverser la France pour s'y rendre.

Les congressistes rejoignent leurs ateliers dès potron-minet, même pendant les vacances.



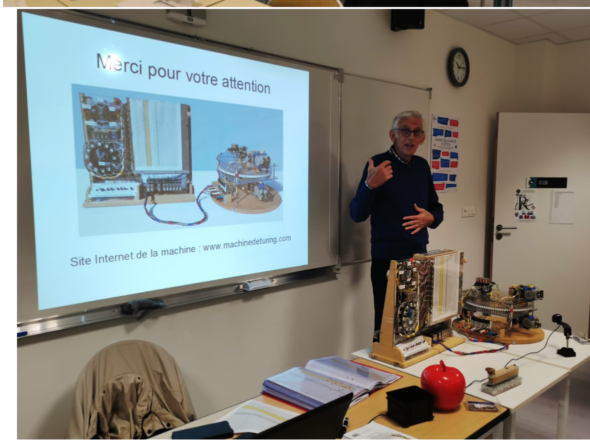
Nous avons commencé par une superbe conférence en l'R de Vincent Pantaloni où le jonglage et les mathématiques s'éclairaient mutuellement.

Notre stand, bien qu'un peu à l'étroit, a vu passer beaucoup de collègues ravis de pouvoir jouer et se creuser la tête dans la bonne humeur.



Nous avons également échangé avec la régionale d'Alsace pendant notre réunion commune des régionales en vue notamment des Journées Nationales de 2026 qui auront lieu à Strasbourg. Leur régionale se développe bien et nous poursuivrons nos partages sur les différents évènements réalisés par chacune comme les nuits du jeu mathématique. Nous proposons, en particulier, l'abonnement à la liste de notre Petit Vert à tous les nouveaux adhérents alsaciens.

Ateliers, conférences, théâtre, visites... se sont succédé dans le beau lycée VHB et à l'INSPÉ.

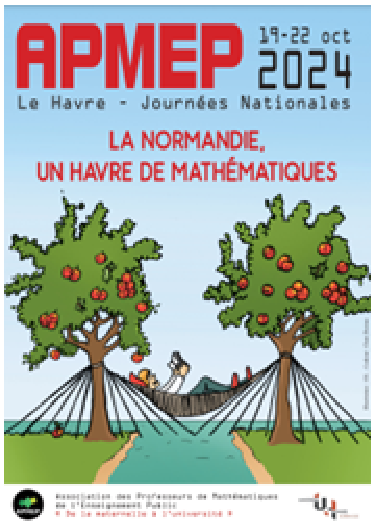


Lors des commissions réunissant les collègues par niveau d'enseignement chacun a pu s'exprimer et préciser ses difficultés et ses attentes. Les problèmes soulevés ont été transmis à un inspecteur général de mathématiques lors des questions d'actualité et seront également portés à l'attention de nos dirigeants.

Retour au sommaire

La conférence de clôture, au couvent des Jacobins, nous a enthousiasmés, la motivation et le dynamisme de l'astrophysicienne passionnée Lucie Leboulleux ont réussi à nous envoyer en l'R.

Vivement l'an prochain au Havre ! La Normandie, un havre de mathématiques



JOURNÉE RÉGIONALE 2024

La prochaine Journée Régionale aura lieu le **mercredi 20 mars 2024**, à Vandœuvre-lès-Nancy, à la Fac de Sciences puis au collège Jacques Callot.
Elle débutera par une conférence de Karën Fort sur le thème de l'Intelligence Artificielle.
Elle se poursuivra par l'assemblée générale, les réunions des commissions par niveau, et se terminera par deux plages d'ateliers.
Le repas pourra être pris à la cantine de la Cité scolaire Jacques Callot.
Le programme de cette journée sera envoyé à tous les adhérents, ainsi qu'aux participants des années précédentes.
Dès que vous l'aurez reçu, communiquez-le à vos collègues qui ne sont pas encore adhérents … et faites en sorte qu'ils le deviennent !

APPEL À ATELIERS

La journée Régionale Lorraine 2024 aura lieu le mercredi 20 mars à Vandœuvre-lès-Nancy.

Nous avons besoin de vous !

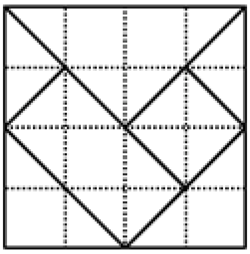
N'hésitez pas à contribuer à cette Journée en animant un atelier. Tous les thèmes sont permis ; de la maternelle à l'université, venez raconter, partager, discuter, présenter, interroger, échanger, débattre…
Des activités que vous avez réalisées avec votre classe, un travail avec d'autres collègues, un atelier hors discipline, une étude mathématique, un projet sont tous très intéressants à partager avec vos collègues.
Les ateliers permettent d'aborder de très nombreux sujets et sont un lieu d'échanges privilégiés entre un (ou deux) animateur(s) et les participants, toujours motivés. Les ateliers sont prévus sur des plages d'une heure et quart.
À vous de choisir !

- des Ateliers communication sous la forme d'un exposé suivi d'un débat ;
- des Ateliers TP où les participants sont plus actifs.

Certains seront à destination de tous, d'autres pour un public plus ciblé. En tout cas, ils permettront à coup sûr à chacun de satisfaire son envie de découvrir, approfondir ou partager.
Vos propositions sont à adresser à Valérie Pallez ou/et Christelle Kunc.

CARRÉ DE METZ ET RECOUVREMENTS EN CYCLE 2

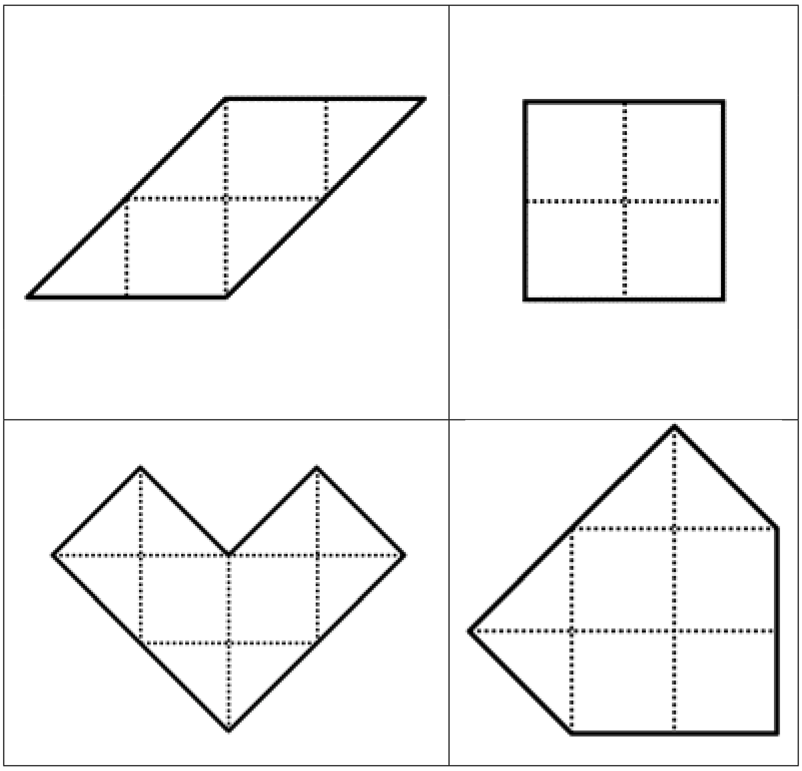
François Drouin



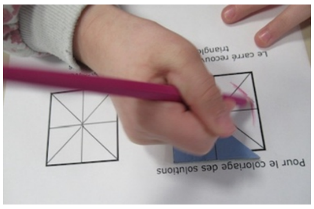
L'expérimentation s'est déroulée à l'école de Sampigny le 20 mars 2023, dans la classe de CP-CE1 de Carole Haufbauer (avant la récréation) puis dans la classe de CEI-CE2 d'Alison Collignon (après la récréation). Les deux enseignantes étaient présentes avec moi dans leur classe.

Le Carré de Metz

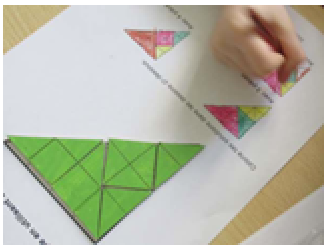
Cette expérimentation fait suite à celle effectuée en septembre 2022 dans la même école et relatée dans le Petit Vert n°151. Des tracés devaient alors être faits pour indiquer les limites des pièces dans les dessins des assemblages réalisés. Voici un extrait du recueil des solutions d'assemblages de deux pièces (les dessins n'étaient pas à l'échelle des pièces utilisées).



Cela s'est révélé difficile pour les élèves de CP-CE1. Les élèves de CP n'étaient qu'au commencement de leur apprentissage de l'usage de la règle, les élèves de CE1 étaient en difficulté pour tracer des traits dont les directions n'étaient pas celles du quadrillage. En 2023, le choix a été fait de n'utiliser que le coloriage pour garder des traces des productions des élèves.

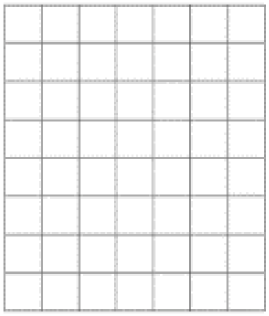


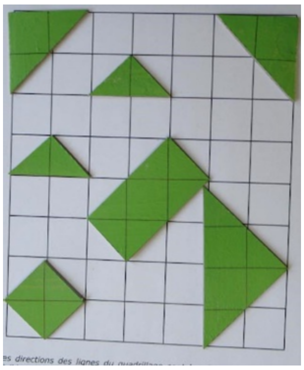
En CP-CE1, il a été obtenu en faisant glisser l'assemblage sur le dessin à colorier aux mêmes dimensions que ce qui avait été réalisé, en retirant une pièce et en coloriant la zone occupée. En CE1-CE2, il a été réalisé sans difficulté sur des dessins de dimensions réduites.

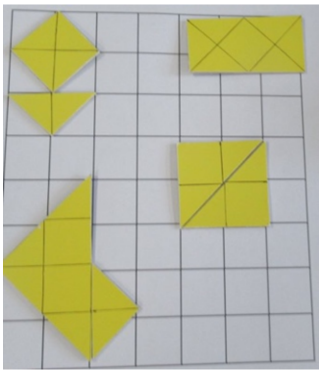


Appropriation des pièces

Les pièces ont été observées et analysées. Lors du bilan, les élèves ont dit reconnaître des formes géométriques. Puis, ils ont évoqué un rectangle, un carré, et des triangles. Enfin, ces triangles ont été différenciés : un grand triangle, deux moyens triangles et deux petits triangles. Les élèves ont eu ensuite à placer les pièces sur un plateau de telle sorte que les traits des pièces aient même direction que les traits du quadrillage.

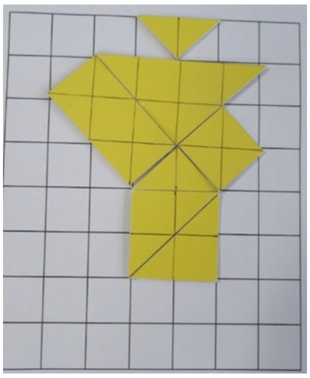


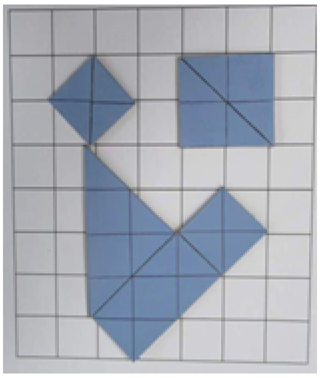


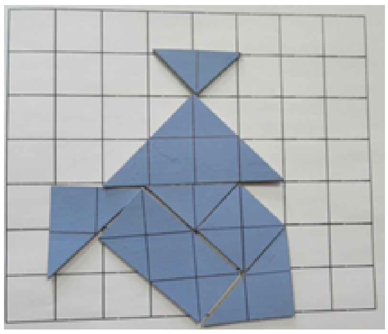


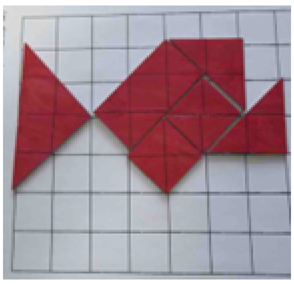
En CP-CE1, le rectangle et le carré ont souvent été mal placés, les élèves privilégiant des positions « traditionnelles ». En CE1-CE2, le respect des directions des traits des pièces et du quadrillage s'est fait plus aisément.

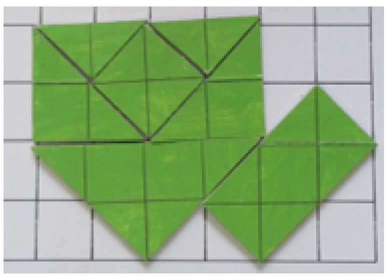
Voici cinq productions des élèves des deux classes.





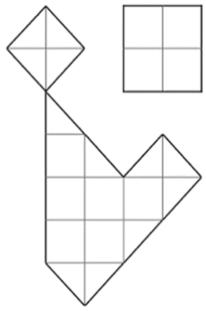






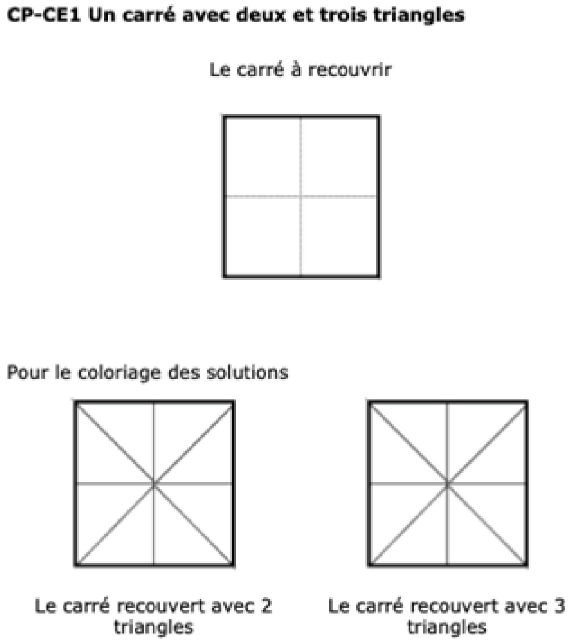
Les pourtours des figures réalisées ont été informatisés et transmis aux deux enseignantes pour une poursuite d'utilisation des pièces avec les élèves.

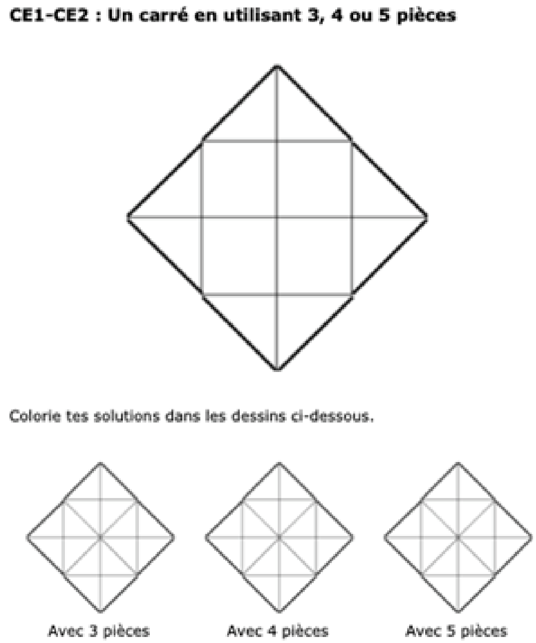
Le document envoyé pourra être demandé au comité de rédaction du Petit Vert.



Tâches demandées aux élèves

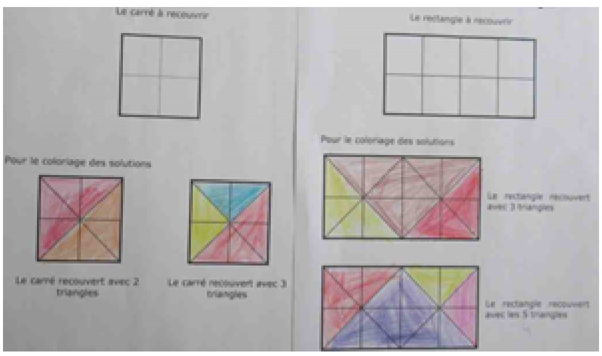
Deux exemples



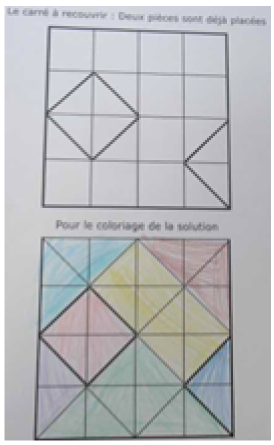


Recouvrement de polygones en CP-CE1

Dans un premier temps, seuls les triangles étaient sollicités.



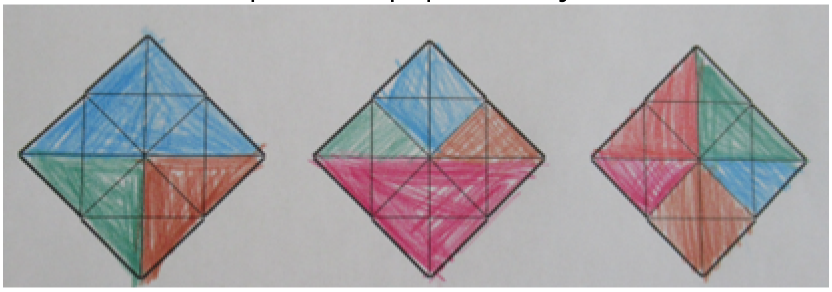
Le remplacement d'un moyen triangle par deux petits triangles a été réussi.



Réfléchir au placement du rectangle a été proposé en aide.

