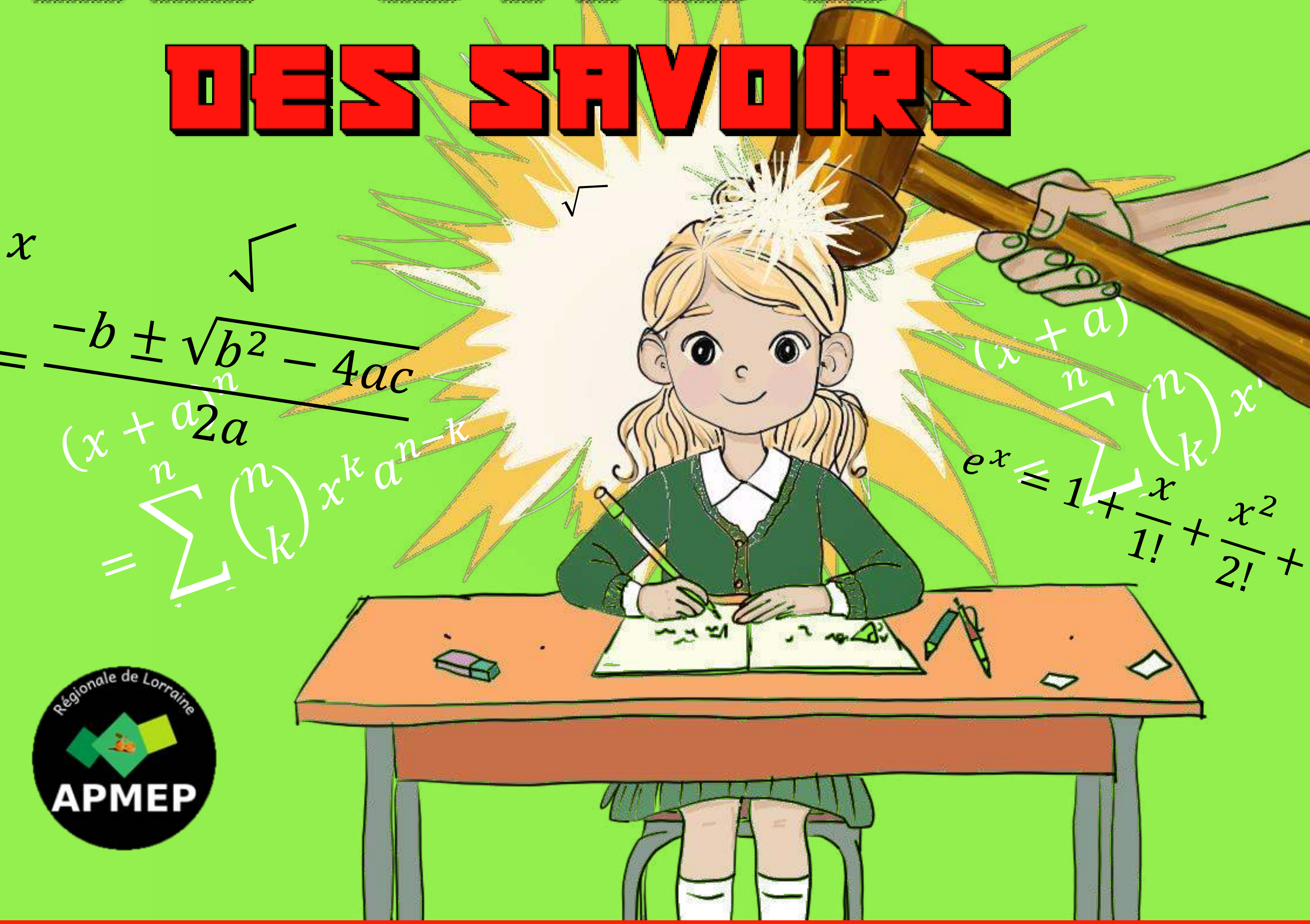
N° 158 Juin 2024

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

LE PETIT VERT

www.apmeplorraine.fr

LE CHOC DES SAVOIRS



NE VOUS INQUIETEZ PAS, CA NE FERA PAS MAL

APMEP Régionale de Lorraine

SOMMAIRE

ÉDITO

PEUT-ON ENCORE RÊVER ?

Gilles Waehren

Notre Premier Ministre de l'Éducation Nationale enchaîne les propositions pour réformer notre système d'enseignement. Entre incitation à choisir le professorat comme carrière et mesures de rétorsion à l'égard des élèves les plus rétifs à se mouler dans le système scolaire, l'envie de notre gouvernement de régler les problèmes de l'école est palpable. Plus précisément, les esprits chagrins devant ces élans républicains sont vraiment trop insensibles au travail de communication des communicants.

La nouvelle réforme du recrutement (il devient difficile de les compter sur ces quinze dernières années) prévoit un concours du CAPES en fin de licence, avec des cursus universitaires plus incitatifs dès la licence. Des dispositions ont déjà été prises en ce sens puisque le journal « Le Point » dénonçait dans son édition du 19 avril 2024 un sujet de mathématiques du niveau Terminale (oubliant au passage que l'autre sujet n'était pas du même acabit). On peut se demander si cette diminution des exigences disciplinaires n'est pas aussi une manière d'augmenter les attentes didactiques. En tout cas, il n'est pas sûr que cela permette de relancer les vocations.

Le métier de professeur n'attire plus, car il ne fait pas rêver nos élèves. Les contenus d'enseignement eux-mêmes, de plus en plus axés sur des process d'apprentissage stéréotypés, sur des techniques de nos jours vides de sens, ne donnent pas le goût de la transmission. La curiosité ne peut guère être éveillée quand la réussite scolaire devient le seul horizon d'un élève. Les récentes stratégies de gestion managériale de l'école et de ses membres ont transformé notre institution en unité de production propre à fournir des individus configurés pour d'autres unités de production.

Dans ce cadre, il devient difficile à des enseignants de s'épanouir dans leur fonction, il devient difficile à des élèves de trouver un intérêt à ce que leur proposent leurs professeurs ; à moins de les interner dans des internats. Penser une société scolaire égalitaire et constructive prend du temps, des durées inconcevables pour des politiques avides d'effets de communication et de résultats comptables indiscutables. Devenir bachelier à 18 ans, enseignant à 21 ans, retraité à 64 ans ne correspond plus à notre société et à un avenir durable. Il faut penser les changements à long terme et avoir un courage politique qui dépasse un mandat d'élu.

Retour au sommaire

PALMARÈS DU RALLYE DE L'APMEP LORRAINE

Pour cette dernière édition, 43 classes de Troisième issues de 20 collèges de l'académie et 34 classes de Seconde pour 12 lycées ont concouru. La participation est stable sur deux années.
Merci aux collègues qui ont fait passer l'épreuve et nous ont communiqué les fiches réponses de leur classe par courrier postal.
Merci aussi à notre partenaire ALEPH qui a doté les 3 premiers de chaque catégorie (3ème et 2nde) d'une réquerre et/ou d'un rapporteur trigonométrique.
De plus, chaque élève classé dans les 3 premières classes de Troisième recevra un « puzzle à 7 triangles » offert par l'APMEP Lorraine et un diplôme.
Un diplôme sera également attribué aux élèves des trois premières classes de Seconde qui se verront également dotés du tout nouveau puzzle régional (Losangram ou losange de Metz).
Vous pouvez retrouver les énoncés des 10 exercices, de la question subsidiaire et leurs réponses sur notre site.

PALMARÈS 2024

- **Lycée**
  1) 2nde 1 du Lycée Fabert à Metz (57)
  2) 2nde 4 du Lycée Fabert à Metz (57)
  3) 2nde 14 du Lycée Loritz à Nancy (54)

- **Collège**
  1) 3ème C du Collège des Deux Sarres à Lorquin (57)
  2) 3ème B du Collège Jean de la Fontaine à Saint Avold (57)
  3) 3ème D du Collège Nelson Mandela à Verny (57)

Retour au sommaire

NOUVEAU COMITÉ DE LA RÉGIONALE

Lors de l'Assemblée Générale, puis lors de la réunion du Comité du 20 mars 2024, le nouveau Comité et le nouveau bureau de la Régionale de Lorraine, pour l'année 2024 - 2025 ont été élus.

Bureau

Président d'honneur : Jacques VERDIER

Président : Sébastien DANIEL

Vice-présidente : Stéphanie WAEHREN

Trésorière : Ghislaine BURKI

Trésorier adjoint : Anas MTALAA

Secrétaire : Gilles WAEHREN

Assesseurs

France BERETTA, Léa MAGNIER, Aude PICAUT

Responsables

Directeur de la publication « Le Petit Vert » : Sébastien DANIEL

Commission Collèges : Sébastien DANIEL

Commission Lycées : Anas MTALAA

Commission Enseignement supérieur, Formation des maîtres : André STEF

Groupes "Jeux" et "Maths & Arts" : François DROUIN

Rallye : Pierre-Alain MULLER

Site internet : Sébastien LOZANO

Comité de rédaction du Petit Vert : Geneviève BOUVART, Gilles WAEHREN

Journée Régionale : Christelle KUNC

Rubrique « problèmes » : Philippe FÉVOTTE

Missions

Chargé de mission brochures : André STEF

Chargés de mission Exposition itinérante :

André STEF : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

Joëlle AGAMIS : joelle.agamis@free.fr

Michel RUIBA : michel.ruiba@ecopains.net

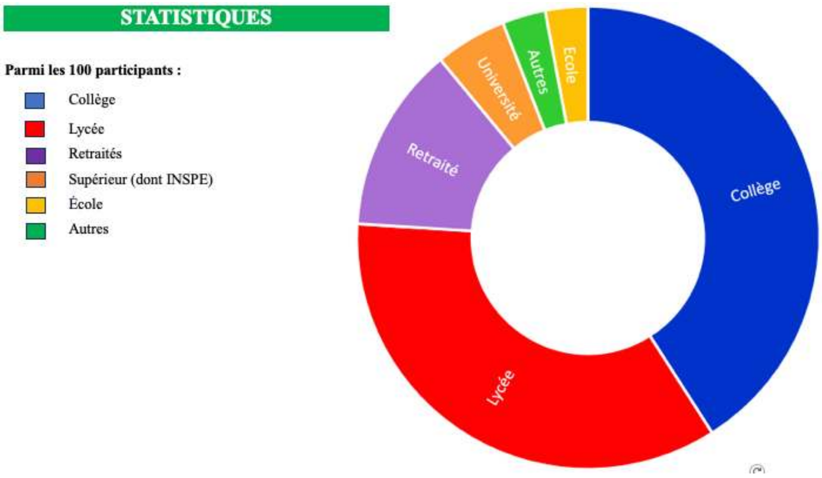
Marie-José BALIVIERA : baliviera.marie-jose@orange.fr

Pierre-Alain MULLER : pierre-alain.muller@wanadoo.fr

Vérificateurs des comptes : Daniel VAGOST, Yannis SEMROUNI

Retour au sommaire

LE 20 MARS,
LORS DE LA JOURNÉE RÉGIONALE 2024



100 participants sont venus à Vandœuvre-lès-Nancy vivre les premiers instants du printemps.

En début de matinée Karën Fort nous a présenté « Les outils de Traitement Automatique des Langues » qui envahissent petit à petit notre vie. La conférencière s’est montrée drôle, loquace, vivante, nous avons beaucoup appris, les échanges qui ont suivi ont été riches : un bien agréable moment…

Après un temps très convivial autour d’un café, de petits gâteaux, et après avoir complété notre documentation pédagogique par l’achat de brochures et de jeux édités par notre association, nous nous sommes retrouvés autour de notre président Sébastien Daniel pour évoquer les activités de notre régionale (Petit Vert, Rallye, Nuits du Jeu Mathématique, animations dans des classes, etc.). Le compte rendu financier et le compte rendu d’activités ont été adoptés à l’unanimité.

Retour au sommaire

Le repas pris à la cantine de la cité scolaire Callot nous a mis en forme pour la suite de la journée. Les commissions organisées en fonction du niveau d'enseignement se sont réunies en début d'après-midi.

Deux plages d'ateliers se sont ensuite succédé.

À propos des fractions en cycle 3

Le jeu TRIO

LaTex au collège et au lycée

Classer des objets mathématiques

LEGODOKU

Résolution de problèmes dès le cycle 2

Des documents présentés pendant ces ateliers ont été déposés sur notre site.

À la fin de cette journée, une rencontre très conviviale a réuni les membres du comité de la régionale et des adhérent(e)s souhaitant donner ponctuellement un coup de main à la régionale. Les aides et les idées nouvelles sont toujours les bienvenues.

Retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

IL Y A 25 ANS
CERTIFICAT D'ÉTUDES

Le Petit Vert n°58 évoquait des énoncés proposés au Certificat d'Études Primaires en 1959 en Meurthe-et-Moselle.

Calcul

I) Une auto porte un compteur kilométrique, un compteur à essence et une montre. Au départ le compteur kilométrique marque 9935 km. À l'arrivée, il marque 10010 km. La montre indique au départ 11 h 55 mn et à l'arrivée 13 h 10 mn. Le compteur d'essence marque une consommation de 7,8 l.
Calculez :
1. La vitesse moyenne à l'heure.
2. La consommation moyenne d'essence sur 100 km.

II) Un cultivateur a planté des pommes de terre dans un champ rectangulaire de 130 m de long, sur 74 m de large. Le champ a produit en moyenne 210 kg à l'are.
1°) Quel est le poids de la récolte de pommes de terre ?
Ce cultivateur a utilisé 20 kg de plants de semence à l'are et le kg a été acheté 39 F (0,39 NF). Il a fallu en outre épandre sur ce champ 850 kg d'engrais à 1050 F (10,50 NF) le quintal. La récolte ayant été vendue au printemps suivant 23 F (0,23 NF) le kg, il a fallu compter 5 % du poids de perte par pourrissement.
2°) Quel est le gain du cultivateur ?
Ce cultivateur a consacré environ 700 h de travail à la culture de ce champ.
3°) Si l'amortissement des machines est évalué à 100 000 F (1000,00 NF), quel est le gain moyen par heure du cultivateur ?

Que dire de ces deux énoncés en 2024 ?
L'équipement technique des « autos » a beaucoup évolué et nul doute que les ordinateurs de bord des véhicules actuels sauront apporter des réponses à ce qui est demandé dans la partie I.

L'exercice de la partie II nous présente un intéressant aspect de l'agriculture en 1959. En 2024, qu'en est-il de la taille des champs, des quantités d'engrais utilisées, des moyens utilisés pour éviter les pourrissements, du temps passé par l'agriculteur pour ce type de culture, du coût des machines utilisées et finalement du « gain moyen par heure » ? Ces interrogations pourraient faire partie de questionnements d'élèves. En 2024, ce qui se passe dans le monde agricole intéresse beaucoup de monde.

Les « autos » étaient rares en 1959, la France était encore très rurale et la culture des pommes de terre était une chose importante, les tickets de rationnement n'ont été supprimés que le 1er décembre 1949. Les énoncés restent malgré tout proches de ce que les élèvent côtoient.

Retour au sommaire

Dans l'examen terminal du cycle 4

Nous avons eu envie d'aller voir si les énoncés proposés récemment restaient eux aussi proches du monde côtoyé par les élèves de Troisième. Le site de l'APMEP est plein de belles ressources.

Nous avons eu quelques surprises :
En décembre 2023, les candidat(e)s de Nouvelle-Calédonie ont eu à s'intéresser de la production de légumes dans la commune du Mont-Dore. Nous pensions à l'Auvergne par méconnaissance de la Nouvelle-Calédonie…
En juin 2023, en Polynésie, est évoquée une piste de karting.

Concernant les épreuves de juin 2024, nous serons attentifs et attentives. Les véhicules électriques et ce qu'ont actuellement à gérer les agriculteurs seront peut-être mis en avant.

Des liens à consulter

Le site de l'APMEP nous offre les sujets de Brevet depuis 1951. Nous y avons aussi repéré le sujet proposé au Maroc en 2023.
Un extrait de Certificat d'Études a été utilisé en 2008/2009 au Rallye Mathématique de la Sarthe pour les classes de 6ème/5ème et 4ème/3ème.

Ce livre nous remet dans l'ambiance des énoncés proposés il y a plus de 60 ans…

Le président Mac-Mahon le 28 juin 1875 à propos des inondations de Toulouse :
« Que d'eau, que d'eau ! »
Réponse du préfet :
« Et encore, Monsieur le Président, vous n'en voyez que le dessus… ! »

Parc de la Seille 17 mai 2024

Retour au sommaire

NUIT DES JEUX MATHÉMATIQUES À MULHOUSE

La régionale APMEP Lorraine était présente à la sixième Nuit des Jeux Mathématiques organisée à Mulhouse le 2 avril 2024 dans les locaux de la Faculté des Sciences et Techniques.

Des ateliers de notre exposition régionale ont permis de faire chercher, intéresser, échanger : de l'intérêt de la part de PE des cycles 2 et 3, de PLC, de collègues de l'unité pédagogique pour élèves allophones arrivants (UPE2A).
Quelques jeux fabriqués par l'APMEP Lorraine ont été vendus. Les visiteurs prenaient des photos et faisaient le plein de liens de sites internet où récupérer des choses.

Le public était professionnel : enseignant(e)s premier et second degré, formateurs et formatrices, étudiant(e)s : pas d'enfants, pas de parents d'élèves…

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale **APMEP Lorraine**.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'**informer** les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de **permettre les échanges "mathématiques"** entre les adhérents.
Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redactionpetivert@apmeplorraine.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, Fathi Drissi, François Drouin, Françoise Jean, Christelle Kunc, Laetitia Ludwigs, Léa Magnier, Aude Picaut, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

La couverture du Petit Vert n° 158 est réalisée par Léa Magnier.