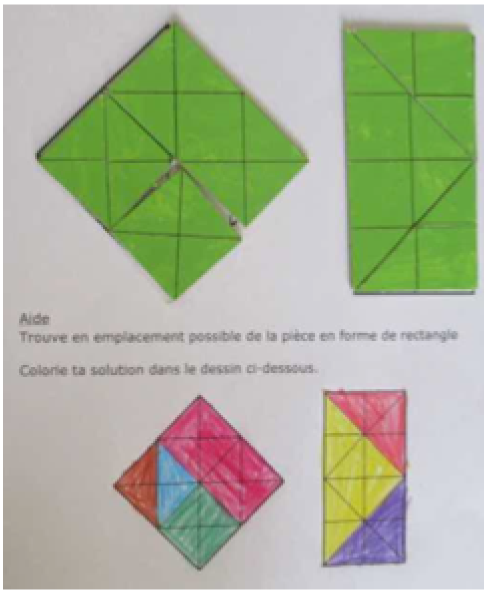
Recouvrement de polygones en CE1-CE2

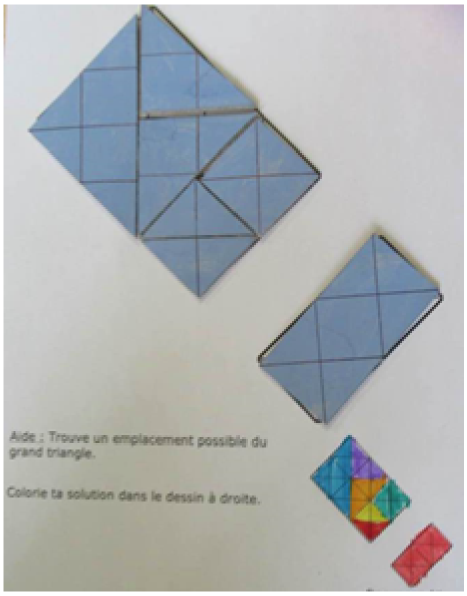
Les élèves ont pu utiliser dès le départ les sept pièces du jeu.



Sans aide, des élèves ont repéré que le remplacement d'un triangle par deux triangles plus petits permettait d'augmenter le nombre de pièces utilisées.

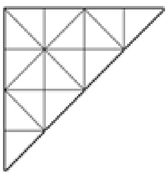
Remarque : ce type de recouvrement pourra être réutilisé en cycle 3 lors de l'étude de la notion d'aire.

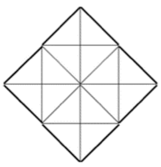




Dans les deux cas, l'aide indiquée sur la feuille n'a pas été lue par les élèves et a dû être redonnée oralement.

Prolongement possible





Dans les deux classes, les solutions étaient coloriées dans ce type de réseau. Les dessins pourront être repris plus tard pour un tracé des limites des pièces à l'aide de la règle non graduée.

Ce qui a été utilisé pour cette expérimentation a pour source la brochure « Le carré de Metz » et son complément, tous deux bientôt de nouveau téléchargeables sur notre site.

Les documents utilisés dans les deux classes et l'informatisation de certaines productions des élèves pourront être demandées au comité de rédaction du Petit Vert.

DRAPEAUX DU MONDE

Valérian Sauton

Pour présenter la notion de ratio à mes élèves de quatrième, j'ai choisi d'utiliser en support les drapeaux des pays du monde. En préparant quelques exercices, je me suis rapidement rendu compte de la richesse mathématique de ces constructions et ai ajouté des exercices permettant de revoir des notions antérieures.

Mon objectif principal lors de la conception de cette activité était d'enrichir la notion de proportionnalité entre deux grandeurs à l'aide de l'écriture d'un « ratio ».

Description de l'activité

Avant de distribuer la feuille d'exercices aux élèves, je fais un premier point avec eux sur leur connaissance des drapeaux. Je projette quelques drapeaux sur un diaporama et leur demande de retrouver le pays correspondant.

Je leur demande ensuite de tracer sur leur cahier un drapeau français. Les élèves me demandent les dimensions du drapeau. Je leur indique « 12 carreaux à l'horizontale » et je les laisse se débrouiller pour la verticale. Pendant ce tracé, je repère rapidement deux cahiers sur lesquels les drapeaux n'ont pas les mêmes dimensions et leur demande de les montrer à la classe. Après un petit échange, nous arrivons à la conclusion qu'un lien de proportionnalité doit lier la largeur et la hauteur afin que tous les drapeaux français, petits et grands, aient la même forme. Je présente alors aux élèves la notation d'un ratio et leur distribue la feuille d'exercices.

J'ai consacré 4 séances sur cette activité. Les élèves les plus performants sont arrivés jusqu'au dernier exercice. Avec le groupe classe je me suis arrêté à l'exercice 13, en passant les exercices 6, 7 et 12.

Comme pour la plupart de mes longues activités, l'écart s'est creusé rapidement entre les élèves performants qui assimilent rapidement la notion, le groupe classe « moyen » et ceux ayant besoin de davantage d'explications.

Comment gérer cette hétérogénéité ?

Je laisse les plus performants avancer à leur rythme, vérifiant de temps en temps sur leur cahier la justesse des exercices traités et n'hésitant pas à leur demander de reprendre un exercice si la réponse est fausse ou insuffisante.

Je corrige les exercices au tableau petit à petit en échangeant avec les élèves les plus faibles et le groupe « moyen », ne sollicitant les élèves avancés que dans certains moments. Par exemple pour écrire une propriété ou proposer une rédaction plus efficace.

Pour éviter que l'écart ne se creuse trop, j'essaie de mettre dans l'activité quelques exercices plus longs et/ou complexes qui vont demander un certain temps de recherche et occuper un moment les meilleurs. Je ne fais pas chercher ces exercices aux élèves peu avancés ou en difficulté et ne les corrige que sur les cahiers des élèves à l'aise. Il m'arrive aussi de demander aux élèves concernés de me faire un ou plusieurs exercices sur une feuille que je ramasse et corrige plus tard en détail. C'est par exemple le cas de l'exercice 6.

Est-ce que mes objectifs ont été atteints ?

Cette activité s'est très bien passée. Presque tous mes élèves se sont lancés avec entrain dans la résolution des exercices sur ce thème. Certains élèves en difficulté avaient une très bonne connaissance des drapeaux, en général grâce au sport, et ils se sont bien investis dans l'échange sur les dimensions et sur les premiers exercices. Un élève en grande difficulté m'a par exemple surpris en sachant différencier les drapeaux de la République du Congo et de la République Démocratique du Congo. La présentation du ratio sous forme « de tableau » a été très souvent utilisée et les élèves ont bien compris l'intérêt de cette présentation. Je me suis rendu compte que certains élèves ne comprenaient pas encore comment effectuer un produit en croix. Cette activité a permis de pallier ce retard. Lors d'exercices sur les ratios sur d'autres thèmes, presque tous les élèves ont su résoudre les problèmes de proportionnalité à l'aide des ratios. Les problèmes de partage, moins travaillés lors de l'activité, ont été moins bien réussis.

Beaucoup d'élèves se sont appliqués dans la reproduction des drapeaux sur leur cahier. C'était très agréable en passant dans les rangs de voir de nombreux drapeaux bien faits et coloriés proprement en dehors de la classe.

Les difficultés et erreurs récurrentes

J'ai fait le choix de parler de la largeur et de la hauteur du drapeau plutôt que de la longueur et de la largeur. Ce choix a perturbé au début les élèves, habitués à ce que la largeur soit le plus petit côté du rectangle.

Idées pour améliorer l'activité et approfondissement

La prochaine fois que je proposerai cette activité, j'ajouterai un ou deux exercices uniquement sur l'utilisation des ratios pour un problème de partage.

Après cette activité j'ai continué à travailler sur les drapeaux lors d'un TP sur Scratch et dans mon chapitre sur les transformations du plan. J'ai pu par exemple illustrer l'utilisation de translations et rotations pour tracer plus rapidement les drapeaux avec des étoiles à cinq branches.

LES DRAPEAUX DU MONDE

Les drapeaux des pays du monde ont presque tous la forme d'un rectangle mais ces rectangles n'ont pas tous les mêmes dimensions.

Pour le drapeau de la Hongrie, la largeur est 2 fois plus grande que la hauteur.
Pour le drapeau de la France, la largeur est 1,5 fois plus grande que la hauteur.

Pour indiquer ce lien entre hauteur et largeur, on utilise la notion de **ratio**.

Pour drapeau de la Hongrie, le ratio hauteur:largeur est de 1:2 . (lire "1 pour 2")
Cela signifie que lorsque la hauteur vaut 1, la largeur vaut 2.
Lorsque la hauteur vaut 10, la largeur vaut 20.

ratio 1:2

Hauteur	:	Largeur
1	:	2
10	:	20
60	:	120

Pour drapeau de la France, le ratio hauteur:largeur est de 2:3 . (lire "2 pour 3")
Cela signifie que lorsque la hauteur vaut 2, la largeur vaut 3.
Lorsque la hauteur vaut 20, la largeur vaut 30.

ratio 2:3

Hauteur	:	Largeur
2	:	3
20	:	30
50	:	75

Le ratio 2:3 est utilisé le plus souvent. Cependant il en existe de nombreux autres.
La drapeau allemand utilise un ratio 3:5, le drapeau polonais un ratio 5:8 , le drapeau finlandais un ratio 11:18 etc. Vous pouvez trouver les différents ratios pour tous les pays du monde en cliquant ici .

Le site Flags of the Wolrd recense de nombreuses informations sur tous les drapeaux des pays du monde. En voici le lien .

Exercice 1

1) On veut représenter le drapeau hongrois avec un largeur de 84 cm.

Combien doit mesurer sa hauteur ?

2) On veut dessiner le drapeau français avec largeur de 3,69 m.

Combien doit mesurer sa hauteur ?

3) Un drapeau allemand a une largeur de 65 cm.

(a) Combien mesure sa hauteur ?

(b) Combien mesure sa diagonale ?

4) Un drapeau polonais a une hauteur de 1,35 m.

(a) Calcule sa largeur ?

(b) Calcule le périmètre de ce drapeau.

(c) Calcule l'aire de ce drapeau.

Exercice 2

Moundir mesure les dimensions du drapeau algérien qu'il a chez lui. Il trouve une hauteur de 64 cm et une largeur de 96 cm.

1) Quel est le ratio **hauteur:largeur** du drapeau de l'Algérie ?

2) Calcule l'aire de ce drapeau.

Exercice 3

Aksel mesure les dimensions de son drapeau norvégien. Il trouve une largeur de 132 cm et une hauteur de 96 cm.

1) Quel est le ratio hauteur:largeur du drapeau de la Norvège ?

2) Calcule la longueur d'une diagonale de ce drapeau. Arrondis le résultat au mm près.

Exercice 4

Voici les ratios hauteur:largeur de plusieurs drapeaux.

Roumanie 2:3 , Etats-Unis 10:19 , Finlande 11:18 , Islande 18:25 , Drapeau Suisse 1:1 , Norvège 8:11 , Salvador 189:335 .

1) Parmi les nombres écrits, indique lesquels sont des nombres premiers.

2) Donne la décomposition en produit de facteurs premiers de 189 et 335.

Rappel : la décomposition en produit de facteurs premiers de 18 *est* $2 \times 3 \times 3$

3) Calcule la hauteur d'un drapeau du Salvador large de 1 mètre. Arrondis au mm près.

4) On met côte à côte un drapeau roumain et un drapeau finlandais **ayant la même largeur**.

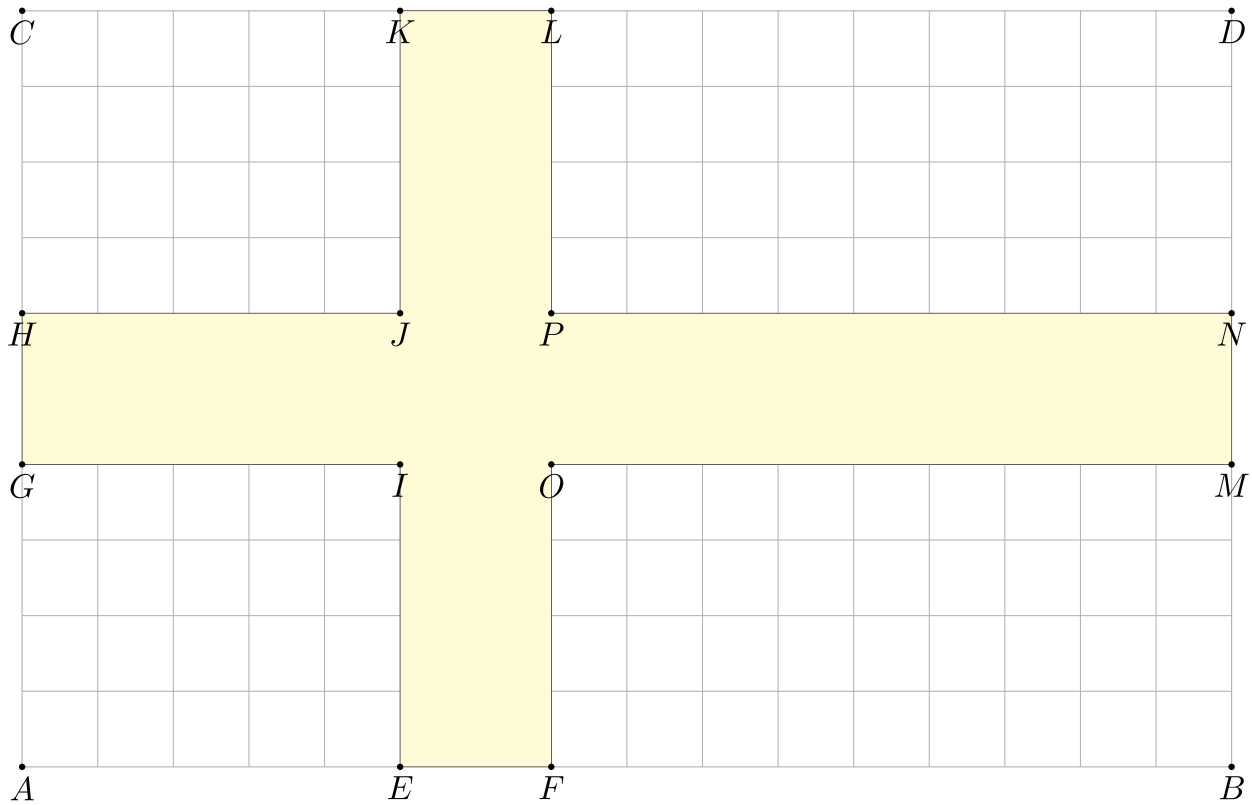
Lequel est le plus haut ? Justifie.

5) Même question avec un drapeau tunisien et un drapeau islandais.

6) Même question avec un drapeau des États-Unis et un drapeau de la Norvège.

Exercice 5

On trouve ci-dessous un schéma du drapeau de la Suède.
Sur Wikipédia, il est indiqué que " les proportions horizontales du drapeau suédois sont de 5:2:9 ".



1) Quel est le ratio hauteur:largeur de ce drapeau ?

2) Quelles sont les proportions verticales permettant de construire la croix de ce drapeau ?

3) Pour obtenir une couleur ressemblant au drapeau de la Suède, un peintre doit mélanger ses peintures blanche et bleue.

Le ratio blanc:bleu pour le mélange est $1 : 4$.

Le peintre veut obtenir 12 L de ce bleu suédois.

Quel volume de chaque peinture doit-il mélanger ?

Exercice 6

La drapeau de la Finlande ressemble beaucoup au drapeau de la Suède.
Sur un fond blanc, se trouve une croix bleue.
Pour tracer la croix présente sur le drapeau finlandais, on utilise un ratio horizontal 5:3:10 et un ratio vertical 4:3:4 .

1) Représente le drapeau finlandais sur ton cahier.

2) Pour orner le village olympique finlandais, un artiste est chargé de peindre le drapeau finlandais sur la façade d'un bâtiment.

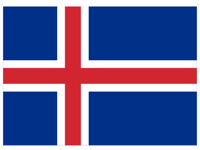
Le drapeau peint doit avoir une hauteur de 6,05 mètres.

(a) Quelle sera la longueur du drapeau ?

(b) Un litre de peinture permet de peindre une surface de 6 m^2.
Le peintre utilise une peinture blanche qui coûte 2,45 € le litre et un peinture bleue qui coûte 5,40 € le litre.

Combien va coûter la peinture nécessaire à cet ouvrage ?

Exercice 7



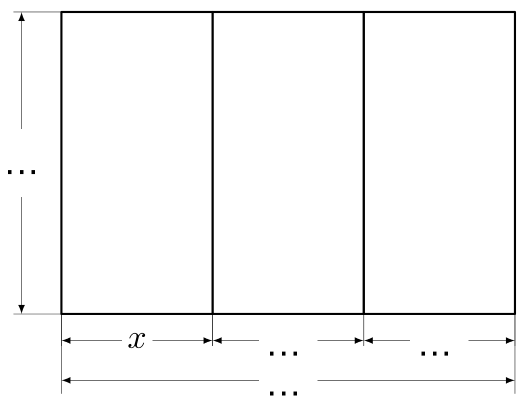
Drapeau de l'Islande

Le drapeau de l'Islande est tracé avec un ratio horizontal 7:1:2:1:14 et un ratio vertical de 7:1:2:1:7 .

En choisissant une **largeur adaptée**, trace ce drapeau.

Exercice 8

On a représenté ci-contre un schéma du drapeau français.
On appelle x la largeur d'une bande verticale.



1) Exprime à l'aide de x les autres longueurs indiquées.

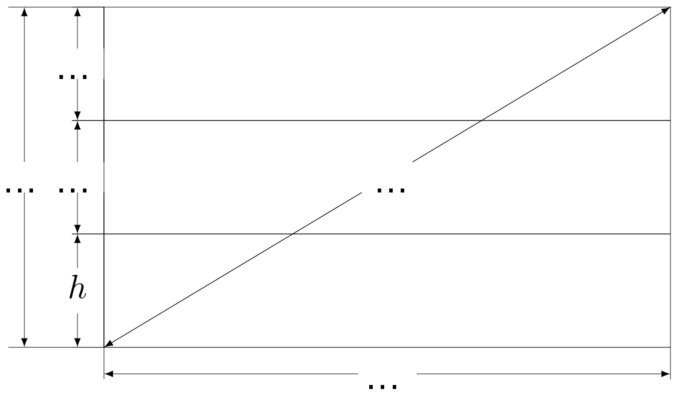
2) On appelle $H(x)$ la hauteur du drapeau en fonction de x.

Donne une expression de $H(x)$.

3) Quelle est la hauteur du drapeau lorsque $x = 5$ cm ?

4) Calcule $H(12)$. A quoi correspond ce résultat ?

Exercice 9



On a représenté ci-contre un schéma du drapeau allemand.
On rappelle que le drapeau allemand a un ratio hauteur:largeur de 3:5.

On appelle h la hauteur d'une bande horizontale.

1) Exprime à l'aide de h les autres longueurs indiquées.

2) On appelle $A(h)$ l'aire d'une bande horizontale.

Donne une expression de $A(h)$.