Retour au sommaire

UN JOURNAL FRANÇAIS – MATHS

Valérian Sauton

Collège Marie Curie, Troyes

Cette activité a été proposée à une classe de 4ème de 25 élèves. C'est une classe qui a déçu au premier semestre dans la plupart des disciplines à cause d'un manque de dynamisme et d'investissement. En mathématiques, le niveau est assez homogène avec trois élèves en grande difficulté et peu d'élèves vraiment à l'aise. Beaucoup d'élèves de cette classe sont capables de bonnes choses sur des automatismes mais, par manque d'investissement, bloquent très rapidement sur des exercices de raisonnement et ne cherchent pas vraiment.

Comme le programme de français traite de la presse en 4ème, j'ai choisi de leur présenter une activité sous la forme d'un journal (journal1). L'activité est imprimée sur une page A3 en format livret.
Dans ce journal se trouvent le résumé d'un livre, un article sur un thème d'actualité (l'épiphanie), deux articles sur des métiers (notaire et architecte), un article sur les Kaplas, des offres promotionnelles et les prix de billets d'avion pour Toulouse-Strasbourg.
Après ce journal se trouvent plusieurs exercices dont certaines données nécessaires se trouvent dans les différents articles.

Mes intentions étaient multiples.

1) Travailler sur la lecture de documents et habituer les élèves à mettre en évidence les données importantes dans un document.

2) Montrer aux élèves l'utilisation des mathématiques dans la vie quotidienne et dans certains métiers.

3) Donner aux élèves un exemple de journal avant leur travail en français sur la presse et leur demander d'écrire leurs propres articles sur des thèmes/métiers qui les intéressent, en utilisant des données chiffrées. (articles 1 et 2). C'est ma collègue de français, Agathe CARRIER, qui a poursuivi le travail de rédaction d'un article avec les contraintes d'un tel exercice.

4) Changer l'attitude de nombreux élèves, les impliquer davantage dans leur apprentissage en leur montrant que les mathématiques pourraient leur servir plus tard.

De nombreuses notions mathématiques sont mélangées dans cette activité : proportionnalité (pourcentage, produit en croix) , statistiques (moyenne, médiane), perspective cavalière, calcul de volume, théorème de Pythagore, ratio et probabilités.

Retour au sommaire

Certains de ces notions ont déjà été traitées en classe en détail (proportionnalité et théorème de Pythagore). Pour les autres, cette activité me permet d'en faire une première ou une deuxième approche avant d'explorer la notion plus en détail (statistiques, ratios, probabilités).

Planification

J'ai travaillé cette activité sur trois séances, en parallèle du travail sur la distributivité.

1ère séance : lecture du journal par les élèves, recherche et correction des exercices 1, 2 et début de recherche de l'exercice 3. (exercice à terminer à la maison avec quelques explications)

Lors de cette séance, les élèves ont avancé à leur rythme, m'appelant pour vérifier leurs résultats ou me demander une explication. Il m'a fallu rappeler au tableau comment effectuer un produit en croix et trouver la médiane d'une série de nombres.

2ème séance : moitié de séance sur la distributivité et moitié de la séance pour la recherche des exercices 4 et 5.

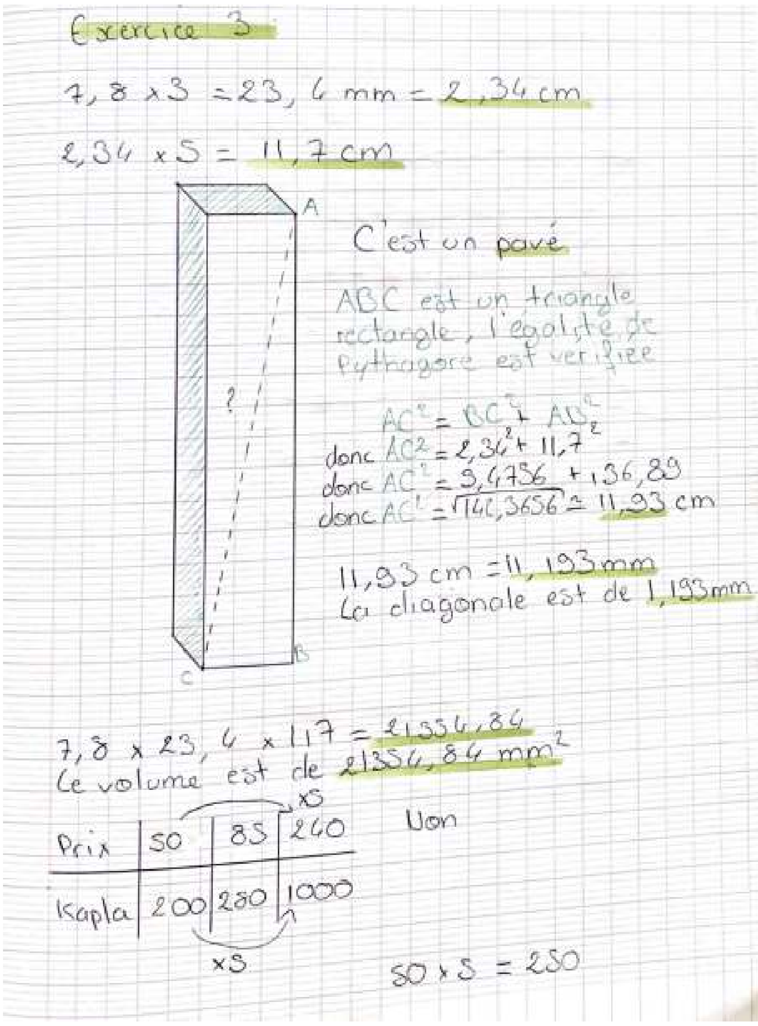
3ème séance : automatismes de distributivité, correction des exercices 4 et 5 et exercice 6 traité avec les élèves afin de travailler sur l'utilisation d'un ratio pour un partage.

Déroulement de l'activité

Tous les élèves de la classe se sont lancés dans une lecture attentive du journal. Certains (dont une élève décrocheuse), intéressés par le métier, ont lu avec une attention particulière l'article sur le métier d'architecte. Des élèves montraient quelques passages du journal à leur voisin de table avec le sourire. Un élève en difficulté m'a par exemple dit « vous avez raison, c'est un bon resumé Monsieur ». Les Kaplas ont rappelé de bons souvenirs à certains élèves et j'ai pu entendre certains commentaires « j'avais ça quand j'étais petit », « c'est trop bien les Kaplas »…

Mis dans de bonnes dispositions, les élèves se sont lancés avec davantage d'entrain que d'habitude dans la résolution des exercices.
Malgré le modèle, les élèves ont eu beaucoup de difficulté à faire l'exercice 3 et il m'a fallu les guider en détail au tableau pour la première question.
La question 3 de l'exercice 4 a bloqué la plupart des élèves de la classe. Il me faudra prévoir une version davantage guidée pour les plus faibles.

Retour au sommaire


Exercice 3

7,8 x 3 = 23,4 mm = 2,34 cm

2,34 x 5 = 11,7 cm

C'est un pavé

ABC est un triangle rectangle, l'égalité de Pythagore est vérifiée

AC² = BC² + AB²
donc AC² = 2,34² + 11,7²
donc AC² = 5,4756 + 136,89
donc AC = √142,3656 ≈ 11,93 cm

11,93 cm = 11,193 mm
La diagonale est de 1,193mm

7,8 x 23,4 x 117 = 21354,84
Le volume est de 21354,84 mm²

Prix	50	85	240
Kapla	200	280	1000

x5

Non

50 x 5 = 250

Les échanges avec les élèves en traitant les exercices 5 et 6 ont été très intéressants.
Après l'explication des frais de notaire, j'ai expliqué aux élèves le principe du remboursement d'un prêt immobilier en m'aidant du tableur. Les élèves sont toujours très curieux de comprendre comment cela fonctionne et surpris de voir l'argent gagné par une banque grâce aux intérêts gagnés sur 25 ans.
L'exercice 6 m'a permis de présenter sur un exemple certaines notions mathématiques à maîtriser par un notaire pour traiter une succession. Là encore les élèves étaient intéressés et ont posé des questions.

Les exercices 7 et 8 m'ont permis de clôre cette activité sur des questions relativement simples et d'introduire la notation que j'utiliserai par la suite pour indiquer la probabilité d'un évènement.

Mon bilan

La première séance a été très agréable. La découverte du journal a stimulé de nombreux élèves mais beaucoup ont rapidement retrouvé leur attitude passive à partir de la 2ème séance dans les moments de recherche. Cet aspect m'a démoralisé pendant la 2ème séance. Les échanges pendant les corrections des exercices étaient cependant, et heureusement, intéressants.

Retour au sommaire

Proposer une activité de ce type avec une classe dynamique sera certainement très plaisant. Je regrette que mes élèves préfèrent appliquer plutôt que réfléchir.

Le travail effectué en français et le bilan d'Agathe CARRIER

En français les élèves ont été répartis en groupe de 3-4 élèves. Chaque groupe devait écrire deux articles, si possible sur un métier ou sur le thème de l'égalité hommes-femmes (thème abordé juste avant en histoire-géographie). Un article sur un thème qui intéressait les élèves était aussi accepté, à condition qu'il y ait des données chiffrées.
Après ce travail, les élèves ont été répartis dans de nouveaux groupes, de 2-3 élèves. Chaque groupe possédait un jeu de tous les articles écrits précédemment et, jouant le rôle de comité de rédaction, devait sélectionner quelques articles pour écrire la Une d'un journal.

Agathe tire le même bilan que moi de son activité avec la classe. Si les tâches ont été réalisées, peu d'élèves se sont vraiment intéressés et pris au jeu et il a fallu les pousser pour obtenir des articles convenables.

Un journal en devoir maison pour les 6èmes

J'ai proposé un sujet semblable (journal6) à ma classe de 6ème en devoir maison. C'est une classe dynamique avec une majorité d'élèves avec de bonnes bases de primaire.
La forme du sujet a eu beaucoup de succès auprès des élèves. J'avais demandé en amont à une élève de la classe de me préparer un résumé du livre qu'ils devaient lire en français : Mes rêves au grand galop.
Pour les 6èmes j'ai ajouté une figure à compléter.

C'est un devoir maison long et j'ai récupéré de nombreux excellents travaux avec un bel investissement des élèves. Quelques élèves en difficulté qui ne peuvent pas avoir beaucoup d'aide à la maison se sont naturellement retrouvés bloqués sur beaucoup de questions.

Trouver un barème juste sur ce type de sujet est assez délicat.
Le sujet est long et certaines questions sont difficiles sans indication. Le barème est donc en général sur 22 ou 23 et un élève qui a 19/22 obtient 19/20.
Afin d'éviter cet écueil, je vais essayer dans les prochains devoirs d'évaluer ces devoirs par compétences et convertir ensuite en une note sur 20 en attribuant un certain nombre de points à chaque compétence.

Travaux des élèves

— « Le salaire entre hommes et femmes » par Paul ;
— « Chef ou cheffe » par Seif-Edine, Melinda, Zahra et Ethan ;

Retour au sommaire

ROULE BRIE

France Beretta - François Drouin

Enseignante au Collège André Malraux, Delme - Enseignant retraité

Brie de Nangis au collège André Malraux de Delme

Les années précédentes la découverte de valeurs approchées de π avait été proposée en entourant le pourtour de boites circulaires avec du Masking Tape (ruban adhésif décoratif). Au printemps 2024, une envie de changer d'activité est apparue, des boites de Brie ont été récupérées, prêtes à rouler sur le sol.

Cette activité a été utilisée dans deux classes de sixième. Un « document élève » a été préparé pour les groupes d'élèves. Il était prévu de donner les fiches 2, 2*, 3, 3* en fonction de leurs réflexions. Dans la première classe, la recherche était trop décortiquée, les élèves n'avançaient que très lentement. L'envie était d'obtenir des écrits pouvant être analysés et montrés dans le Petit Vert… mais cela n'a pas facilité les choses…

Pour la deuxième classe, la décision a été prise d'afficher le problème au tableau « Lorsque je fais rouler cette boite pour un tour complet, de combien de fois son diamètre aura-t-elle avancé ? », de montrer le matériel mis à disposition, de donner les consignes de travail et de laisser chercher les élèves.

Il a fallu, au démarrage, reformuler la question, puis tous les élèves sont entrés dans l'activité. D'un point de vue pratique, les mesures ont été faites avec plus ou moins de précision en fonction des différents groupes ; deux groupes avaient une première mesure étrange : l'un avait mesuré en pouce (avec un mètre ruban de couturière) et l'autre avait du mal à faire rouler la boite (la boite glissait).La réalisation de la mesure de la boite qui roule s'est faite dans la plupart des cas au sol (un groupe a fait la mesure sur la table), en utilisant des règles, crayons ou le carrelage comme « repère de départ ». Un groupe n'a pas fait rouler la boite mais a mesuré directement (avec un mètre ruban) la circonférence de la boite.

Certains groupes ont migré dans le couloir pour avoir de la place. Les autres, restés dans la salle de classe, ont poussé les tables.


On roule dans le couloir.


On roule en classe.


On calcule.

Retour au sommaire

Tous les groupes ont réussi à obtenir une première réponse ; ils ont trouvé que la roue avançait d'environ trois fois son diamètre.
Valeurs trouvées : 3,0973 ; 3,254 ; 3,0105 ; 3,19, 3,063 et 3,13 pour une moyenne de 3,124).
Ces valeurs sont finalement comprises entre 3,01 et 3,25 : une belle occasion de travailler sur les valeurs approchées de nombres en écriture décimale…
À chaque groupe, il a été demandé comment on pouvait être plus précis. L'idée de mesurer plusieurs tours a émergé, il leur a donc été demandé de refaire des mesures. Deux groupes n'ont pas vraiment compris et ont seulement multiplié par deux la longueur de la boite … Les autres ont mesuré deux, trois et quatre tours.
Nouvelles valeurs trouvées : 3,156 ; 3,145 ; 3,143 ; 3,158 pour une moyenne de 3,151.
La moyenne de l'ensemble des résultats a été faite. Cette nouvelle activité a été appréciée par tous et toutes et les valeurs approchées obtenues permettent d'accepter plus facilement la valeur 3,14 couramment utilisée pendant la suite de la scolarité.

Brie de Meaux au collège Louis Armand de Moulins-Lès-Metz

Chaque année, la date du 14 s'écrit en format américain 3/14 et rend visible le début de l'écriture décimale de Pi. Chaque année, cette date est l'occasion de faire « la fête à Pi ».
Le 14 mars 2024, une rencontre CM2-sixième avait été prévue au collège, des étudiant(e)s de M2 préparant le concours pour devenir enseignants de mathématiques dans le second degré ont testé en vrai ce qu'ils avaient imaginé pour ces élèves. L'occasion était bonne pour compléter leurs propositions pour « faire la fête à Pi ».

Des boites de brie et des assiettes en carton ont été utilisées.
Ces objets ont été utilisés pour leurs diamètres « importants ».

Une explication a été nécessaire pour ces deux « formats » de date utilisés aux États-Unis et ailleurs. Par ailleurs, les élèves de CM1-CM2 ne connaissaient pas Pi. Il leur a été précisé que c'était un nombre important qu'ils rencontreront dans leurs autres années passées au collège et après. Il leur a également été précisé que ce qui allait être fait expliquera comment retrouver la valeur décimale couramment utilisée.
Les disques vont rouler le long de lignes droites visualisées par les carrés du revêtement de sol.

Retour au sommaire

Le disque roule.

On mesure.

Énoncé du problème posé

« De combien de fois le diamètre le disque aura avancé lorsqu'il aura fait un tour complet ? »

Le départ et l'arrivée étaient notés sur le sol par une croix au crayon de papier (les traits ont ensuite été gommés…), puis la distance parcourue a été mesurée.

Remarques

Départs et arrivées ont été notés par une croix sur la ligne alors qu'un trait aurait suffi. Pour ces élèves, un point est une croix, ce n'est pas encore l'intersection de deux lignes.

Pour l'enseignant : il y a là la découverte d'une solution mettant en œuvre la proportionnalité.

Pour les deux groupes, une explication a été nécessaire pour prendre conscience de la division à mettre en œuvre.

$10 = \ldots \times 5$

Pas de souci pour $10 = 2 \times 5$. Quelle opération nous permet d'obtenir 2 ? une division…

Cette explicitation de la méthode à utiliser dans le cas d'une multiplication à trous a été une découverte pour les élèves de Cours Moyen. Cette méthode est générale, même et surtout lorsque les nombres se « compliquent ».

Valeurs obtenues dans le premier groupe (un CM et un 6ème)

	Longueur du pourtour (cm)	Diamètre (cm)	Opération à trou	Valeur obtenue
Disque 1	111,5	36,5	$111,5 = \ldots \times 36,5$	3,05…
Disque 2	113,6	36	$113,6 = \ldots \times 36$	3,15…
Disque 3	121	36	$121 = \ldots \times 36$	3,38
Disque 4	61	18	$61 = \ldots \times 18$	3,4

À noter un souci avec un mètre ruban avec graduations en cm-mm sur une face et en pouces sur l'autre.

Retour au sommaire

Valeurs obtenues dans le deuxième groupe (un CM et un 6ème)

	Longueur du pourtour (cm)	Diamètre (cm)	Opération à trou	Valeur obtenue
Disque 1	115	36	$115 = \ldots \times 36$	3,19
Disque 2	118	38	$118 = \ldots \times 38$	3,10
Disque 3	72	24	$72 = \ldots \times 24$	3
Disque 4	69	23	$69 = \ldots \times 23$	3

Valeur moyenne des résultats obtenus : pour les 8 valeurs obtenues à Moulins-Lès-Metz : 3,157… Pas si mal…

Compléments

Au collège Louis Armand, dans une autre salle, des élèves ont fait « la fête à Pi » en manipulant le puzzle et le jeu « neuf carrés pour un carré » imaginé à cette occasion par les enseignant(e)s du Labo de Maths de Moulins-lès-Metz.