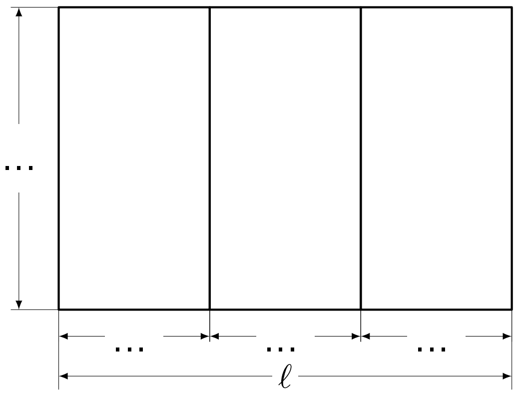
Exercice 10
On a représenté ci-contre un schéma du drapeau français.
Cette fois on appelle ℓ la largeur du drapeau.

1) Exprime à l'aide de ℓ les autres longueurs indiquées.

2) On appelle $H(\ell)$ la hauteur du drapeau en fonction de ℓ.

Donne une expression de $H(\ell)$.

3) Calcule $H(21)$.



Exercice 11

Comme le drapeau français, le drapeau du Laos a un ratio hauteur:largeur de 2:3 .

Il est formé de trois bandes horizontales. Les bandes inférieure et supérieure sont de couleur rouge.
La bande du milieu, de hauteur double, est de couleur bleue.

Au centre du drapeau, se trouve un disque blanc dont le diamètre est égal à $\frac{4}{5}$ de la hauteur de la bande bleue.

1) Représente le drapeau du Laos avec une largeur de 18 cm.

2) Quelle fraction de la largeur du drapeau représente le rayon du disque ?

3) Pour le nouvel an chinois, le gouvernement du Laos a chargé un artiste peintre de réaliser une fresque gigantesque avec en son centre le drapeau du Laos. Celui-ci doit avoir une largeur de 27 mètres.

Un litre de peinture permet de peindre 6 m^2.

Pour obtenir le rouge du drapeau du Cambodge, le peintre doit mélanger sa peinture blanche, bleue et rouge avec le ratio 1:2:7 .

▶ Combien de litres de peinture bleue le peintre va utiliser pour cette fresque ?

Exercice 12

Le drapeau du Bénin a un ratio hauteur:largeur de $2:3$.

Il est composé d'une bande verticale verte le long de la hampe, de largeur égale aux deux cinquièmes de la largeur du drapeau, et de deux bandes horizontales d'égale hauteur, jaune au-dessus et rouge au-dessous.

1) Représente le drapeau du Bénin.

2) On appelle ℓ la largeur du drapeau du Bénin et $A(\ell)$ l'aire de la bande verte du drapeau.

(a) Que représente $A(15)$?

(b) Détermine $A(\ell)$ et complète le tableau ci-dessous.

ℓ	0	15	30	45	60
$A(\ell) = \ldots\ldots\ldots$					

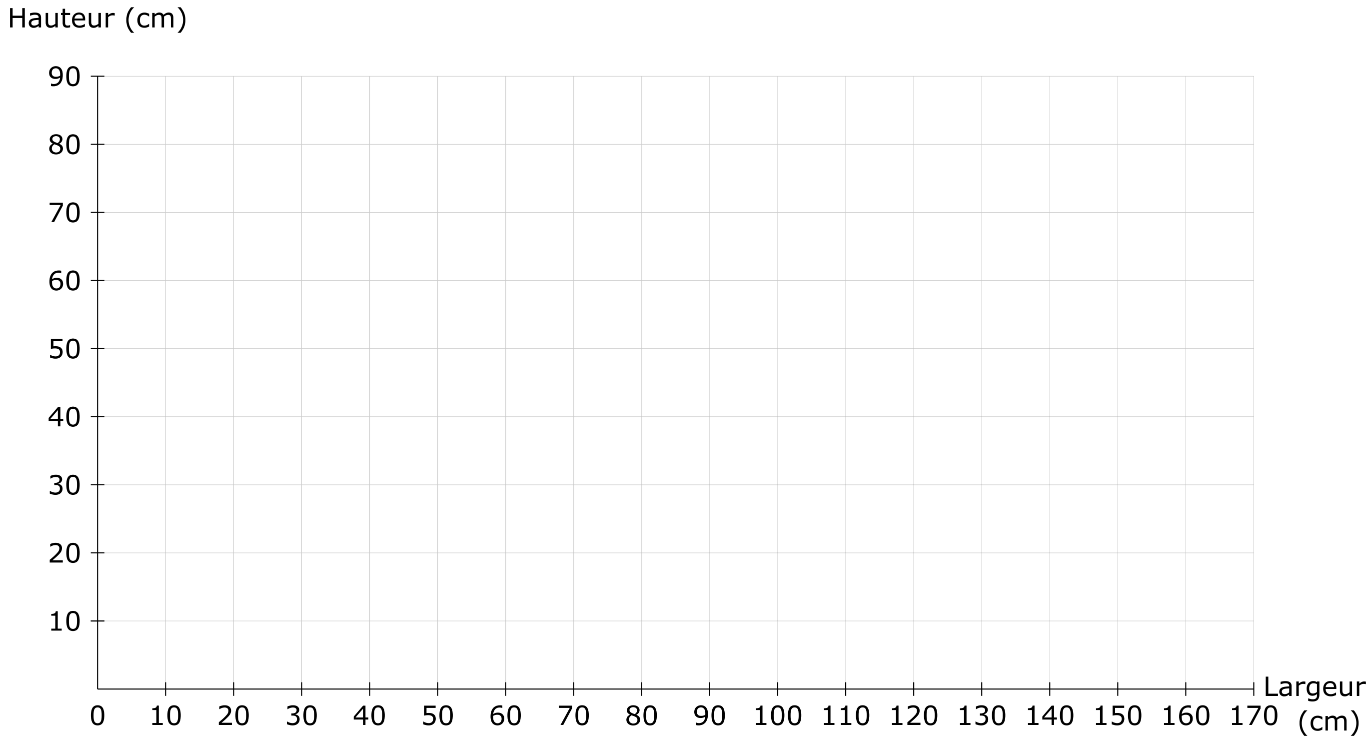
Exercice 13

Le drapeau de l'Irlande est construit à partir d'un ratio hauteur:largeur égal à $1:2$.
On a indiqué dans le tableau ci-dessous, différentes largeurs possibles pour des drapeaux irlandais.

1) Indique les hauteurs correspondantes.

Largeur (en cm)	0	20	40	60	80	120	160
Hauteur (en cm)							

2) Trace la courbe représentant la hauteur du drapeau de l'Irlande en fonction de sa largeur.



3) Que peux-tu dire de cette courbe ?

....

....

4) Que représente ce type de courbe ?

....

....

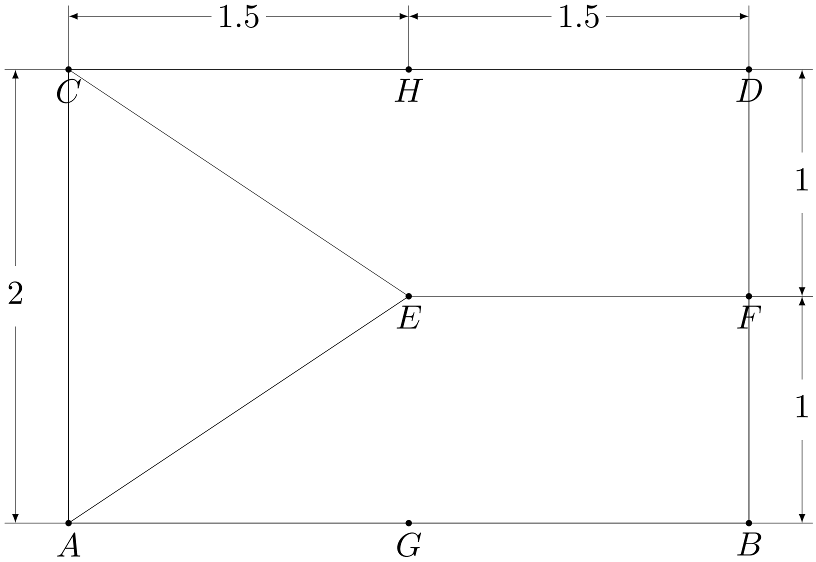
5) Pour obtenir la couleur orange du drapeau irlandais, un peintre doit mélanger sa peinture jaune, sa peinture blanche et sa peinture rouge en utilisant le ratio 3:1:4 .

Le peintre veut avoir 3,2 L de peinture orange.

Indiquer le volume de peinture jaune et le volume de peinture rouge à mélanger.

Exercice 14

Voici le drapeau de la République Tchèque.



Grâce à la trigonométrie, on peut calculer l'angle $\widehat{CEA}$ et trouver qu'il vaut environ $67,38°$.

1) Quelle est la nature de CEA ?

2) En déduire $\widehat{ACE}$.

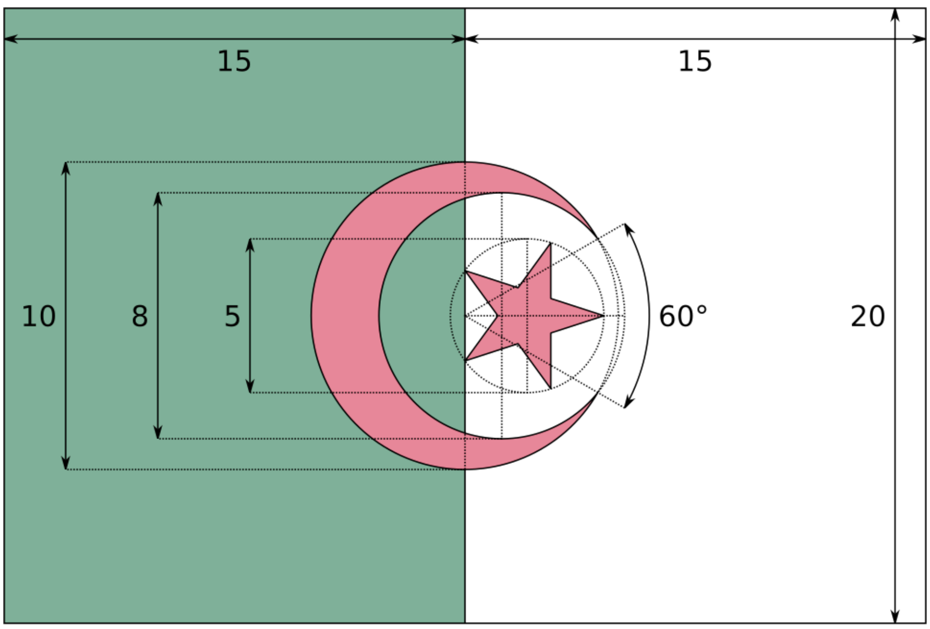
3) Calcule l'aire de ACE .

4) Calcule le périmètre de ACE.

Exercice 15

Voici le schéma représentant le drapeau de l'Algérie trouvé sur Wikipédia.

Reproduire sur votre cahier un drapeau de l'Algérie d'une **largeur de 24 cm**.



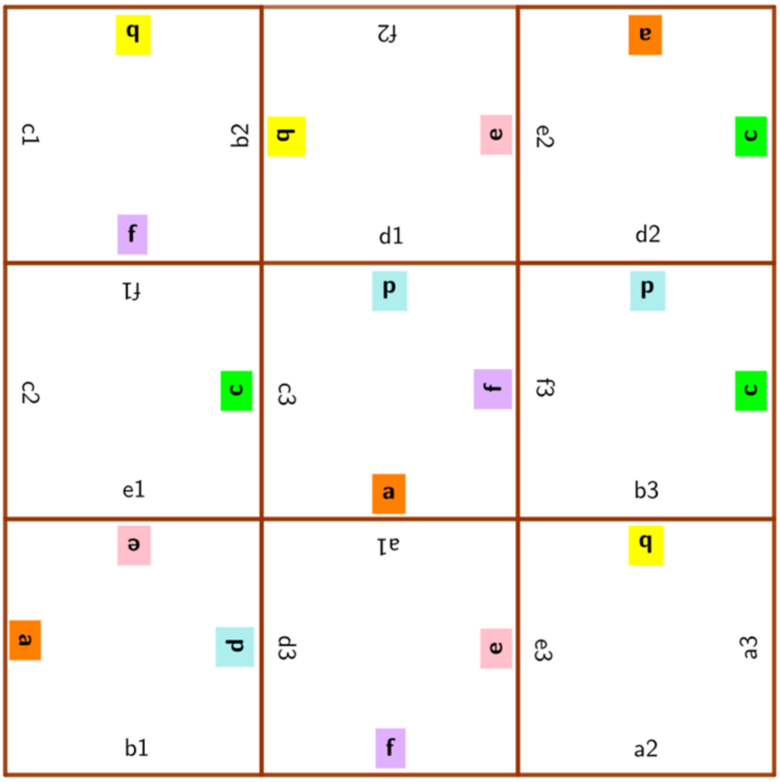
GÉNÉRATEUR DE PUZZLES
"9 CARRÉS POUR UN CARRÉ"

François Drouin ; Fathi Drissi

Dans le cadre du partenariat entre l'APMEP Lorraine et le labomaths " Le Moulin des Maths " du collège Louis Armand à Moulins-Lès-Metz, nous avons créé un générateur de puzzles " 9 carrés pour un carré " pour les enseignants qui souhaitent proposer ce type de défi à leurs élèves ou en faire créer par leurs élèves.
Ce générateur se trouve à cette adresse.

Rappelons le principe de construction de tels puzzles.
Au départ, il faut choisir six nombres, notés a, b, c, d, e et f. Ils forment la première colonne du tableau ci-dessous.
Ensuite, il faut compléter les lignes du tableau par des expressions égales à ces nombres et notées a1 ; a2 ; a3 ; b1 ; b2 ; b3 ; c1 ; c2 ; c3 ; d1 ; d2 ; d3 ; e1 ; e2 ; e3 ; f1 ; f2 et f3.

	Nombre de départ	Expression 1	Expression 2	Expression 3
Nombre 1	a	a1	a2	a3
Nombre 2	b	b1	b2	b3
Nombre 3	c	c1	c2	c3
Nombre 4	d	d1	d2	d3
Nombre 5	e	e1	e2	e3
Nombre 6	f	f1	f2	f3



Il reste ensuite à construire les neuf carrés en utilisant le modèle ci-contre. Une solution est apparente mais celle-ci disparaît après le découpage des pièces.

Pour plus d'informations sur la méthode, on pourra consulter la page 84 de la brochure régionale " Un tableau et des jeux numériques " à cette adresse.

Le générateur créé à l'aide de GeoGebra permet de construire automatiquement les neuf cartes du puzzle et la position des expressions peut être ajustée à l'aide de la souris.
Ce générateur utilise la fonction LaTex de GeoGebra et permet donc d'écrire des expressions mathématiques comme les fractions ou les racines carrées.

Pour écrire	Saisir l'expression
$\frac{a}{b}$	" \frac{a}{b} "
$\sqrt{a}$	" \sqrt{a}"

Si l'expression est trop longue, il est possible de la couper en utilisant le retour à la ligne "\\".
Par exemple, le texte "expression \\trop longue" sera affiché ainsi :

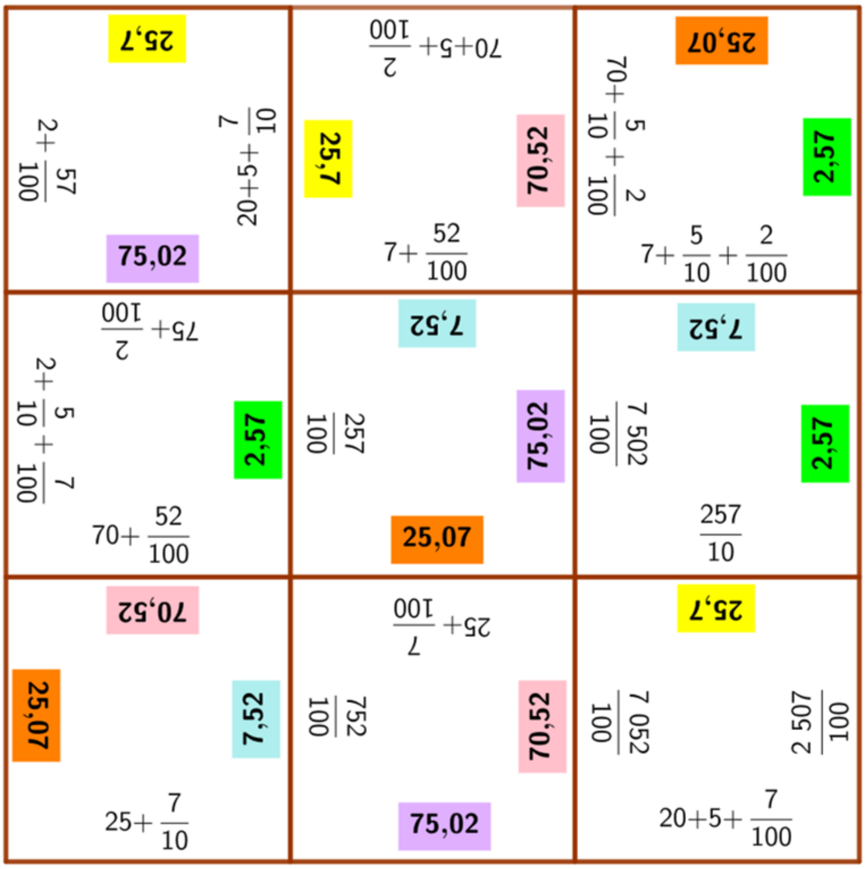
expression
trop longue

Voici un exemple de puzzle créé pour des élèves de sixième :

Les six nombres choisis au départ et leurs différentes écritures.

	Nombre de départ	Expression 1	Expression 2	Expression 3
Nombre 1	25,07	25+\frac{7}{	20+5+\frac{	\frac{2 507}{
Nombre 2	25,7	25+\frac{7}{	20+5+\frac{	\frac{257}{1(
Nombre 3	2,57	2+\frac{57}{	2+\frac{5}{1	\frac{257}{1(
Nombre 4	7,52	7+\frac{52}{	7+\frac{5}{1	\frac{752}{1(
Nombre 5	70,52	70+\frac{52}	70+\frac{5}{	\frac{7 052}{
Nombre 6	75,02	75+\frac{2}{	70+5+\frac{	\frac{7 502}{

Les neuf carrés générés avec GeoGebra



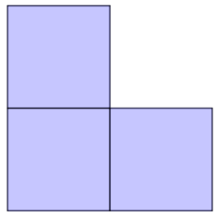
ÉTUDE MATHÉMATIQUE

PAVER DES RECTANGLES AVEC DES L-TRIOMINOS

Fathi Drissi

Un L-triomino est un assemblage de trois carrés superposables et accolés par un côté.

En Lorraine, ils sont appelés ”Petit L”.



Proposition 1

Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, il est possible de paver un rectangle $6 \times n$ avec des L-triominos.