En lisant le Petit Vert ou lors d'un futur 14 mars, n'hésitez pas à écouter et faire écouter les inspirations de Kate Bush et Oldelaf honorant à leur manière le nombre π.

Source : https ://danslesyeuxdelouise.com/ (Père Castor/Flammarion)

Retour au sommaire

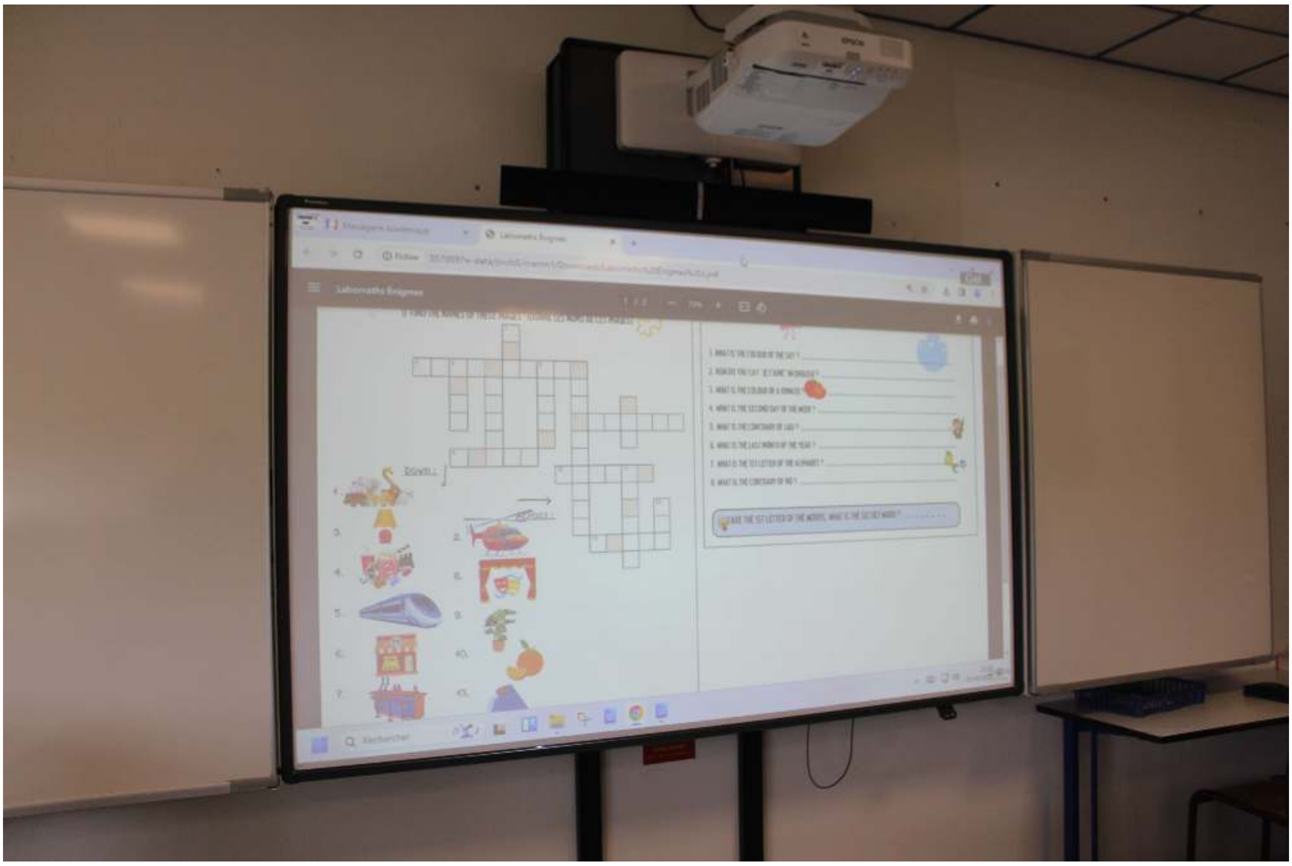
UNE CHASSE AUX ÉNIGMES À SARREBOURG

Labomaths de Sarrebourg

Le 7 mai, le Labomaths de Sarrebourg a invité les élèves de cycle 3 de trois classes du secteur à partager une chasse aux énigmes avec les élèves de sixième du collège.
Les collègues de plusieurs matières ont proposé 8 énigmes de 10 min donnant accès en cas de réussite, chacune à une lettre du nom ”Coubertin”.
Les groupes aux couleurs des Jeux Olympiques essayaient ensuite de mettre les lettres dans l'ordre pour déclencher la course d'orientation visant à retrouver les anneaux et la flamme olympique.
Après un final en musique, un goûter a été proposé aux élèves, et une récompense (réquerre ou rapporteur ALEPH) leur a été offerte à l'issue de cette belle journée.
Les jeux APMEP restent le moment phare de la journée : les élèves ne voulaient plus quitter la salle et poursuivre la manipulation.
Grands sourires et remerciements de la part des élèves nous donnent envie de reconduire cette demi-jounée, déjà proposée sous une autre forme l'année passée.
Le Labomaths de Sarrebourg a choisi la manipulation et la liaison école-collège pour axe de travail, et prévoit la création d'un fablab dans le but de fabriquer des puzzles et des activités associées.

L'énigme d'algorithmique (déplacement du robot sur une grille)

Retour au sommaire



L’énigme d’anglais (mots croisés et mot mystère)

Le jeu de dominos mythologiques en Physique-chimie

Retour au sommaire

Programmer des déplacements en 2D en EPS

La mallette des jeux APMEP

Retour au sommaire

Une collègue P.E. conseillant ses élèves

Le final après la course d'orientation pour retrouver les 5 anneaux et la flamme olympique.

Retour au sommaire

DES JEUX LOGIQUES POUR L'ÉTÉ

Gilles Waehren

Cette rubrique se donne comme ambition de poursuivre les pérégrinations entamées dans le Vu Sur la Toile 157 au niveau primaire et pouvoir ainsi aborder les solutions disponibles sur la toile pour entraîner la logique dans le second degré. Cet article peut aussi être vu comme un prolongement à la remédiation en raisonnement évoqué dans l'article « Journal Maths et Français » de ce PV 158. Même si les programmes d'apprentissage profond commencent à faire leur preuve dans la démonstration de résultats géométriques, les subtilités de la langue souvent présentes dans les problèmes de logique resteront encore un obstacle aux IA et permettront à nos élèves de comprendre leur supériorité sur la machine. C'est probablement la compétence de raisonnement qui restera la plus utile dans leur vie de citoyen ; elle fait même partie des aptitudes à entretenir toute sa vie comme nous le montre le Coin du Senior à travers ces six exercices de logique bien commentés.

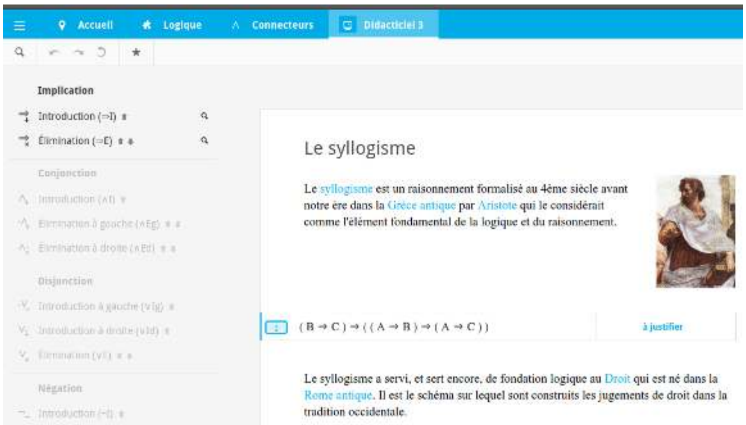
Pour construire une progression sur l'enseignement du raisonnement, on pourra se référer à ce document « Logique au collège » du Groupe logique de l'IREM de Paris, qui, pour un grand nombre des notions du cycle 4, permet, entre autres, de comprendre le rôle de la négation dans la construction et la consolidation d'une notion mathématique.

Yvan Monka partage également, sur Maths et Tiques, quelques énigmes, parfois originales, et plus constructives qu'une heure de vidéo sur les équations.

Denise Grenier donne quelques pistes de recherche pour travailler la notion de preuve au travers des maths discrètes, avec plusieurs situations de pavage comme on les aime dans notre Régionale.

Pour le lycée, les ressources de l'APMEP ne manquent pas. En Lorraine, on pourra notamment reprendre (telle quelle) l'activité « Speed Dating » et inégalités ou s'inspirer des séances sur le raisonnement, proposées par nos collègues du lycée de Fameck. Publiés il y a plus de 40 ans par l'APMEP, les « Éléments de logique pour les enseignants en mathématiques » contiennent une « Initiation aux calculs des propositions » qui sous-tend le fonctionnement des exerciseurs d'apprentissage de la démonstration, tels que Deaduction ou Edukera .

Retour au sommaire



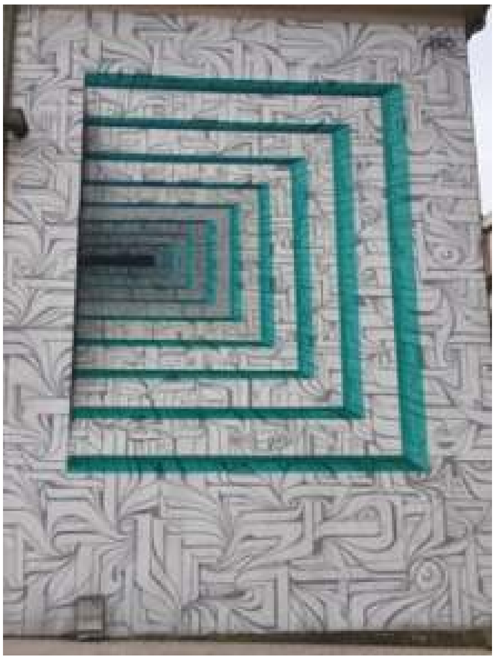
Enfin, Bibmaths se fait fort d'avoir recensé un grand nombre d'énigmes mathématiques et logiques. On pourra ainsi s'exercer à des recherches de stratégies optimales ou repérer les erreurs de ces deux démonstrations fausses telles qu'on pouvait les retrouver dans les Petits Verts 122 à 133, dans la rubrique « Sophisme du trimestre ».

On termine avec deux sites vraiment ludiques pour les vacances. Tout d'abord, Poki, à l'esthétique très accrocheuse, qui regorge de jeux déjà repérés ailleurs (mais sans pub !) et qui a réservé un espace aux jeux de logique. Puis, on versera une larme de nostalgie en cherchant les énigmes de Ludo, parues dans Pif Gadget entre 1969 et 1982.

Retour au sommaire

UN MUR PEINT À METZ

Groupe Maths et Arts - APMEP Lorraine



À l'angle des rues Belle Isle et Holandre Piquemal, un trompe-l'œil avait intrigué un de nos adhérents lors d'une promenade dans sa ville. La photo prise à ce moment avait été quelque peu oubliée…

Montrer de la profondeur sur un mur plan, quelle belle idée !

Début avril 2024, le numéro « version fémina » n°1148 reproduisait l'œuvre en précisant le nom de l'artiste (Astro) et le lieu d'implantation, nous donnant envie d'en savoir plus.

Nous avons eu envie de partager avec les lecteurs du Petit Vert le résultat de nos recherches.

Le site de l'artiste nous présente d'autres aspects de son travail : des visions géométriques y sont souvent présentes. Le lieu de ses installations n'est pas précisé : dommage. Nous serions bien allés les voir in situ.

Le trompe l'œil de Metz est référencé dans un site consacré aux fresques murales, nous donnant des idées de balades en Moselle et ailleurs.

En complément chez nos voisins

Jusqu'au 21 juillet 2024, au musée de la communication à Berne, l'exposition RIENS réjouit l'amateur de représentations en perspective.

Retour au sommaire

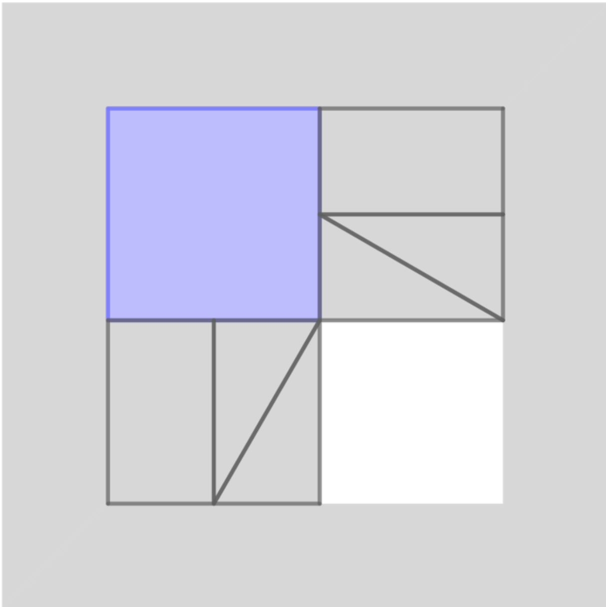
MATHS ET DÉCOUPAGES

DISSECTION DE « TROUS »
SOLUTION AU DÉFI 157

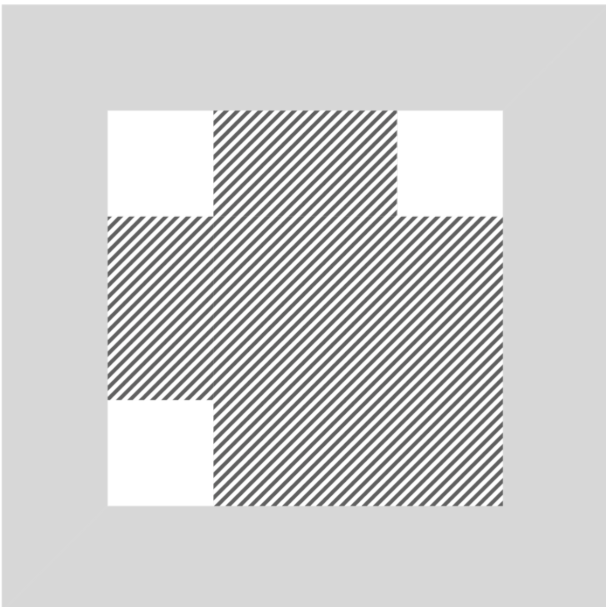
Groupe Jeux / "Le Moulin des Maths"

Un carré, deux rectangles et quatre triangles sont disposés de façon à laisser apparaitre un « trou » carré (représenté à l'aide d'un carré blanc sur le dessin ci-dessous.)

Si l'aire du carré blanc vaut 3, alors celle du carré bleu vaut 4.
La largeur des deux rectangles est la moitié de la longueur du côté du carré bleu.



Comment disposer le carré bleu, les deux rectangles et les quatre triangles de façon à recouvrir la surface hachurée et à obtenir trois trous carrés superposables ?



Retour au sommaire

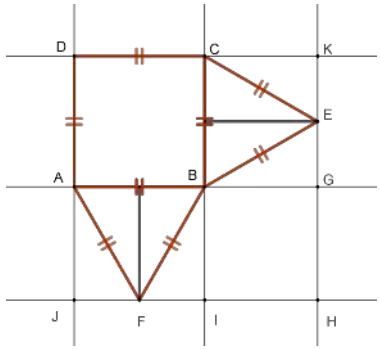
Construction des pièces

1) Construire un carré ABCD.

2) Construire les triangles équilatéraux BCE et ABF.

3) Tracer la perpendiculaire (AD) passant par F. Elle coupe (BC) en I et (AD) en J.

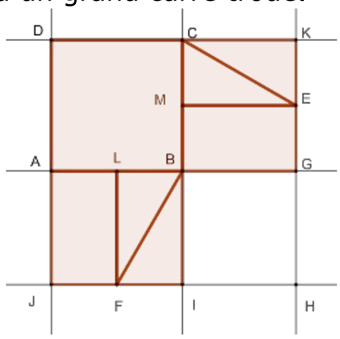
4) Tracer la perpendiculaire (CD) passant par E. Elle coupe (AB) en G, (CD) en K et (IJ) en H.



Bricolage

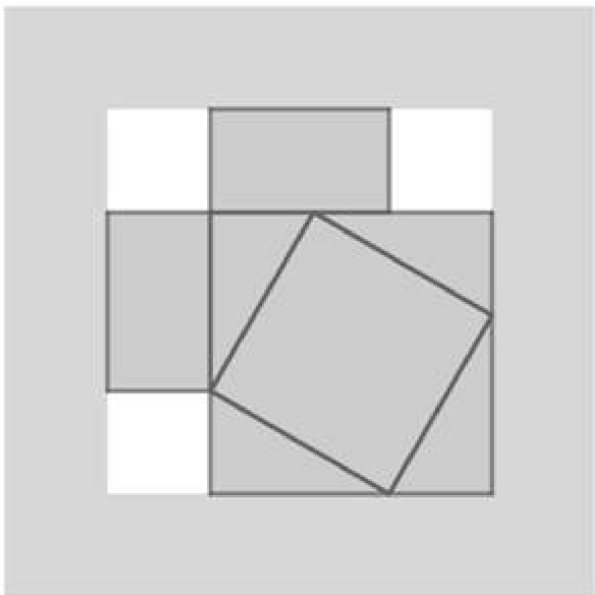
Construire la figure précédente sur du papier cartonné.
Augmenter la longueur du côté du carré JHKD d'un ou deux centimètres pour la bordure.
Découper le grand carré obtenu.
À l'aide d'un cutter, découper le carré JHDK. On obtiendra un grand carré troué.