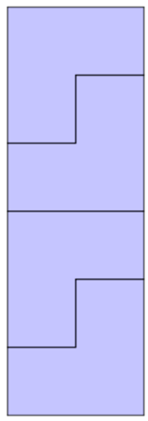
Preuve

Soit n un entier supérieur ou égal à 2.
Pour montrer qu'un rectangle $6 \times n$ peut être pavé par des L-triominos, on va montrer qu'il est formé de rectangles 3×2 et de rectangles 2×3. Puisque ces rectangles peuvent être pavés par des L-triominos, le grand rectangle le sera aussi.

On distingue deux cas selon la parité de n.

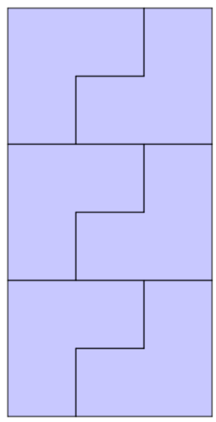
Premier cas : n est pair

Il existe un entier p strictement positif tel que $n = 2p$.
Un rectangle $6 \times 2p$ peut donc être pavé à l'aide de p rectangles 6×2.
Or, un rectangle 6×2 est formé de 4 L-triominos comme l'indique la figure ci-contre.
Il s'en suit qu'un rectangle $6 \times 2p$ peut être pavé à l'aide de $4p$ L-triominos.



Deuxième cas : n est impair

Il existe un entier p strictement positif tel que $n = 2p+1$. Puisque $2p+1 = 2(p-1)+3$, un rectangle $6\times(2p+1)$ peut être découpé en $p-1$ rectangles 6 × 2 et un rectangle 6 × 3. Or, un rectangle 6 × 3 est formé de 6 L-triominos et comme on l'a vu précédemment, un rectangle 6 × 2 est formé de 4 L-triominos. Donc, un rectangle $6 \times (2p+1)$ peut être pavé à l'aide de $4(p-1)+6$ soit $4p+2$ L-triominos.



Proposition 2

Soient n et m deux entiers supérieurs ou égaux à 4. On peut paver un rectangle $n \times m$ avec des L-triominos si, et seulement si, n ou m est un multiple de 3.

Preuve Soient n et m deux entiers supérieurs ou égaux à 4.
On suppose que les rectangles $n \times m$ peuvent être pavés avec des L-triominos. Un tel rectangle est formé de mn cases et puisque un L-triomino est composé de 3 cases, alors le produit mn est un multiple de 3. Le nombre 3 étant premier, d'après le lemme d'Euclide, 3 divise m ou n.

Réciproquement, on suppose que n ou m est un multiple de 3 et on va montrer que les rectangles $n \times m$ peuvent être pavés avec des L-triominos. On peut se limiter à l'étude du cas où n est un multiple de 3 puisque les rectangles $n \times m$ et $m \times n$ sont superposables par une rotation d'angle $\pi/2$.
On suppose que n est divisible par 3.

Premier cas : n est pair

Dans ce cas, n est un multiple de 6 et il existe un entier q strictement positif tel que $n = 6q$. Il s'en suit que tout rectangle $n \times m$ peut être découpé en q rectangles $6 \times m$ et d'après la proposition 1, il peut être pavé par des L-triominos.
Deuxième cas : n est impair
Il existe un entier k strictement positif et impair tel que $n = 3k$.

On peut distinguer deux cas selon la parité de m.

- m est pair :
  Il existe alors un entier h strictement positif tel que $m = 2h$. Il s'en suit que tout rectangle $n \times m$ peut être découpé en $k \times h$ rectangles 3×2 et donc pavable par des L-triominos.

- m est impair :
  L'entier n étant un multiple impair de 3 et supérieur ou égal à 4, il existe un entier naturel a tel que $n = 9 + 6a$. Et puisque m est un entier impair supérieur ou égal à 4, il existe un entier naturel b tel que $m = 5 + 2b$.

Or, on a :

$$(9 + 6a)(5 + 2b) = 9 \times 5 + 9 \times 2b + 6a \times 5 + 6a \times 2b$$

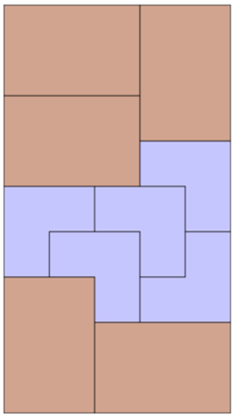
Ou encore :

$$(9 + 6a)(5 + 2b) = 9 \times 5 + 6 \times 3b + 6 \times am$$

Donc, tout rectangle $(9+6a)\times(5+2b)$, avec a et b strictement positifs, peut être découpé en trois rectangles : un rectangle 9×5, un rectangle $6 \times 3b$ et un rectangle $6 \times am$.

D'après la proposition 1, les rectangles $6\times3b$ et $6\times am$ peuvent être pavés par des L-triominos.

De plus, un rectangle 9×5 peut être pavé avec des L-triominos comme l'indique le dessin ci-contre où chaque rectangle brun est un rectangle 3×2 qui peut être pavé par deux L-triominos.



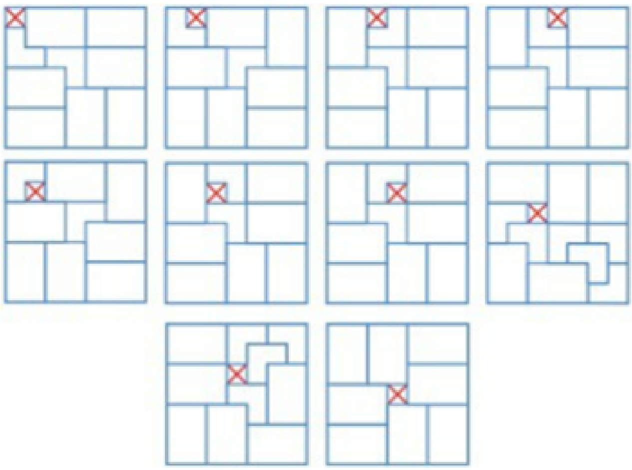
Si a ou b est nul, le rectangle $9 \times (5+2b)$ ou le rectangle $(9+6a)\times 5$ peut être découpé en deux rectangles : un rectangle 9×5 et un rectangle $6\times3b$ ou un rectangle 9×5 et un rectangle $6 \times 5a$. Dans les deux cas, les deux rectangles peuvent être pavés avec des L-triominos.

Question
Soient k un entier strictement positif et un carré $(6k+1)\times(6k+1)$.
On pose un monomino (composé d'un seul carré) sur une des $(6k+1)^2$ cases.
Est-il possible de paver les cases restantes par des L-triominos ?

Quelle que soit la case sur laquelle on pose le monomino, le reste du carré $(6k+1)\times(6k+1)$ est toujours pavable par des L-triominos.
On va démontrer par récurrence que si l'on pose un monomino sur un carré $(6k+1)\times(6k+1)$, on peut toujours paver le reste du carré par des L-triominos.

- Pour $k=1$ (voir Petit Vert n° 124)

  À une symétrie ou une rotation près du carré 7×7, il y a dix positions possibles pour le monomino. Pour chacune de ces positions, on peut paver le reste du carré par des L-triominos.

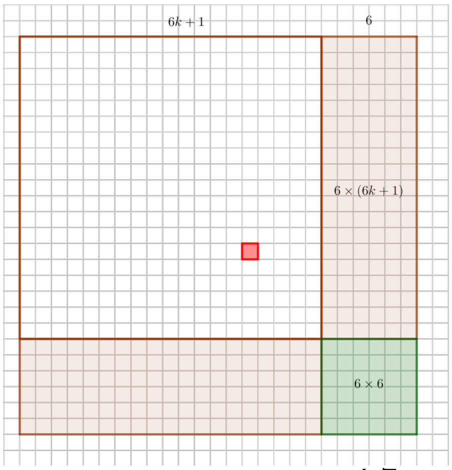


- Supposons le cas du carré $(6k+1)\times(6k+1)$ démontré, et posons un monomino sur un carré $(6(k+1)+1)\times(6(k+1)+1)$.

  On peut découper le grand carré en quatre parties : un carré $(6k+1)\times(6k+1)$, un carré 6×6 et deux rectangles $6\times(6k+1)$.

À une symétrie ou une rotation près du carré, on peut toujours effectuer ce découpage de telle sorte que le monomino soit contenu dans le carré $(6k+1) \times (6k+1)$.

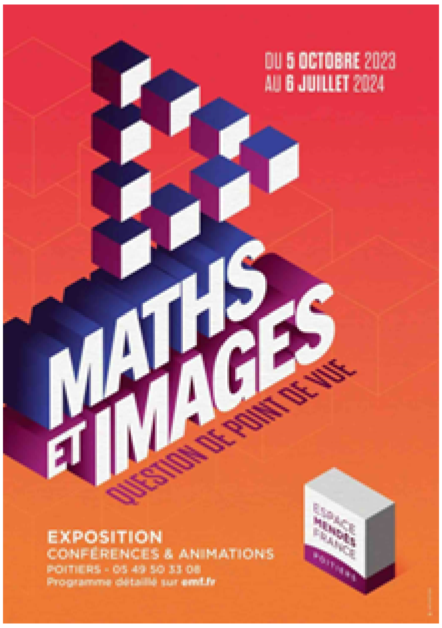
D'après la proposition 1, les rectangles $6 \times (6k+1)$ et le carré 6×6 peuvent être pavés par des L-triominos et d'après l'hypothèse de récurrence, on peut paver le reste du carré $(6k+1) \times (6k+1)$ par des L-triominos, ce qui conclut la preuve par récurrence.



Dans le Petit Vert n°124, François Drouin a montré qu'il est possible de paver un carré $7x \times 7$ par des L-triominos et un monomino. J'ai généralisé ce résultat aux carrés $(6k+1) \times (6k+1)$. On peut adapter le raisonnement aux carrés $(6k-1) \times (6k-1)$.

ANNONCE

MATHS ET IMAGES



Les vacances d'automne sont achevées. D'autres plus hivernales ou printanières nous donneront une raison supplémentaire d'aller à Poitiers voir de bien belles choses.

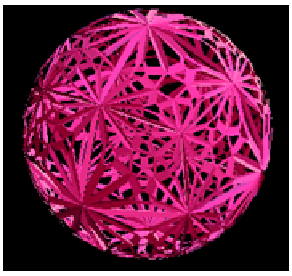
Le dossier pédagogique et le livret de l'exposition sont alléchants, riches en ressources en ligne !

L'exposition sera présente jusqu'aux vacances d'été, cela nous laisse du temps pour programmer notre visite.

VU SUR LA TOILE

L'AIR D'UNE SPHÈRE

Gilles Waehren

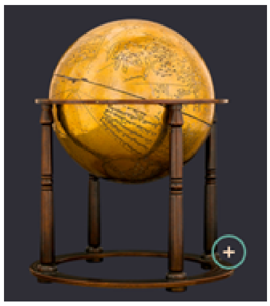


Déjà abordé dans Le Petit Vert 140, de décembre 2019, ce marronnier de la période de fin d'année porte beaucoup de fruits. Garniture numéro 1 de l'arbre de Noël, la boule, souvent réduite à l'espace situé entre deux boules concentriques, est plus proche de l'idée que l'on se fait d'une sphère. Ainsi, Xah Lee, sur son site , propose-t-il des représentations de sphères tout en dentelles. Quelques cubes accompagnent ces figures, ainsi que des étoiles qui permettent de rester dans le thème. On prendra le temps de s'égarer dans sa galerie d'images mathématiques.

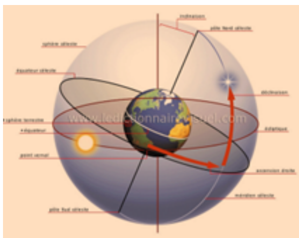
Si ces « boules » vous semblent trop statiques, vous pourrez suivre ces vidéos de retournement de sphère. Pour les amateurs de dentelles, elles ont inspiré les sphères de ce chocolatier.

Instrument d'astronomie, la sphère armillaire n'est pas dénuée d'esthétique.

Utilisée depuis l'antiquité pour l'observation des astres, elle aurait permis à Ptolémée de déterminer l'heure de l'équinoxe. On peut compléter ces connaissances sur cet objet en consultant cette page produite par le Centre National de l'Histoire des Sciences, installé en Belgique. Ce site, assez riche, renferme notamment quelques activités à vocation pédagogique ; mais c'est sur le site de la Société d'Astronomie de la Côte Basque qu'on pourra lire le compte-rendu d'un atelier de construction de la sphère armillaire.



Cet instrument n'est pas la seule construction dans l'histoire de l'humanité et le site Proantic, consacré aux antiquités, nous donne un aperçu des différentes créations humaines. L'exposition « Le Globe et son image », évoquée dans l'article précédent, a été présentée au public à la BNF en 2019, ce diaporama reprendre une animation interactive de l'installation. Toujours sur le site de la BNF, on pourra suivre les différentes histoires de l'invention de la sphère dans les civilisations humaines (notamment au Moyen Orient, ci-contre).



Les nombreuses représentations des sphères célestes et terrestres proposées ici peuvent être sources de nombreuses activités en classe. On les complétera par ces figures des sphères dites locales (astronomique et nautique), mais aussi par cette présentation, quelque peu brouillonne mais riche en images, de l'harmonie des sphères, théorie pythagoricienne digne de son auteur : géniale et fantaisiste.

Claude Lothier se définit comme « perspectiviste acharné » ; il nous livre une modélisation de demi-sphère « en 64 cases » très réussie. Elle termine cette rubrique rondement menée.

OPÉRATION « PAVÉS COLORÉS À BAR-LE-DUC »

Groupe Maths et Arts - APMEP Lorraine

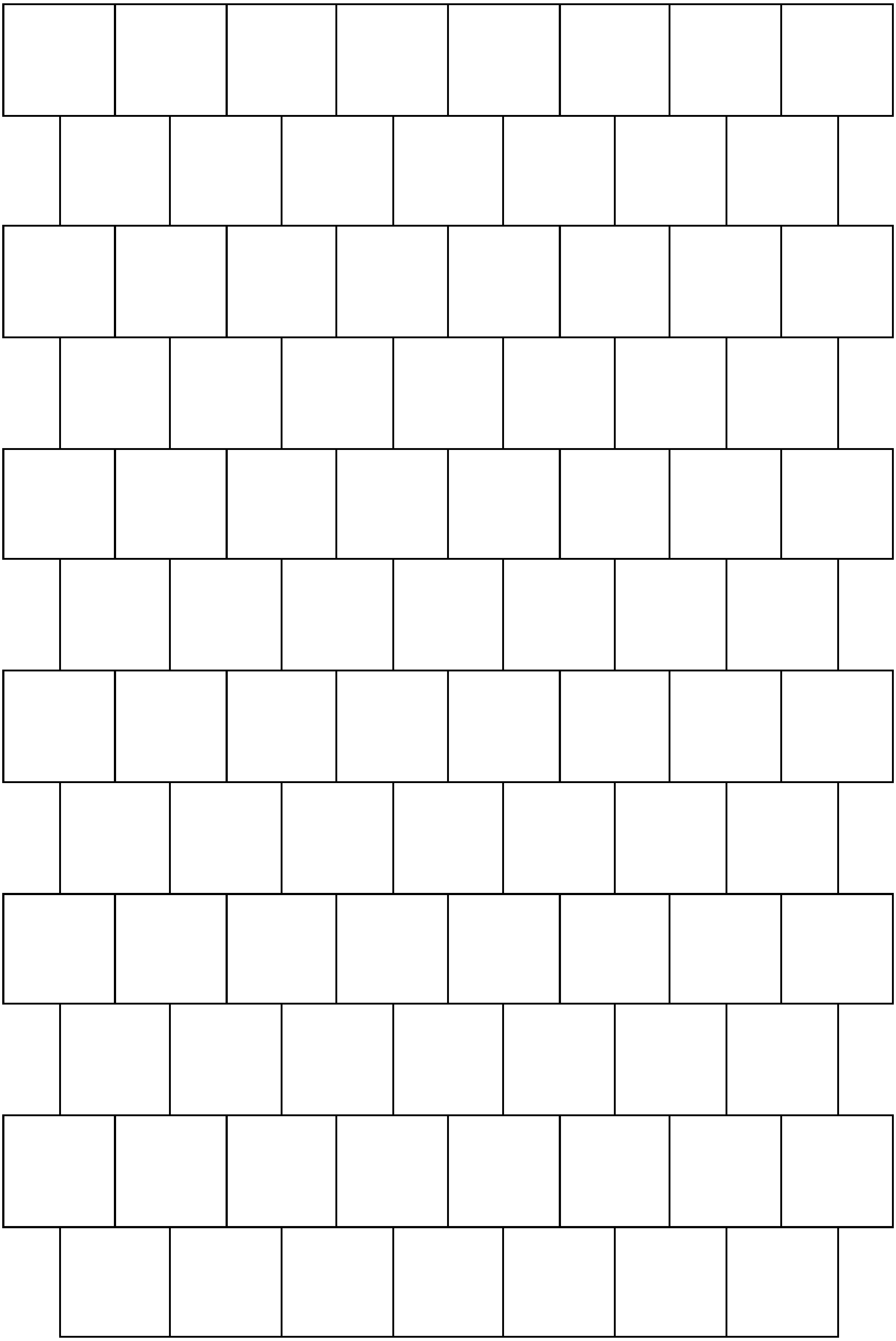
Le 25 juin 2023, l'Est Républicain relatait l'initiative de la ville de Bar-le-Duc en écho à un des spectacles du Festival RenaissanceS : venir le dimanche 24 juin le matin pour peindre les pavés d'une rue de la ville.

« *Plusieurs parents ont déchanté en apprenant les nombreuses consignes du staff* », nous dit le journaliste.

La lecture de l'article nous en dit plus à propos de ce qui allait être effectué.

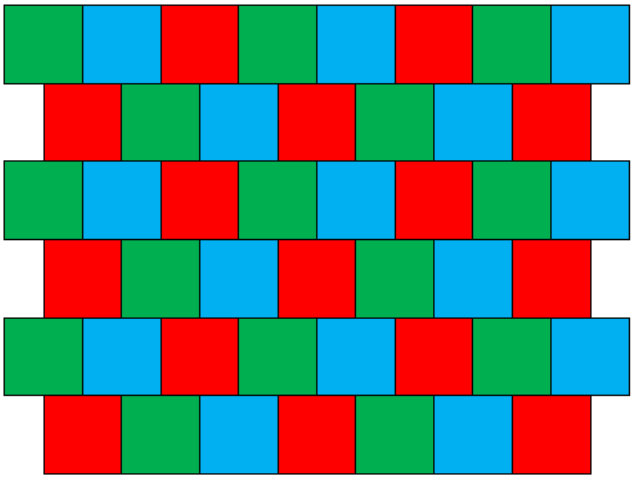
Des pots de peinture biodégradable bleue, jaune, verte, rouge et rose et des pinceaux étaient mis à disposition : pas de débordements, pas de couleurs identiques côte à côte (consigne non respectée dans la photo du journal), pas de motifs.
Des enfants âgés de 3 ans sont venus peindre les pavés : il est clair que peindre comme cela était demandé ne pouvait être réussi qu'à partir d'un âge plus élevé.

Imprimez cette page du Petit Vert, sortez vos feutres ou vos crayons de couleur et coloriez « comme à Bar-le-Duc », en classe ou en famille ce dessin d'une partie des pavés.



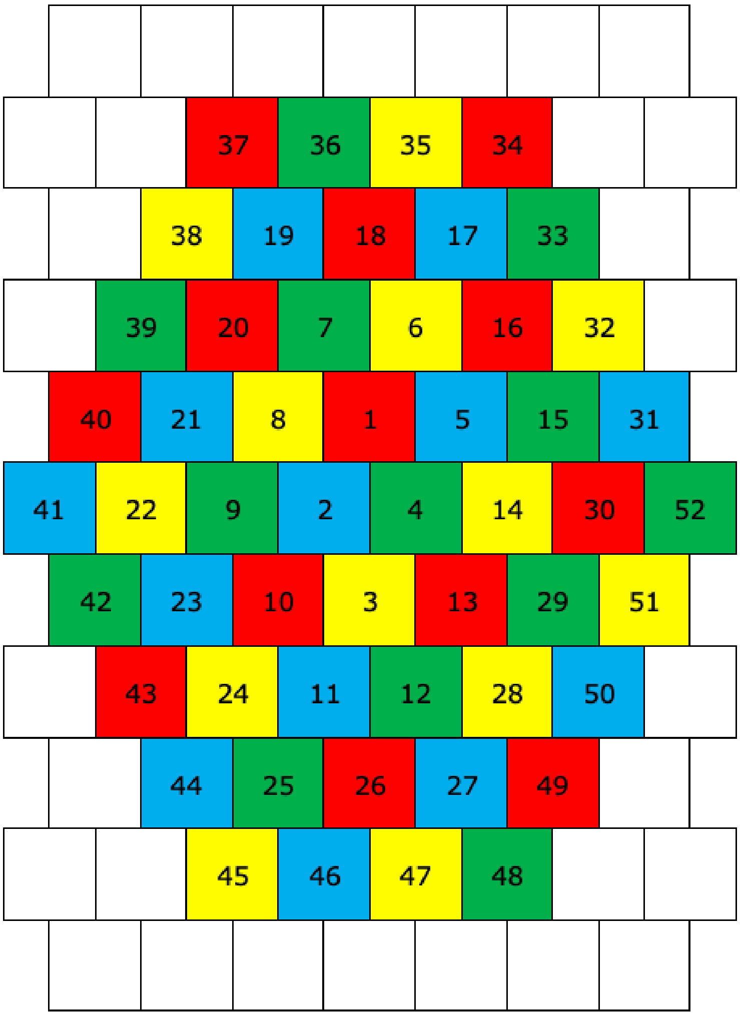
L'œuvre réalisée à Bar-le-Duc était une œuvre collective. Chaque participant(e) a peint une zone autour de lui ou d'elle. Des pavés n'ont pas été peints.

En utilisant trois couleurs, il est possible d'imaginer un coloriage complet de la zone sans que deux pavés d'une même couleur se touchent.



De jeunes lecteurs retrouveront sans doute aisément l'algorithme de coloriage utilisé.
Cette proposition présentant beaucoup de régularités est sans nul doute trop éloignée de celles de l'équipe à l'initiative du projet.

Voici une autre possibilité.



La numérotation des pavés s'enroule autour du premier pavé à peindre.

Le choix des couleurs est fait à partir de répétitions de la liste « ROUGE, BLEU, JAUNE, VERT ». Si la couleur donnée par la liste est celle d'un rectangle déjà colorié, la couleur suivante de la liste est alors utilisée : par exemple, la case 5 aurait dû être ROSE, elle est voisine de la case 1 de même couleur, la couleur suivante BLEU a alors été utilisée.

Cet algorithme permet la poursuite du choix des couleurs. Aucune régularité n'apparaît dans l'ensemble, ce procédé de mise en couleur aurait peut-être été accepté.

Suite estivale

La peinture utilisée avec les enfants était une peinture à l'eau : elle n'a pas résisté aux intempéries de juillet. La réalisation ayant beaucoup plu aux Barisiens, les agents du service de la voirie de la Ville ont repeint les pavés début août, en utilisant cette fois une peinture prévue pour rester plusieurs mois.
La couleur blanche a été utilisée en plus des couleurs utilisées fin juin.
Les deux photos jointes ci-dessous ont été prises le jour de la rentrée scolaire : le soleil était au rendez-vous.

Nous remarquons de nouveau que la contrainte « pas de couleurs identiques côte à côte » n'a pas été respectée, mais en famille ou ailleurs, cela va sans doute donner des envies de coloriage du dessin vierge fourni en début de cet article.

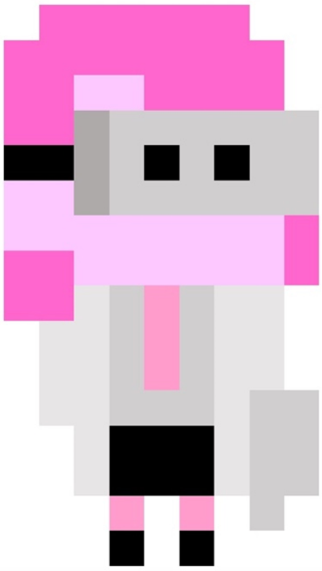
Le Petit Vert est preneur de photos de vos productions et de celles que vous aurez initiées.

PIXEL ART À RENNES

Groupe Maths et Arts - APMEP Lorraine

En sortant de la conférence de clôture, un des participants lorrains aux Journées Nationales 2023 s'est arrêté devant la « Livrerie des Jacobins ».

Le lieu est bien sympathique. À droite de la vitrine, des évocations de belles choses à lire et de bonnes choses à boire. À gauche, un dessin réalisé en Pixel Art donne une raison supplémentaire de s'arrêter.



Observer la devanture du magasin ou une de ses photos. Avoir envie de reproduire le motif. Se convaincre du besoin d'un quadrillage pour dessiner les zones de couleur. Repérer les positions de ces différentes zones. Finaliser le dessin.

Voici quelques étapes riches en compétences à mettre en œuvre (en classe ou en dehors de la classe…).

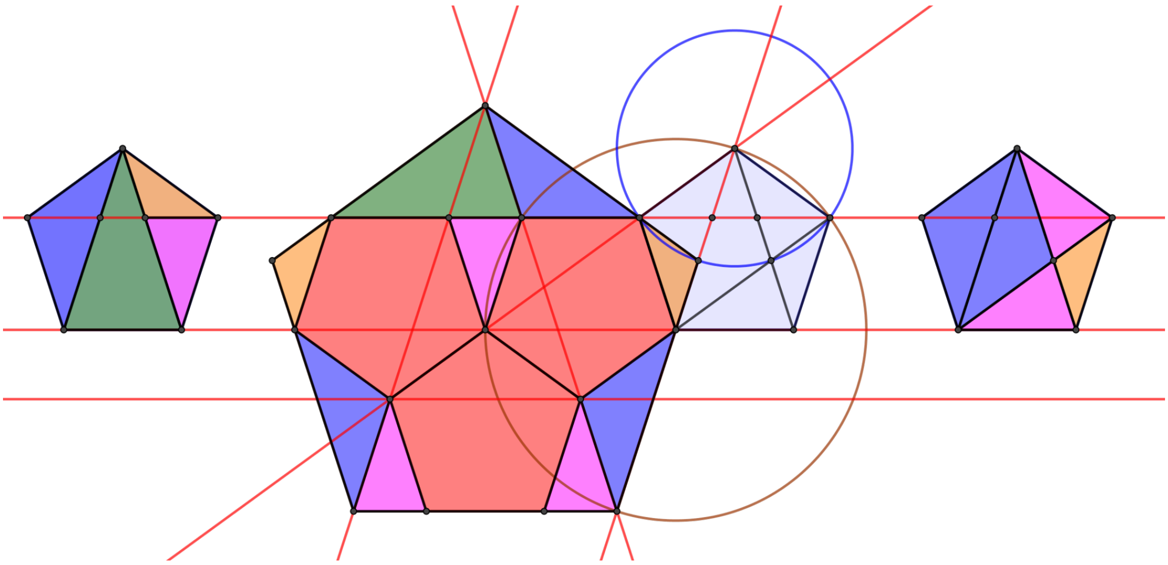
Ce Pixel Art a été réalisé pour promouvoir une séance de dédicaces du livre "Les oubliés de la science" pendant la récente Fête de la Science.

Ce Petit Vert va paraître en période de réflexions « cadeaux pour fin décembre ou plus tard ». Cette bien intéressante Bande Dessinée semble un beau projet d'achat.

UNE PENTA-SECTION DU PENTAGONE RÉGULIER

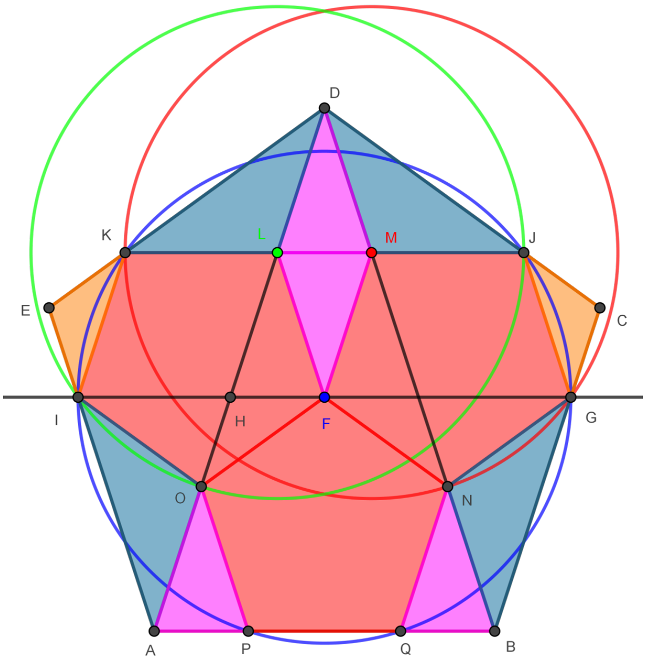
Groupe Jeux - APMEP Lorraine

Voici une penta-section du pentagone régulier avec trois des cinq pentagones en un seul morceau.

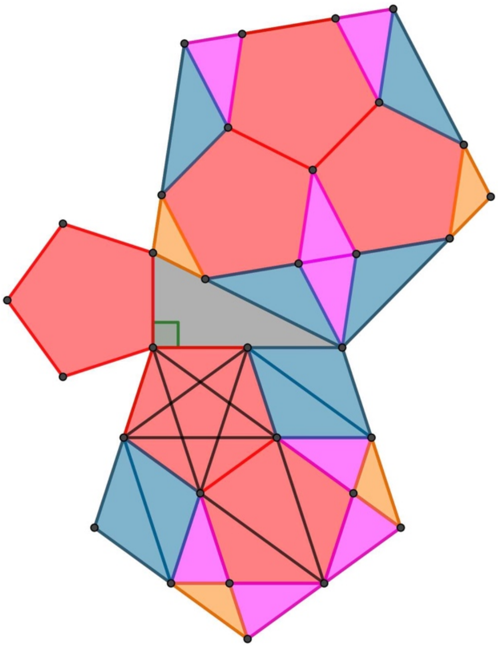


Découper le triangle vert et un triangle violet fournit un découpage ayant un axe de symétrie.

Soit ABCDE un pentagone régulier de centre F. Voici un programme de construction permettant d'obtenir une penta-section de ce pentagone :



1) Tracer la parallèle à (AB) passant par F. Elle coupe [AD] en H, [BC] en G et [AE] en I.
2) Tracer le cercle de centre F passant par G. Il coupe [DE] proche de E en K, [CD] proche de C en J et [AB] en P et Q.
3) Tracer le segment [JK]. Il coupe [AD] en L et [BD] en M.
4) Tracer le cercle de centre M passant par G. Il coupe [BD] en N.
5) Tracer le cercle de centre L passant par I. Il coupe [AD] en O.



Les pièces de cette penta-section sont ici utilisées pour cette visualisation du théorème de Pythagore.

Derrière cette penta-section se cache le nombre d'or φ et la relation $\varphi = 1 + \dfrac{1}{\varphi}$.

Ne serait-ce pas l'occasion de proposer aux élèves un travail pluridisciplinaire à propos du nombre d'or ?

Quelques idées

En 2014, dans le Petit Vert n°118, Fibonacci et le nombre d'or ont été évoqués en CM1-CM2 dans le cadre d'un travail interdisciplinaire.
En 2014 également, des tracés de pentagones réguliers sont proposés dans le Petit Vert n°120. Au cycle 3, les instruments de géométrie traditionnels sont utilisés, en classe de seconde, le logiciel Python est mis en œuvre et un exposé à propos du nombre d'or est demandé aux élèves.

Téléchargeable sur notre site, cette brochure évoque des rencontres en architecture.

Dans le Petit Vert n°149, l'article le Nombre d'or et le Grand Oral présentait quelles pistes d'utilisation : elles sont ici reprises et complétées.
La phyllotaxie le fait rencontrer en botanique. Des idées pour le « grand oral » en lien avec les spécialités Maths et SVT ? La lecture d'un compte-rendu de recherche du groupe « ATELIER » de l'IREM de Strasbourg avait donné des envies à deux enseignants du collège des Hauts de Blémont à Metz.

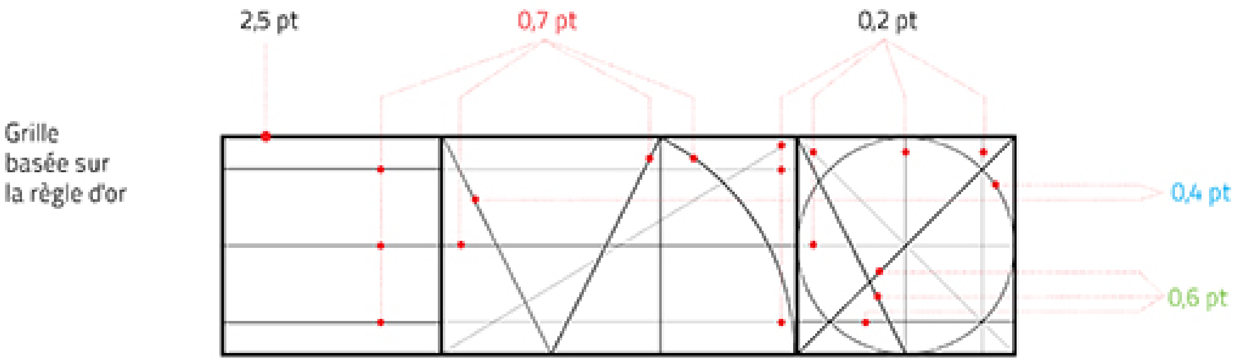
Le nombre d'or est présent en littérature, en particulier dans l'œuvre de Charles Baudelaire.

Une belle spirale peut être tracée en utilisant les logiciels Python ou Scratch ou en utilisant la règle non graduée. Le puzzle KDo 2022 mettait en avant le nombre d'or

Logos et nombre d'or

En poursuivant nos recherches, le logo de l'Ordre des Architectes a retenu toute notre attention.

Il a été imaginé en 2017 par le graphiste et designer Ruedi Baur.
Pour le tracer, il est clairement fait référence au nombre d'or.

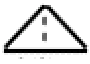


Un rectangle d'or est encadré par deux carrés.
Sur la Toile, une recherche « logos-nombre d'or » fournit bien d'autres exemples. Il semblerait qu'introduire le nombre d'or dans un logo le rende plus efficace !
Le Petit Vert est preneur des productions de vos élèves. Bons tracés !

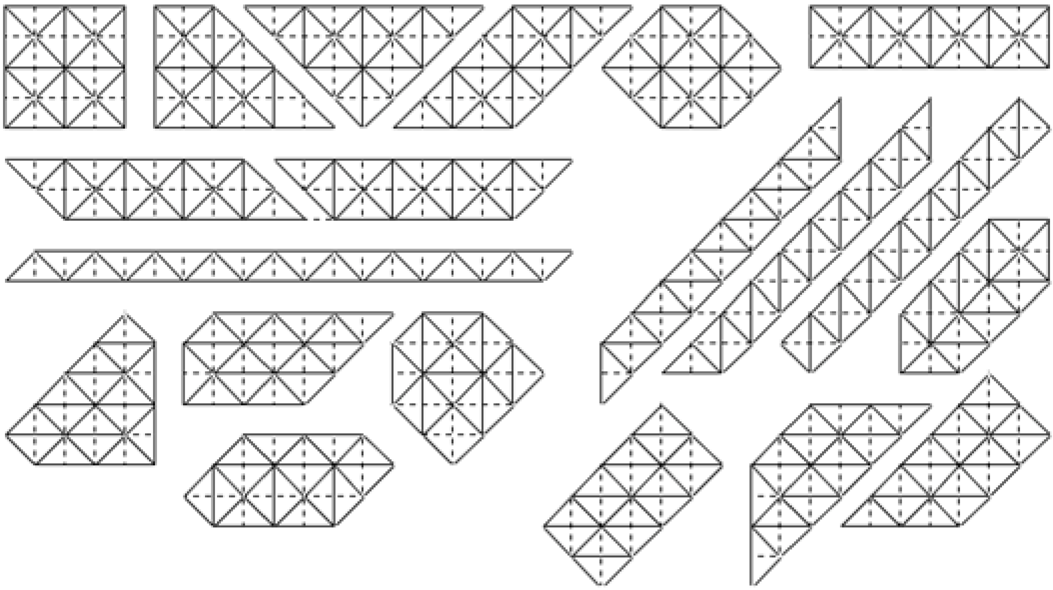
MATHS ET JEUX

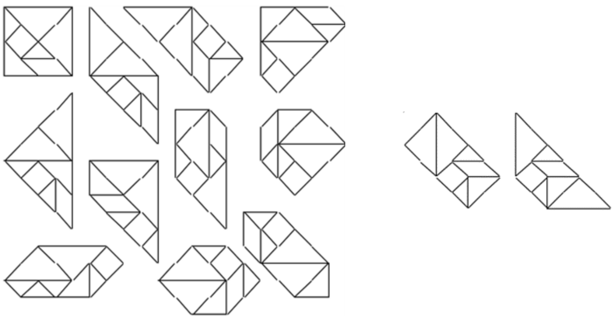
DES PUZZLES, DES POLYGONES CONVEXES ET COCOGRAM

Groupe Jeux - APMEP Lorraine

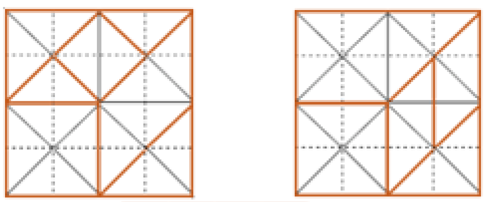


Philippe Moutou précise qu'assembler 16 triangles rectangles isocèles identiques à celui dessiné ci-contre permet la réalisation de 20 polygones convexes différents.