Découper les pièces suivantes : le carré ABCD, les deux rectangles AJFL et BGEM et les quatre triangles BFL, BIF, CEM et CEK.



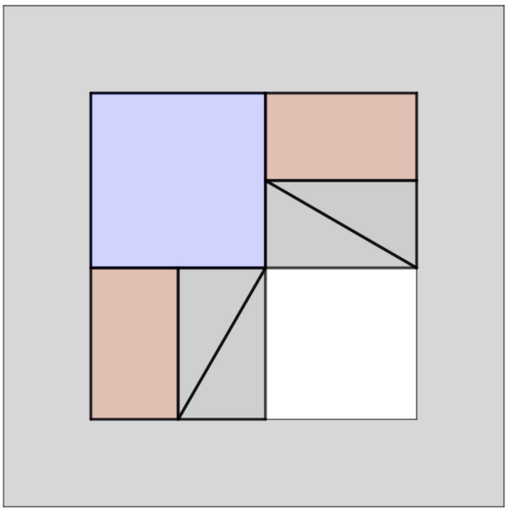
Dans du papier cartonné, découper un deuxième carré de même taille que le grand carré troué.
Coller le grand carré troué sur ce deuxième carré

Les trois trous



Retour au sommaire

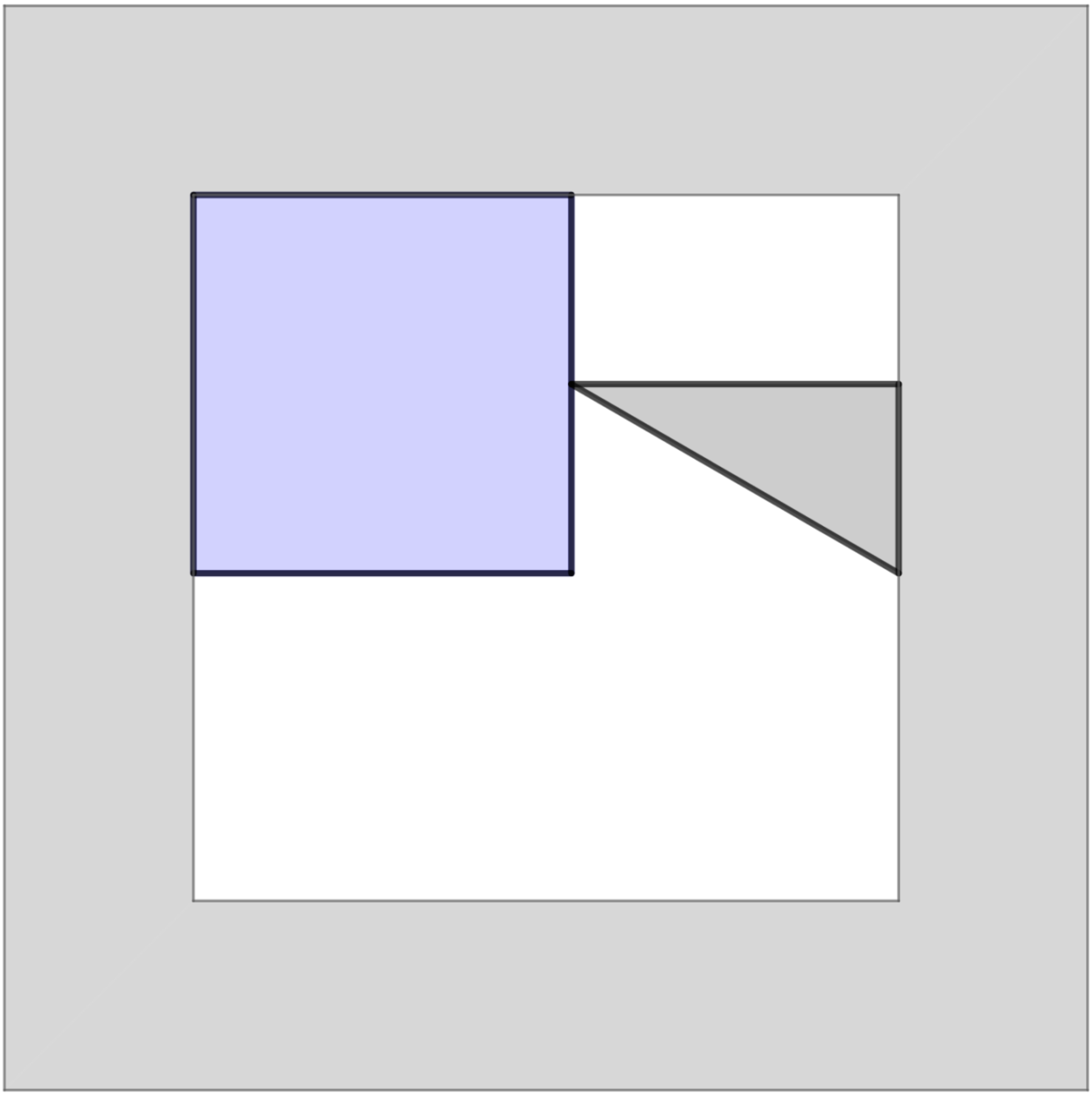
Faire des économies en utilisant la règle non graduée



Matériel : une règle graduée et un crayon

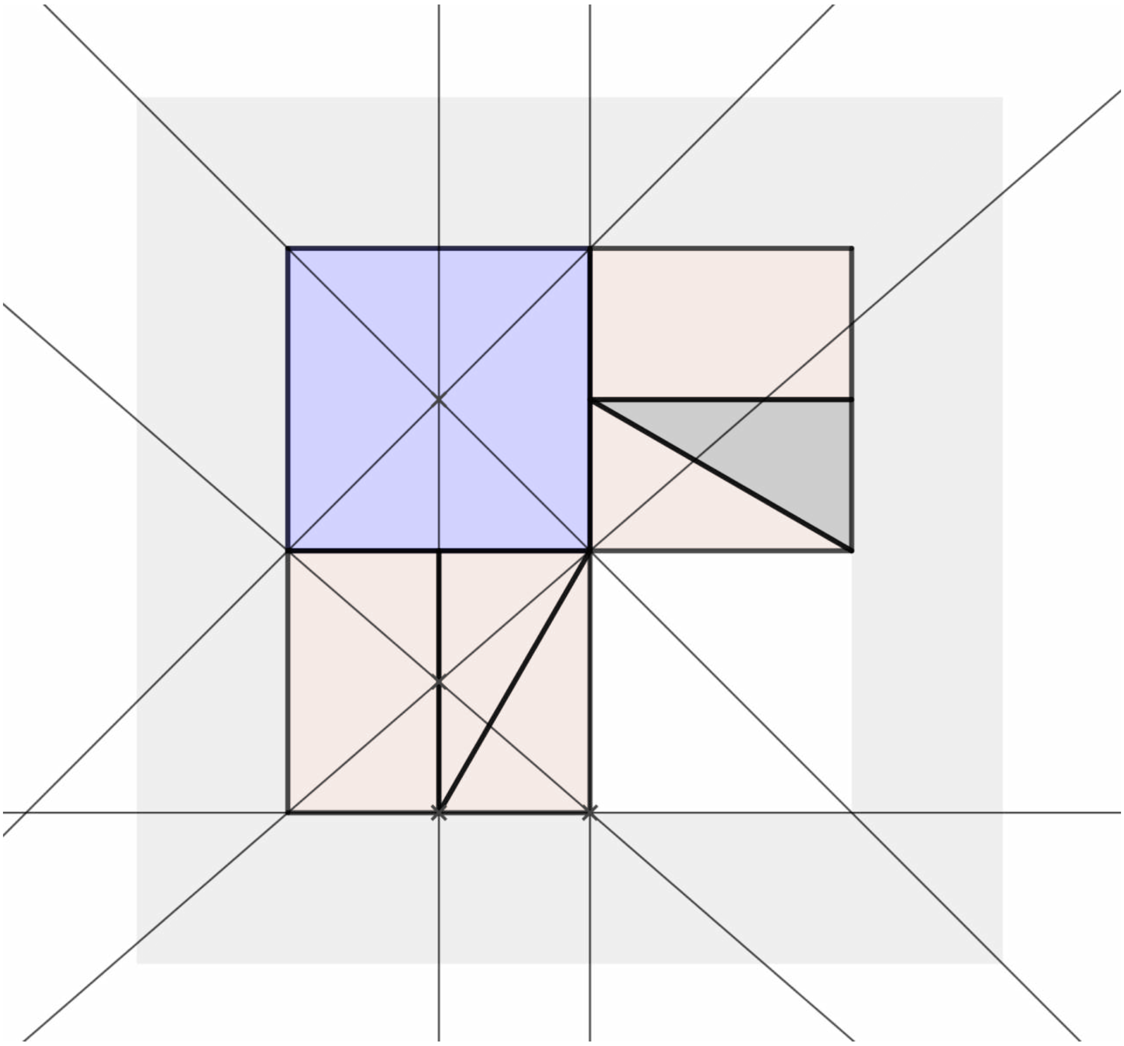
En utilisant le moins de fois possible la règle non graduée, dessine les pièces rangées dans le grand carré. Le carré bleu et un triangle rectangle gris sont déjà placés.