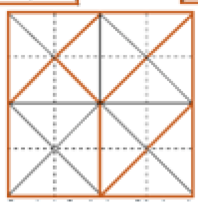




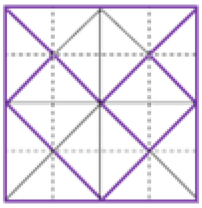
Le Tangram ne permet la réalisation que de 13 d'entre eux.



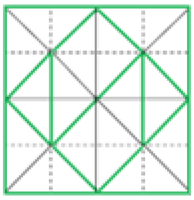
Le puzzle Pythagoras permet la réalisation de 12 polygones convexes. Le Petit Vert n°153 lui a associé le puzzle de Fribourg. Celui-ci permet la réalisation de 3 polygones convexes supplémentaires.

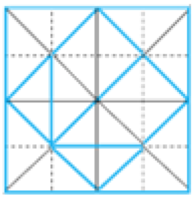


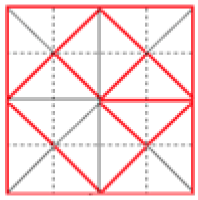
Le puzzle de Sarrelouis est aussi appelé Regulus. Il ne permet que la réalisation de 7 polygones convexes.



Le Carré de Metz permet la réalisation de 13 polygones convexes.

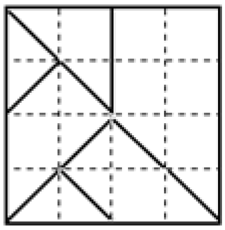






Jeux Écollège 5 « Géométrie » met en avant trois nouveaux puzzles géométriques. ROUGE permet la réalisation de 13 polygones convexes, VERT et BLEU en permettent 16.

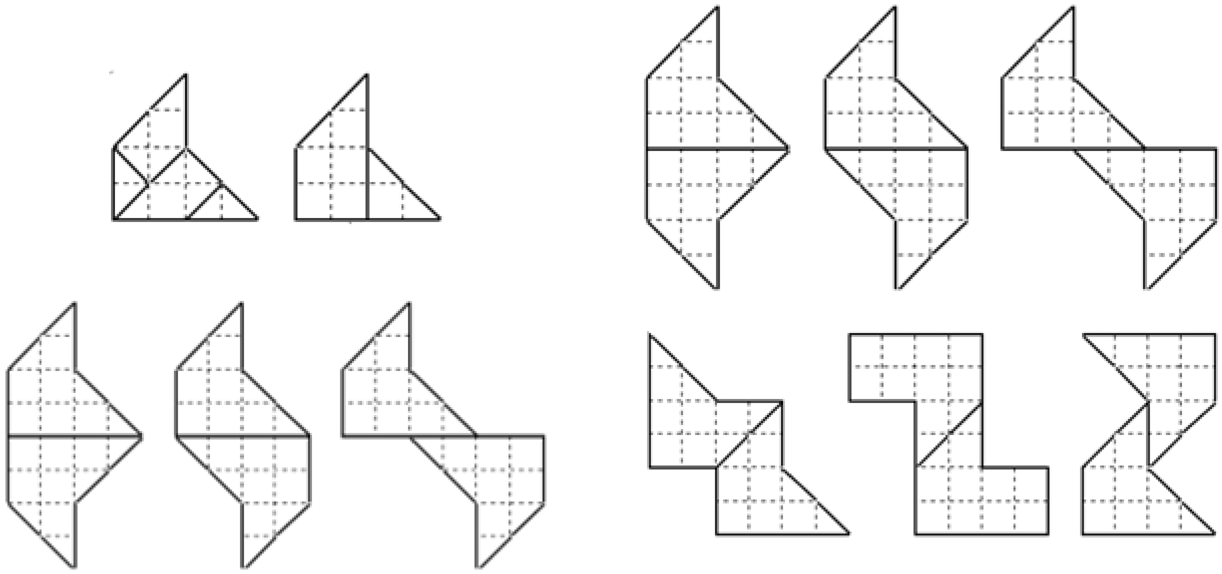
Philippe Moutou s'est intéressé à des puzzles permettant la réalisation du plus grand nombre possible de polygones convexes. Il s'est en particulier intéressé à COCOGRAM imaginé par Gianni Sarcone. 16 polygones convexes sont réalisables.



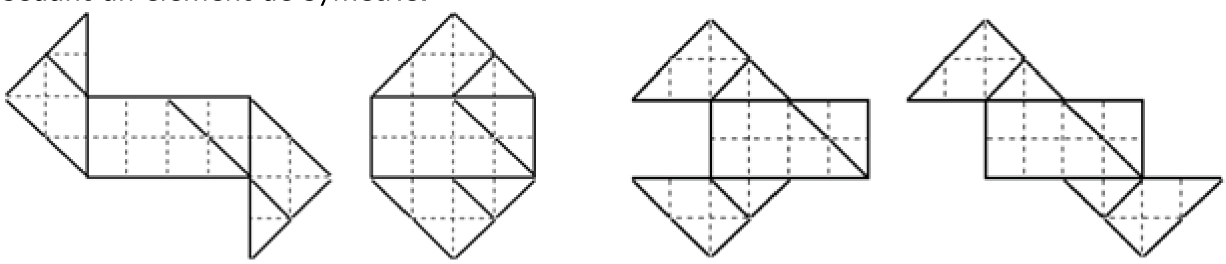
Ce sympathique découpage a retenu notre attention. Nous l'avons construit, manipulé et nous avons envie de partager l'état actuel de nos recherches.

Des polygones à pourtour symétrique

Les six pièces peuvent être assemblées pour former deux polygones superposables. L'intervention de symétries fourni des familles de polygones à pourtour symétrique.

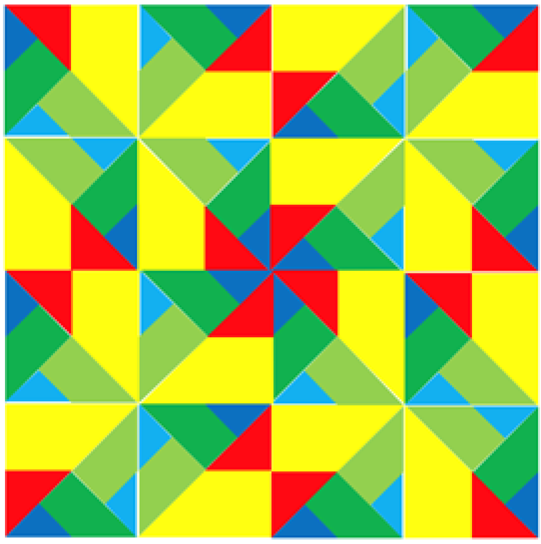


Il est également possible de placer de façon symétrique des pièces autour d'un premier assemble possédant un élément de symétrie.

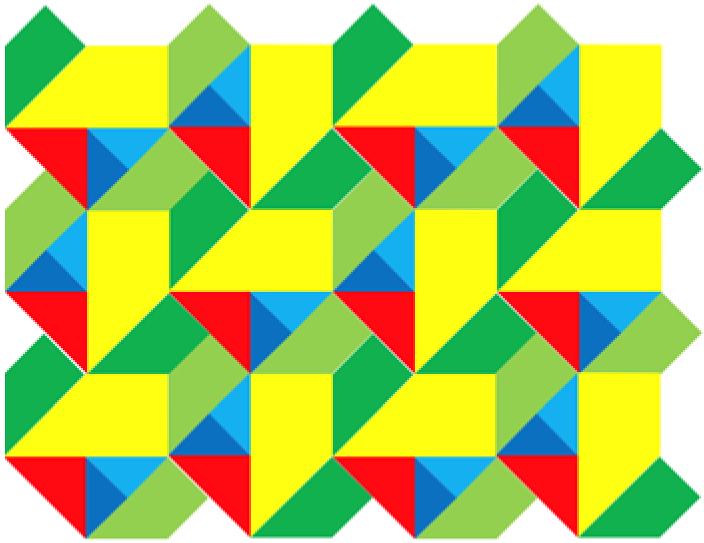


Des tuiles de pavages

Les pavages obtenus



Des rotations et des translations sont intervenues



Quelles transformations sont intervenues ?

Compléments

Un premier document présente des défis à proposer à de jeunes joueurs et joueuses.

Un second complément présente des pistes de recherche explorées avant l’écriture de cet article.

MATHS ET PHILO

LA BOITE DE PANDORE DE MAN DEVIL

Ou une petite histoire de la morale économique

Didier Lambois

De quoi parlons-nous lorsque nous parlons d'économie ? Lorsque j'en parle à ma voisine elle pense tout de suite à sa consommation en énergie, à ce qu'elle pourrait gagner en allant faire ses courses dans un autre magasin, elle pense à son porte-monnaie, elle pense « économiser ». Et si j'évoque ma voisine plutôt que mon voisin, ce n'est pas seulement pour faire réagir les féministes mais c'est parce que je sais, après avoir lu Aristote, que l'économie, au sens premier du mot, incombe bien plus souvent aux femmes qu'aux hommes. En effet, le mot « économie » est formé à partir du mot grec *oikos*, maison, et *nomos*, règle, loi, c'est donc, au sens strict, la gestion du foyer, et la gestion du foyer, du ménage, c'est l'affaire de Raymonde bien plus que de Robert, aujourd'hui encore, hélas. N'allez pas croire pour autant qu'Aristote laisse à cet « être inachevé », ce simple « réceptacle de semences », une liberté totale. Dans sa *Politique* il précise que *« l'art de l'économie est l'autorité sur ses enfants et sa femme, et plus généralement sur la maison »*.

Au Moyen-âge, chez Saint Thomas d'Aquin (1225-1274) par exemple, l'économique renvoie toujours à « l'administration domestique », et si l'économie est parfois évoquée dans des ouvrages de politique, c'est uniquement parce que la famille fait partie de la cité[1]. Mais cette économie n'a pas pour finalité de s'enrichir et d'accumuler les biens temporels, elle doit simplement permettre de pourvoir aux besoins de chacun, chacun selon son rang. Nul ne doit se soucier de l'accroissement des richesses car l'esprit de lucre est toujours condamnable, c'est un désir « contre-nature » et immoral[2] .

Bien sûr il y a toujours eu, ici ou là, bien avant le Moyen-âge, des personnes qui faisaient de la richesse une fin en soi, mais la religion et la tradition laissaient ces soucis à quelques marginaux (les commerçants, les usuriers) qui étaient regardés comme des hommes peu vertueux et de petite condition. Les mentalités vont changer lorsque ces « marginaux », ces commerçants et artisans, les bourgeois (ceux qui habitent les bourgs et ne vivent pas de la terre) vont s'émanciper du pouvoir féodal, parfois même le surpasser[3] . À la fin du Moyen-âge la richesse commence à compter plus que la noblesse, l'héritage à compter plus que l'hérédité, l'avoir plus que l'être.

[1] Antoine de Montchrestien (1575-1621) est le premier à utiliser la formule « économie politique » (*Traité d'économie politique*, 1615), affirmant que « *la science d'acquérir des biens est commune aux républiques aussi bien qu'aux familles* ». À partir du XIXème siècle l'idée « d'économie domestique a disparu et le terme « économie » désigne « l'économie politique ».

[2] Tout en insistant sur la nécessité des échanges, Aristote condamnait sans réserve la chrématistique commerciale qui n'aurait pour finalité que l'accroissement de la richesse financière personnelle. Une communauté ayant de telles pratiques ne pourrait que s'entredéchirer. Pour Aristote, l'argent doit rester un moyen, jamais une fin.

[3] Une personnalité comme Jacques Cœur (1395-1456) illustre bien ce retournement.

Retour au sommaire

Les fripons devenus honnêtes gens

Peu à peu, dans la dernière partie du Moyen-âge, les royaumes abandonnent les traditions féodales et deviennent des États avec un pouvoir centralisé plus fort et une administration beaucoup plus complexe. La noblesse[4] perd ses prérogatives et les souverains s'entourent de spécialistes, de lettrés, de juristes, de banquiers ; les plus habiles bourgeois achètent des charges et des offices qui leur permettent de participer au pouvoir. Jean-Baptiste Colbert (1619-1683) incarne bien cette réussite du bourgeois devenu gentilhomme. Ce fils de marchand de draps est très vite devenu un des principaux ministres de Louis XIV, mais il est devenu aussi un grand théoricien de l'économie politique. Pour lui, la richesse ne peut venir que du commerce, et avant tout du commerce extérieur[5] . Il faut développer la production industrielle pour créer un excédent dans les échanges et faire ainsi entrer les devises, l'or et l'argent. Dans ce cadre, où tout se joue sur la balance commerciale, le rôle de l'État semble déterminant. C'est à lui qu'il revient de développer les réseaux permettant les échanges, les routes, les canaux, les navires, et c'est à lui d'interdire certaines importations (protectionnisme) et de créer des manufactures efficaces (comme celle de Saint Gobain).

Ce rôle essentiel de l'État est remis en cause par les physiocrates. Mais qui connaît les physiocrates ? Ce courant de pensée a été éphémère (il n'est en vogue que durant la seconde moitié du XVIIIème siècle) car il a vite été dépassé par les évènements, par deux révolutions. La physiocratie prônait, comme le nom l'indique, « le gouvernement (*Kratos*) par la nature (*phûsis* »[6].) Autrement dit, la richesse ne pourrait venir, selon les physiocrates, que de la nature et du travail du sol, de l'agriculture, mais la révolution industrielle reléguera très vite l'agriculture au second plan. De même, il faudrait se fier aux lois naturelles bien plus qu'au pouvoir politique. Il faudrait : « *laisser faire, laisser passer* ». Cette formule de Gournay fera fortune et deviendra le slogan de ceux qui, encouragés par la Révolution française, feront de la liberté individuelle une priorité absolue.

« Les vices privés font le bien public »

Le libéralisme économique va faire sienne la formule de Gournay. Il est important de laisser faire car les hommes qui cherchent à s'enrichir, qui ne se soucient que de leur intérêt particulier, servent en réalité l'intérêt général. C'est l'idée que soutient Adam Smith (1723-1790) dans sa fameuse métaphore de la main invisible.

---

[4]Considérablement affaiblie, ruinée, décimée par la Guerre de Cent Ans, en particulier par la bataille d'Azincourt (1415) où des milliers de chevaliers nobles périrent, la noblesse reste cependant une force que le pouvoir royal doit contenir.

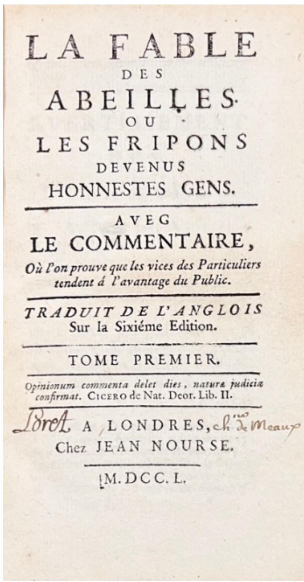
[5]Le commerce intérieur ne semble pas intéressant car il est vu comme un jeu à somme nulle : ce que l'un gagne, l'autre le perd, et il n'y a donc pas d'enrichissement au niveau national.

[6]Le mot « physiocratie » a été créé par Pierre Samuel du Pont de Nemours (1739-1817). Les principaux représentants sont François Quesnay (1694-1774) et le marquis de Mirabeau (1715-1789).

> *« Chaque individu travaille nécessairement à rendre aussi grand que possible le revenu annuel de la société. À la vérité, son intention en général n'est pas en cela de servir l'intérêt public, et il ne sait même pas jusqu'à quel point il peut être utile à la société (...) Il ne pense qu'à son propre gain ; en cela, comme dans beaucoup d'autres cas, il est conduit par une main invisible à remplir une fin qui n'entre nullement dans ses intentions ; et ce n'est pas toujours ce qu'il y a de plus mal pour la société, que cette fin n'entre pour rien dans ses intentions. Tout en ne cherchant que son intérêt personnel, il travaille souvent d'une manière bien plus efficace pour l'intérêt de la société, que s'il avait réellement pour but d'y travailler. Je n'ai jamais vu que ceux qui aspiraient, dans leurs entreprises de commerce, à travailler pour le bien général, aient fait beaucoup de bonnes choses ».*
>
> Adam Smith, *Recherches sur la nature et les causes de la richesse des nations (1776) IV, 2.*

Mais Adam Smith n'est pas à l'origine de cette idée. La paternité[7] est à chercher chez Bernard Mandeville (1670-1733) qui, dans sa *Fable des abeilles*, montre que ce n'est pas seulement l'amour-propre ou l'intérêt qui servent la société, mais le vice lui-même. Celui qui est malhonnête va s'enrichir, mais il pourra alors embaucher des domestiques, s'acheter de belles voitures etc. La richesse acquise va donc stimuler le marché et être finalement bénéfique à tous. C'est la théorie du ruissellement , bien avant Reagan ou Thatcher.

Oui, si un peuple veut être grand,
Le vice est aussi nécessaire à l'État,
Que la faim l'est pour le faire manger.
La vertu seule ne peut faire vivre les nations
Dans la magnificence ; ceux qui veulent revoir
Un âge d'or, doivent être aussi disposés
À se nourrir de glands, qu'à vivre honnêtes.
Excipit de la *Fable des Abeilles*.


LA FABLE DES ABEILLES OU LES FRIPONS DEVENUS HONNESTES GENS.
AVEC LE COMMENTAIRE, Où l'on prouve que les vices des Particuliers tendent à l'avantage du Public.
TRADUIT DE L'ANGLOIS Sur la Sixiéme Edition.
TOME PREMIER.
Opinionum commenta delet dies, naturæ judicia confirmat. CICERO de Nat. Deor. Lib. II.
A LONDRES, Chez JEAN NOURSE.
M. DCC. L.

Mandeville (surnommé Man Devil) a définitivement (ou pas ?) ouvert la boîte de Pandore : tous les coups sont permis, et la vertu n'est plus qu'un lointain souvenir. Dès lors que l'économie n'est plus la « science » qui se charge de la gestion intelligente et juste des biens, mais qu'elle est uniquement une technique pour produire de la richesse, c'est toute une conception de la société qui va être modifiée. Qu'allons-nous penser par exemple d'un service qui ne produit aucune richesse, un service qui coûte, le service public ? Dès lors que nous faisons de l'argent et de la liberté (mal comprise[8]) les valeurs suprêmes, nous devons nous résigner : les gros poissons mangent les petits.

[7] Remarquez qu'on ne dit jamais « maternité » lorsqu'on parle de l'origine d'une découverte, d'une invention, quand bien même l'inventeur serait une inventrice… Nous sommes encore dans une société bien patriarcale.

[8] La liberté bien comprise est tout le contraire du « laisser faire ». (Voir Petit Vert 133) Il n'y a pas de liberté sans

Gravure sur cuivre d'après le dessin de Bruegel l'Ancien
Les grands poissons mangent les petits (1556)

« ***Vivre en poisson*** », c'est la formule qu'utilisaient les Grecs et les Latins pour dire qu'il n'y avait d'autre loi que celle du plus fort, et le libéralisme, s'il n'est réfréné par la morale, nous ramène à cet état de fait.

La « science économique », si elle se contente de chercher et de décrire les mécanismes qui permettent de produire plus de richesse, est une science « amorale » disent certains, et nous pourrions même dire « immorale » si nous prenons en compte les conséquences désastreuses de cette course effrénée au profit. Pour que l'économie devienne morale elle doit revenir à sa finalité première : la gestion des biens, leur bonne utilisation, et mieux encore, leur juste partage. Ce juste partage reste l'utopie de nombreux penseurs, elle a été en particulier celle de Marx, mais nous savons ce qui en a résulté. Le collectivisme (propriété collective des moyens de production) et l'étatisme (planification par l'État) ont conduit à la bureaucratie et à des horreurs totalitaires que personne ne peut souhaiter, et elles ont tué non seulement des hommes mais aussi ce qui semble être le seul ressort efficace de l'économie : l'égoïsme. Mais est-ce irrémédiable ? Faut-il désespérer ? Ne nous enfermons pas dans cette alternative, ou bien le libéralisme, ou bien le socialisme (Voir Petit Vert n°152). L'enthousiasme de la jeunesse pour des formes d'économie sociale et solidaire nous ouvre d'autres voies et nous fait espérer d'autres lendemains, des lendemains moraux. De même, de nombreuses recherches en éthologie montrent que l'altruisme n'est pas nécessairement voué à l'échec[9]. Le Petit Vert n°56 en donne un bel exemple.

---

loi dit Rousseau. « Laisser faire » ce serait « *le renard libre dans le poulailler libre* » dit aussi Jaurès. Imaginez par exemple un monde du travail dans lequel il n'y aurait plus de législation... le renard PDG s'en lèche les babines !

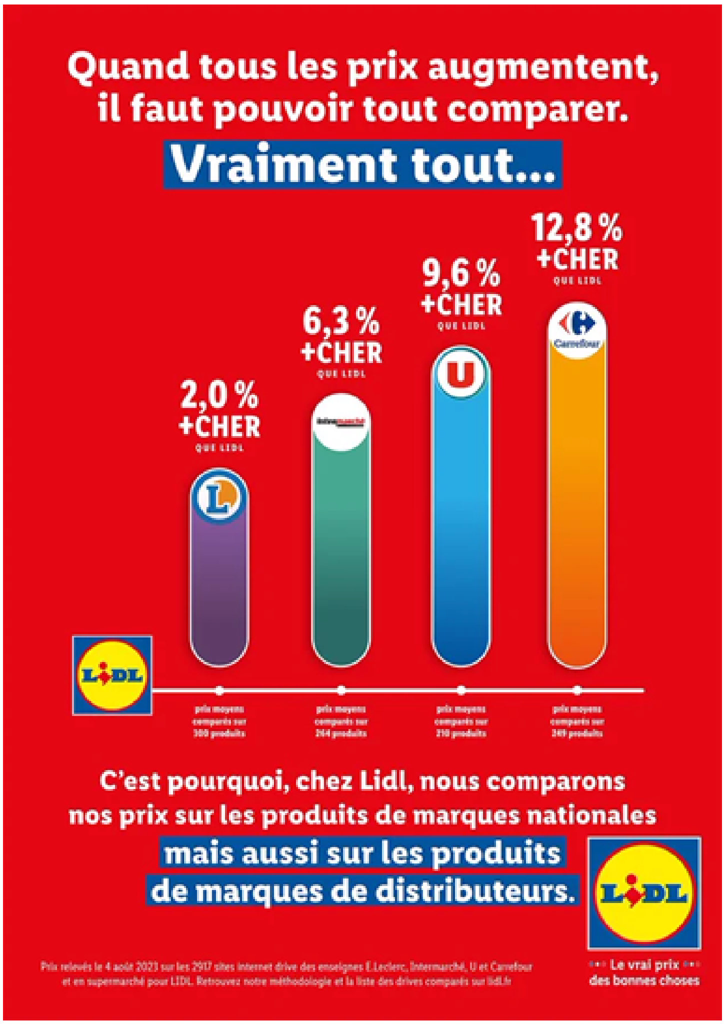
[9] Relire l'article « Sélection ou entraide »

MATHS ET MÉDIAS

MATH & MEDIA

Cette rubrique est alimentée par les envois de nos lecteurs. Qu'ils continuent à le faire en nous envoyant à notre adresse des scans de qualité, en précisant leurs sources.
Des commentaires et des activités possibles en classe sont toujours les bienvenus.

QUAND TOUS LES PRIX AUGMENTENT…



En premier lieu, notre regard est attiré par les « barres » représentant l'écart en pourcentage avec les prix dans d'autres enseignes de supermarché.

Leur hauteur ne représente guère le pourcentage indiqué : la « barre » orange ne devrait-elle pas être plus de six fois plus haute que la « barre » violette ? De plus aucune échelle n'est indiquée en ordonnée : la « barre » violette pouvant éventuellement être prise comme référence pourrait être de hauteur complètement différente. Il y a peut-être chez l'infographiste le souci de remplir harmonieusement le rectangle rouge.

En lisant plus finement le document

« barre violette»	« barre verte »	« barre bleue »	« barre orange »
Prix moyens comparés sur 300 produits	Prix moyens comparés sur 264 produits	Prix moyens comparés sur 210 produits	Prix moyens comparés sur 249 produits

Pourquoi ne pas avoir choisi le même nombre de produits ?
Est-ce représentatif de choisir moins de 300 produits ?
Les produits choisis sont-ils les mêmes dans chaque enseigne de supermarché ?

Nous sommes allés sur le site de l'enseigne ayant diffusé le document.

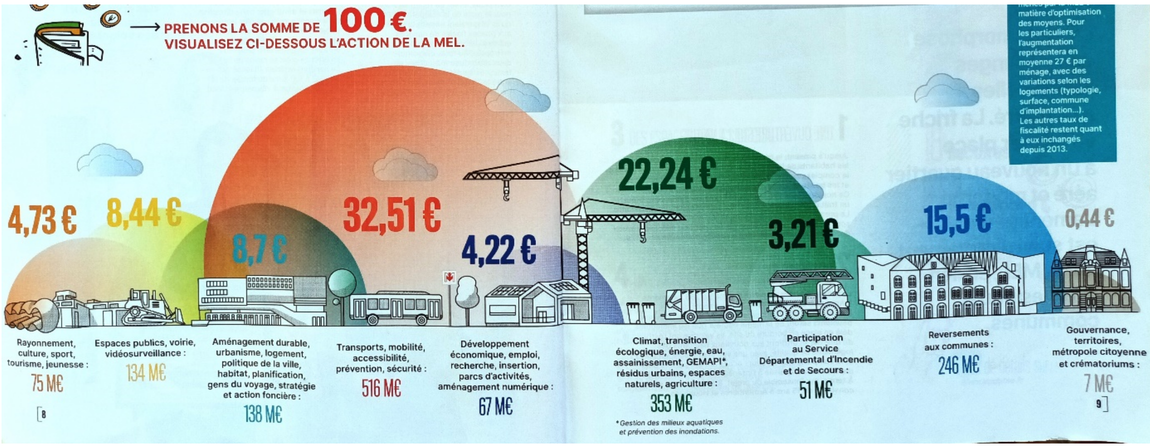
> Conformément à notre devise "Le vrai prix des bonnes choses", les besoins de nos clients sont notre priorité absolue. Ainsi, nous proposons un assortiment de **5 711 références alimentaires en gamme permanentes** dont 90% de marques de distributeur et 73% de produits made in France.
>
> Lidl.fr
> https://corporate.lidl.fr
> L'entreprise - Lidl France

Puisqu'elle propose 90% de marques de distributeur parmi ses références alimentaires, il est raisonnable de penser que les produits choisis pour cette étude sont issus de marques de distributeur.
L'expression « mais aussi sur les produits de distributeurs » ne devrait-elle pas être remplacée par « mais **surtout** sur les produits de distributeurs »
Les produits d'une marque de distributeur d'une enseigne sont-ils les mêmes que ceux d'une autre ? Peut-on comparer leurs prix ?

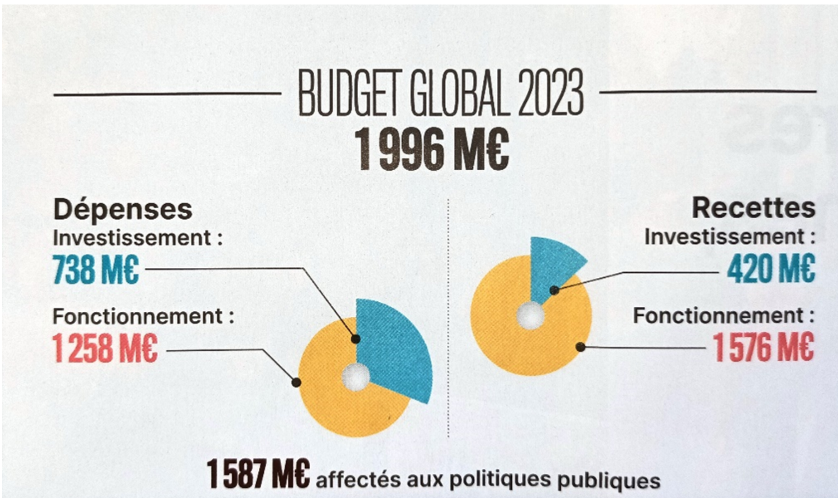
ESTHÉTIQUE OU STATISTIQUES ?

Dans le magazine de la métropole européenne de Lille d'avril 2023 (N°39), l'œil (surtout d'un professeur de mathématiques) est attiré par de belles représentations statistiques.

Une première représentation permet de visualiser la répartition des dépenses. On se doute bien que des calculs n'ont pas été réalisés pour que chaque disque tronqué ait une aire proportionnelle au montant correspondant mais que l'œil de l'expert s'est arrangé pour que l'ensemble soit agréable et pas trop erroné.



Dans une deuxième représentation du budget global 2023 des représentations graphiques plus « élémentaires » sont utilisées et là cela semble facile d'effectuer des calculs plus rigoureux afin d'informer correctement le lecteur.



La part bleue qui sort de la couronne jaune a -t-elle une aire qui respecte la proportionnalité entre montant et aire ? Un rapide calcul nous confirme que cette représentation n'est pas sérieuse. On ne sait pas si l'auteur a volontairement voulu mettre en évidence l'investissement par rapport au fonctionnement mais c'est l'effet produit sur un (é)lecteur qui parcourt rapidement sa revue.

Les parts de couronnes jaunes ont un rayon extérieur de 0,85 cm et un rayon intérieur de 0,2 mm.
Les parts de couronnes bleues ont un rayon extérieur de 1,1 cm et un rayon intérieur de 0,2 mm.

Retour au sommaire

Pour représenter la répartition des dépenses, la part bleue a un angle de 112°.

Dépenses

	Investissement	Fonctionnement
Aire en cm^2	$\pi\frac{(1{,}1^2-0{,}2^2)\times 112}{360}$ $\approx 1,144$	$\pi\frac{(1{,}1^2-0{,}2^2)\times 248}{360}$ $\approx 2,532$
Montant en M€	738	1258

$$\frac{1258}{2,532} \times 1,144 \approx 568$$

Si le montant des dépenses de chaque ligne du budget était proportionnel aux aires le montant des investissements devrait être de 568M€.

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale **APMEP Lorraine**.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin «Au fil des maths» et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'**informer** les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de **permettre les échanges "mathématiques"** entre les adhérents.

Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redactionpetivert@apmeplorraine.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, Fathi Drissi, François Drouin, Françoise Jean, Christelle Kunc, Laetitia Ludwigs, Léa Magnier, Aude Picaut, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

La couverture du Petit Vert n° 156 est réalisée par Léa Magnier.

AH, LE POUVOIR D'ACHAT !

Cette image repérée sur Twitter a fait réagir une de nos adhérentes.

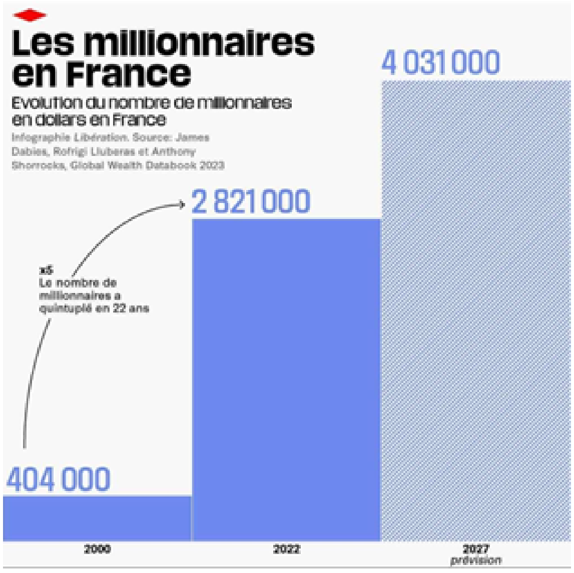
En achetant deux avocats, notre pouvoir d'achat ne serait pas amélioré et si un seul est utile immédiatement, c'est courir le risque que le second mûrisse trop vite : on ne mange pas tous les jours ce magnifique fruit à noyau…

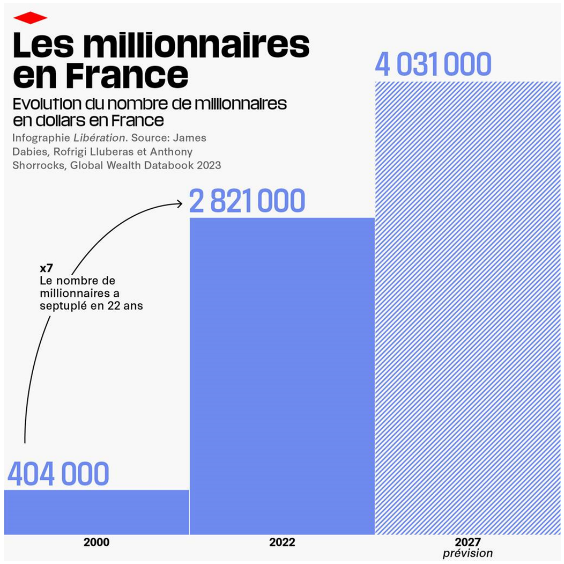
L'erreur vient peut-être de ceux ou celles qui ont conçu ce document publicitaire. Est-ce une incitation à vérifier in situ ces prix dans un magasin de cette chaîne de supermarchés ?
Des sites professionnels nous informent que le calibre correspond au nombre de fruits par carton standard. Les 203/243 indiqués comme calibre correspondent à un poids par pièce compris entre 203g et 243g.

Le vendeur de fruits et légumes comprend rapidement l'information qui correspond au calibre 18 qu'il utilise habituellement. L'acheteur, une fois de plus, est confronté à des informations numériques pour lesquelles on ne lui fournit pas les clés de compréhension.

QUI VEUT DEVENIR MILLIONNAIRE ?

Dans un article du 17 août dernier titré « La France troisième puissance mondiale… en nombre de millionnaires », le journal Libération attirait notre attention sur l'évolution du nombre de millionnaires en France sur les 20 dernières années. Dans un premier temps, nous n'avons pas été sans remarquer une petite coquille dans leur infographie... laquelle a été rapidement corrigée :
la multiplication par 5 est certes plus facile à gérer, mais on peut voir que la table de 7 continue d'avoir la vie dure au cours d'une existence.





Après vérification sur GeoGebra, les proportions entre les rectangles semblent être respectées. On peut alors s'interroger sur l'intérêt d'une telle représentation graphique. Que nous apporte-t-elle ? L'information chiffrée était-elle trop compliquée à percevoir ? Si la représentation graphique est celle d'un histogramme, qu'en est-il de l'échelle en abscisses ?
Pourquoi avoir choisi la date de 2027 ? L'article ne permet pas vraiment de le comprendre.

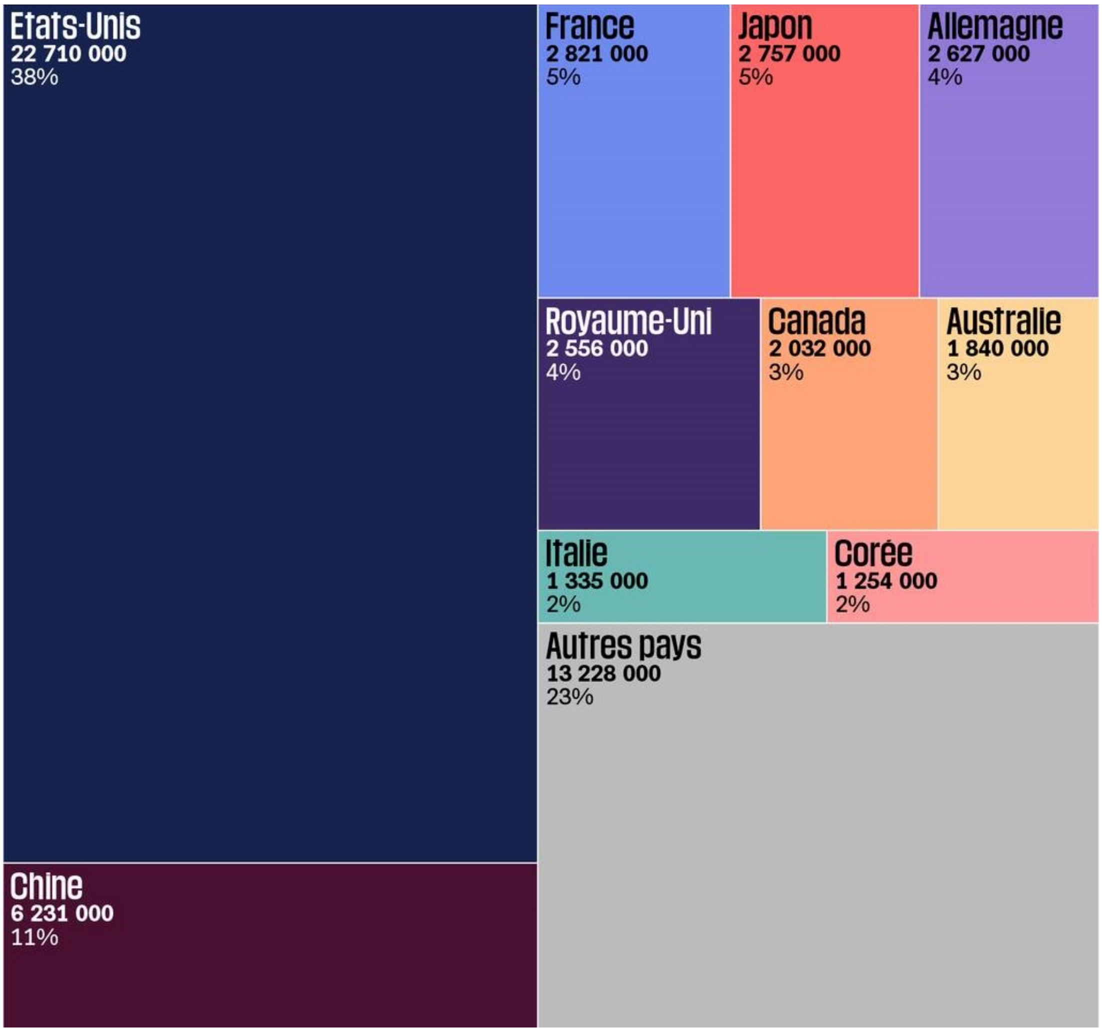
Un petit calcul de taux moyen permet d'apprécier la justesse des progressions. Le taux moyen t pour la période 2000 – 2022 vérifie :

$(1+t)^{22} = \frac{2821}{404}$ soit $t = (\frac{2821}{404})^{\frac{1}{22}} - 1 \approx 0,092$ soit $9,2\%$ d'augmentation annuelle.

Ainsi pour 2027, on peut estimer le nombre de millionnaires à : $2821 \times 1,092^5 \approx 4380$.

D'où vient alors la différence ?

Retour au sommaire



Pour terminer, on pourra vérifier la justesse de la deuxième infographie en calculant les rapports d'aire entre les rectangles et le rectangle principal. Nous n'avons rien constaté de rédhibitoire.

RÉCOLTES ET SEMAILLES

Alexandre Grothendieck

Il devait déjà y avoir en moi la prescience que la mathématique est une chose illimitée en étendue et en profondeur. La mer a-t-elle un "point final" ?

VIVE LES BOULES CARRÉES !

C'était le week-end précédant la rentrée des élèves.

Il y avait à Autun une belle occasion de découvrir ce sport méconnu en Lorraine.

L'annonce

L'affiche

Wikipédia nous en dit plus sur ce sport.

« Autun-Infos » a fourni un reportage photographique de l'événement dont est extrait l'image ci-dessus.

Comment est mesurée la distance entre deux cubes ?

D'autres questions

N'aurait-il pas été préférable d'évoquer des boules cubiques ? Des cubes peuvent-ils être des boules ?

Retour au sommaire

DÉFI 156

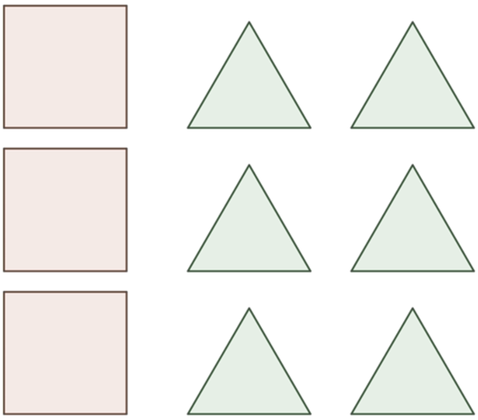
Partie 1

Soient un carré et deux triangles équilatéraux de côté une unité :

Trouver un découpage de ces polygones dont les morceaux, une fois réassemblés, permettent de réaliser un carré.

Partie 2

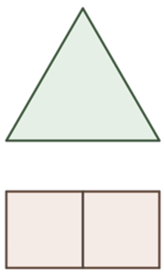
Soient trois carrés et six triangles équilatéraux de côté une unité :



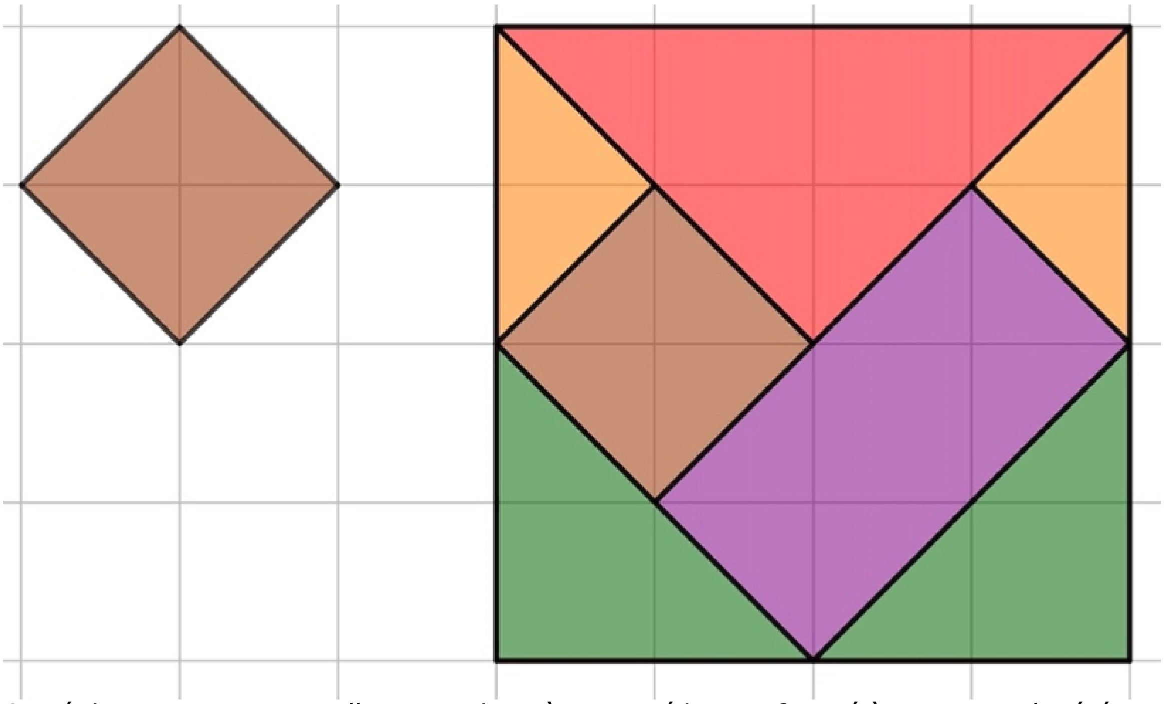
Trouver un découpage de ces polygones dont les morceaux, une fois réassemblés, permettent de réaliser un grand carré.

Partie 3

On garde un triangle équilatéral et deux carrés. Trouver un découpage de ces polygones dont les morceaux, une fois réassemblés, permettent de réaliser un carré.



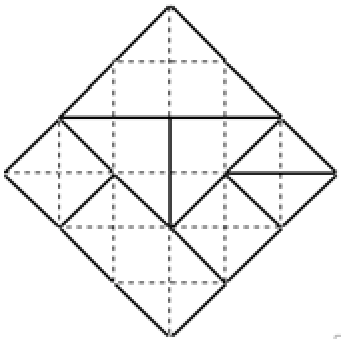
SOLUTION DÉFI 155 – 1



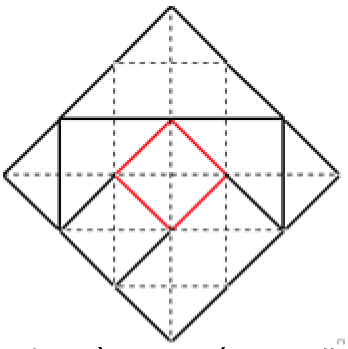
Le « Carré de Metz » est accueillant. Un deuxième carré brun a frappé à sa porte. Il a été accueilli avec joie.

« Viens avec nous, avec nos huit pièces, nous allons pouvoir réaliser un nouveau carré ».

Dans ce nouveau carré, quelles places pourra occuper le deuxième carré brun ?



Ce dessin montre deux emplacements possibles pour la pièce carrée supplémentaire.



Un carré peut être placé en position centrale.

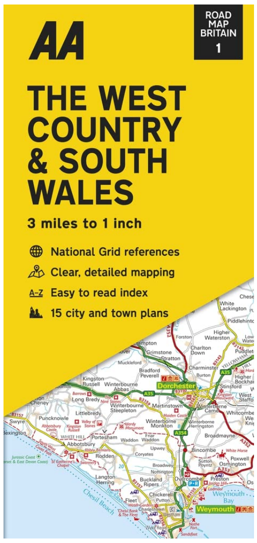
Le deuxième carré accueilli par les pièces du carré de Metz est un nouveau carré baladeur !

Une version de ce défi a été proposée aux élèves de cycle 2 ayant participé à l'expérimentation évoquée dans ce Petit Vert. Le document qui a été envoyé à leurs enseignantes est téléchargeable.

SOLUTION DÉFI 155 – 2

La carte ci-contre est-elle au 25 millième ? au 50 millième ? **Peut-être est-elle d'un autre calibre, mais lequel ?**

On rappelle qu'un *mile* représente 1,609 km (moyen mnémotechnique : « un ciseau neuf ») et qu'un *inch* représente 2,54 cm (pas de moyen mnémotechnique… si vous en trouvez un, nous sommes preneurs).



Une solution

1 inch pour 3 miles

donc 2,54cm pour $3 \times 1,609$km

donc 2,54cm pour $3 \times 1,609 \times 1000 \times 100$cm

donc 2,54cm pour 3×160900cm

donc 2,54cm pour 482700cm

donc 1cm pour 190039,3701...

Nous oserons évoquer une échelle au 1/190 millième.

Remarque

Cette proposition est garantie sans tableau de conversion, sans produit en croix mais aidée par une fidèle calculatrice...

PROBLÈME 156
MÉDIANES

Proposé par Jacques Verdier

On se donne trois nombres strictement positifs x, y et z.

Peut-on tracer un triangle ABC dont les médianes ont pour longueurs respectives les nombres x, y et z ?

SOLUTION DU PROBLÈME 155
TOUTES LES FACES

Proposé par Jacques Choné

Problème proposé par Philippe Févotte

Un jeu consiste à lancer un dé tétraédrique, de faces numérotées de 1 à 4, autant de fois que nécessaire jusqu'à obtenir toutes les faces de 1 à 4. Si on réussit à obtenir toutes les faces en 8 coups ou moins, on gagne 2 euros ; sinon on perd 1 euro.
Quelle est l'espérance de gain à ce jeu ?

Solution proposée par Jacques Choné

Notons X le gain étudié
et A_i l'événement : « au cours des 8 lancers, on n'a pas obtenu la face i ».
Il n'y a que deux éventualités pour X et le plus simple est de calculer la probabilité de l'événement « $X = -1$ ».
On a « $X = -1$ » $= A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$.
Par la formule du crible, on en déduit, pour des indices variant de 1 à 4 :

$$P(X=-1) = \sum_i P(A_i) - \sum_{i,j\ et\ i<j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i,j,k\ et\ i<j<k} P(A_i \cap A_j \cap A_k) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)$$

Or
$p(A_i) = (\frac{3}{4})^8$ comme probabilité d'une succession d'événements indépendants de probabilité $\frac{3}{4}$.
De même

$$P(A_i \cap A_j) = (\frac{2}{4})^8, P(A_i \cap A_j \cap A_k) = (\frac{1}{4})^8$$

et évidemment $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = 0$.

En dénombrant chacun des cas, on obtient

$$P(X=-1) = 4(\frac{3}{4})^8 - 6(\frac{2}{4})^8 + 4(\frac{1}{4})^8$$

On en déduit que

$$P(X=2) = 1 - (4(\frac{3}{4})^8 - 6(\frac{2}{4})^8 + 4(\frac{1}{4})^8)$$

et par conséquent

$$E(X) = 2 - 2(4(\frac{3}{4})^8 - 6(\frac{2}{4})^8 + 4(\frac{1}{4})^8) - (4(\frac{3}{4})^8 - 6(\frac{2}{4})^8 + 4(\frac{1}{4})^8)$$

soit

$$E(X) = 2 - 12(\frac{3}{4})^8 + 18(\frac{2}{4})^8 - 12(\frac{1}{4})^8 = \frac{7117}{8192} \simeq 0,868774.$$

Jacques Choné propose également un programme en langage Python qui simule cette expérience.

```
import random
def exp(n):
    p=0
    for i in range(n):
        u=[random.randint(1,4) for j in range(8)]
        if 1 in u and 2 in u and 3 in u and 4 in u:
            p+=1
    return((p/n)*2-(n-p)/n)
```

Ce qui donne pour résultats : exp(10**6) -> 0.868304 ; exp(10**7) -> 0.8686661

Des prolongements

On peut déterminer la loi d'attente T de la première obtention des quatre faces 1, 2, 3 et 4 et en déduire ensuite l'espérance de gain à ce jeu.

Cette loi peut être déterminée de deux manières :

- En s'inspirant de ce qui a été calculé précédemment.

  On note $A_{(i,n)}$ l'événement « au cours de n lancers, on n'a pas obtenu la face i » .

  On a évidemment $P(T=n)=0$ pour les valeurs de $n \leq 3$ et

$$P(T=n)=P(T\geq n)-P(T\geq n+1)$$

  Or

$$P(T\geq n)=P(\bigcup_{i=1}^{4}A_{i,n-1})=\sum_{i}P(A_{i,n-1})-\sum_{i,j\ et\ i<j}P(A_{i,n-1}\cap A_{j,n-1})+$$

$$\sum_{i,j,k\ et\ i<j<k}P(A_{i,n-1}\cap A_{j,n-1}\cap A_{k,n-1})-P(A_{1,n-1}\cap A_{2,n-1}\cap A_{3,n-1}\cap A_{4,n-1}).$$

  Or

$$P(A_{i,n-1})=(\frac{3}{4})^{n-1},P(A_{i,n}\cap A_{j,n})=(\frac{2}{4})^{n-1},P(A_{i,n}\cap A_{j,n}\cap A_{k,n})=(\frac{1}{4})^{n-1}$$

  et

$$P(A_{1,n-1}\cap A_{2,n-1}\cap A_{3,n-1}\cap A_{4,n-1})=0$$

  D'où

$$P(T\geq n)=4(\frac{3}{4})^{n-}1-6(\frac{2}{4})^{n-1}+4(\frac{1}{4})^{n-1}$$

  Et par conséquent

$$P(T=n)=4(\frac{3}{4})^{n-1}-6(\frac{2}{4})^{n-1}+4(\frac{1}{4})^{n-1}-(4(\frac{3}{4})^{n}-6(\frac{2}{4})^{n}+4(\frac{1}{4})^{n})$$

  Soit $P(T=n)=(\frac{3}{4})^{n-1}-3(\frac{2}{4})^{n-1}+3(\frac{1}{4})^{n-1}$

- En dénombrant les différents n-uplets possibles.

  L'événement $T = 4$ est réalisé si on a obtenu en quatre lancers dans un ordre quelconque toutes les faces, ce qui correspond aux quadruplets formés des nombres 1, 2 , 3 et 4. Il y en a 4 ! sur les 4^4 quadruplets possibles. Donc $P(T = 4) = \frac{24}{256} = \frac{3}{32}$.

  L'événement $T = 5$ est réalisé si on a obtenu en cinq lancers un double. Supposons qu'au lancer 5, on a obtenu la face 4 pour la première fois. On a 3 doubles possibles et $\binom{4}{2}$ façons de placer ce double, puis 2 ! possibilités de placer les deux autres faces. On obtient ainsi $3 \times \binom{4}{2} \times 2!$ soit 36 quintuplets.

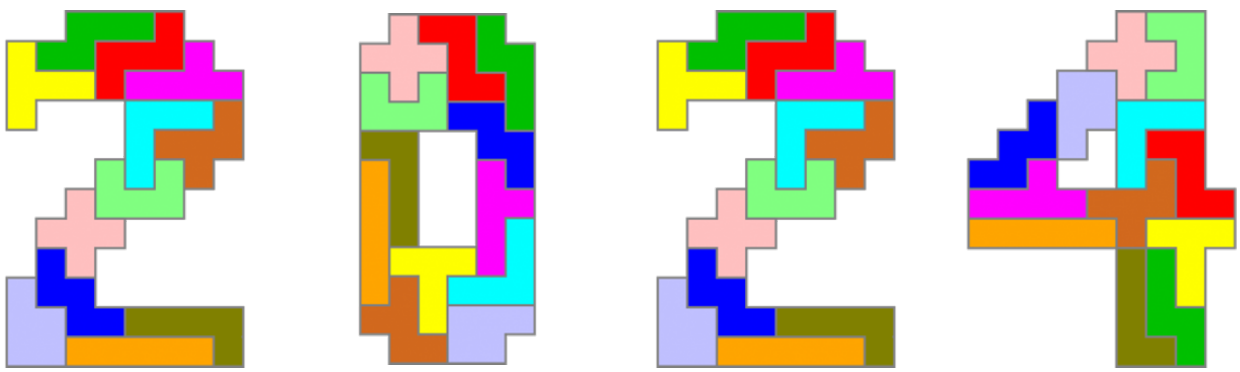
  En reprenant le même raisonnement avec les faces 1, 2 ou 3 obtenues pour la première fois au lancer 5, on obtient que $P(T = 5) = 4 \times \frac{36}{1024} = \frac{9}{64}$. Si on note N_i le nombre de faces i obtenues en n lancers, en envisageant les nombres possibles qui vérifient

$$N_1 + N_2 + N_3 = n - 1,$$

  et en suivant un raisonnement semblable à celui développé précédemment, on peut déterminer $P(T = n)$, mais cela peut devenir laborieux !

Cet exercice est, sous une autre présentation, celui assez connu des « collections » ; on peut en trouver par exemple un développement et une généralisation dans l'excellent livre « En passant par hasard... » de Gilles Pagès et Claude Bouzitat.

MEILLEURS VŒUX



Nos voisins et amis allemands s'associent aux joueurs et joueuses de notre régionale pour faire vivre des envies de Pentaminos en 2024.