Chaque utilisation de la règle non graduée vous coûtera 1 €. Surveillez vos dépenses…



Retour au sommaire

Voici une solution faisant intervenir une propriété des diagonales d'un rectangle.



Voici pour nos lecteurs et lectrices le sourire d'une jeune élève ayant réussi la création des trois trous le 1er décembre 2023 lors de la Nuit des Maths à l'École Cressot de Montigny-les-Metz.

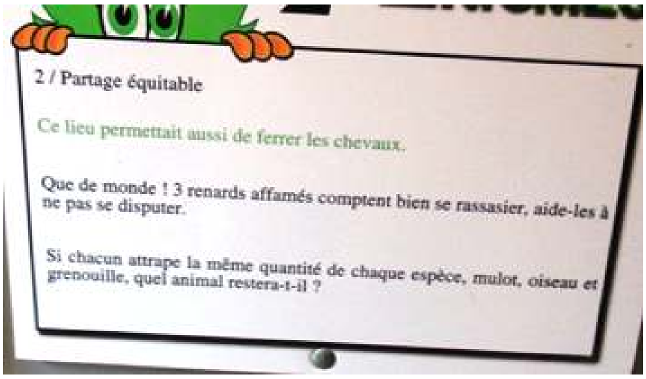
Retour au sommaire

LE FORT AUX ÉNIGMES

Groupe Maths et Jeux APMEP Lorraine

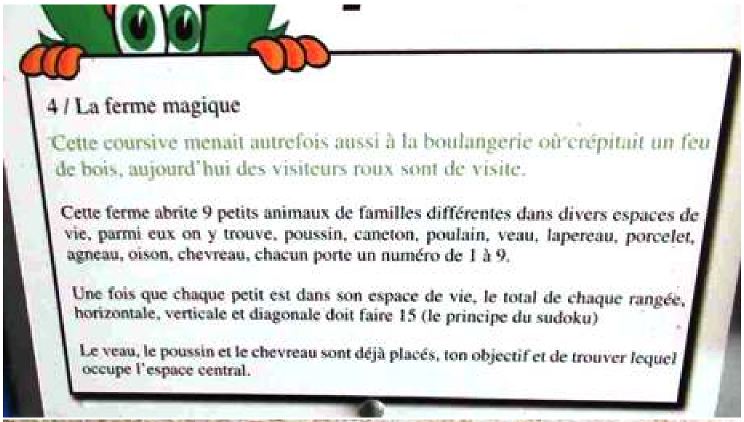
Début août 2021, le fort était calme.
Il n'en est sans doute pas de même lors des périodes de sorties scolaires.

Des énigmes sont proposées à destination des enfants des écoles primaires et maternelles.
Les mathématiques ne sont pas absentes.



Voici un exemple de ce qui est proposé aux plus petits.
Il est demandé de classer les trois chiffres de gauche à droite, la formulation est sans doute à revoir : doit-on les écrire du plus petit au plus grand ou du plus grand au plus petit ?

Retour au sommaire



Non, ce n'est pas le principe du sudoku, mais le carré magique formé des entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Les adultes savent peut-être que 5 est en position centrale, ce qui simplifie la résolution de l'énigme.

Les casemates ont changé d'utilisation.

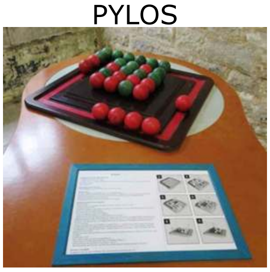


En plus de nombreux jeux anciens réalisés en bois, nous retrouvons des jeux de société bien connus de nos lecteurs.

QUARTO

QUIXO

PYLOS



Retour au sommaire

Pour avoir une vue d'ensemble du fort, rien de mieux que de jouer avec le labyrinthe de billes.

Au pied du fort, la traversée du village de Mont-lès-Neufchâteau nous fait voir une belle étoile à cinq branches décorant l'école de filles. La « pointe » est vers le sol, ce qui n'est pas commun.

Ce petit reportage complétera peut-être vos envies de sorties estivales…

Source : https ://www.tourisme.vosges.fr/

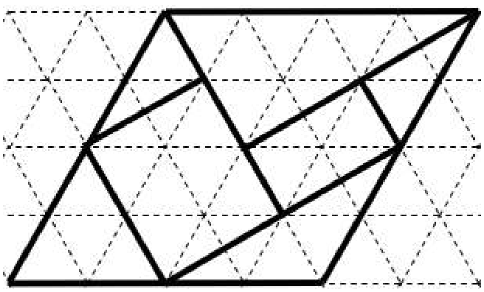
Retour au sommaire

MATHS ET JEUX

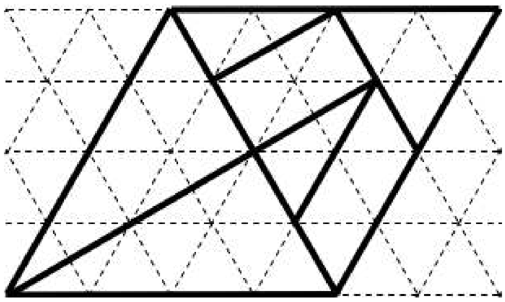
LOSANGRAM ET LE LOSANGE DE METZ (SUITE)

Groupe Maths et Jeux APMEP Lorraine

Le Petit Vert n°157 nous a présenté ces deux puzzles imaginés sur réseau triangulé.



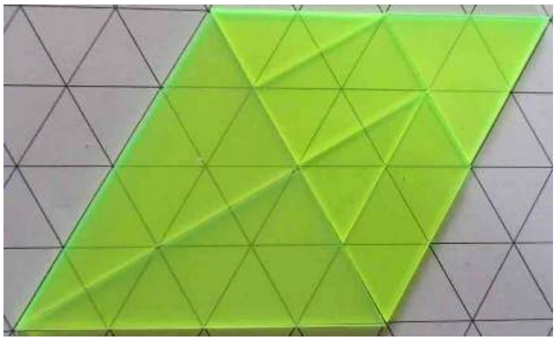
Le Losange de Metz



LOSANGRAM

Les exemplaires diffusés par notre régionale sont en plastique transparent : la manipulation des pièces sur les documents LG5 et LM5 créés pour l'occasion permet la visualisation du réseau triangulaire qui était présent lors de la création des puzzles.

Le Losange de Metz



LOSANGRAM

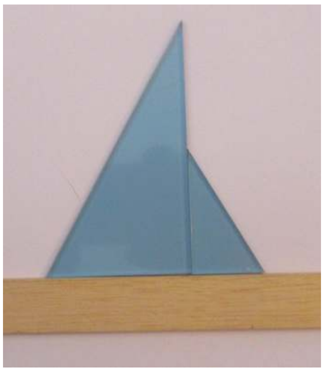
Ces deux puzzles servent en 2024 de lots pour les élèves des classes gagnantes de notre Rallye et sont mis en vente lors de notre Journée Régionale, des Journées Nationales de l'APMEP lors de Nuits des Jeux Mathématiques auxquelles nous participons.

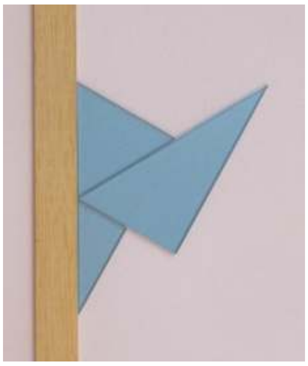
Le Petit Vert n°157 fournissait les liens vers six documents accompagnant les puzzles. Depuis d'autres ont été imaginés et d'autres le seront sans doute. Les liens LGsite et LMsite indiquent l'avancement des propositions des joueurs et joueuses du groupe.

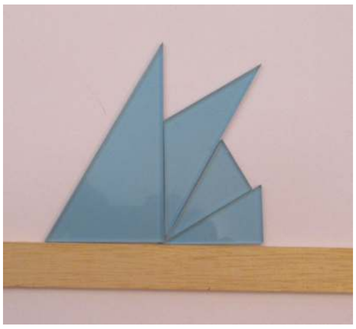
Une famille de rectangles à réaliser	LG7	LM7
Des pavages à compléter	LG8	LM8
Dessins des positions des pièces sur le réseau triangulé	LG9	LM9
D'un polygone à l'autre	LG10	LM10
Des dessins en utilisant une des pièces comme gabarit	LG11	LM11

Retour au sommaire

Manipulation et règle non graduée pour des fractions d'angle


Des demis d'angle plat


Des tiers d'angle plat

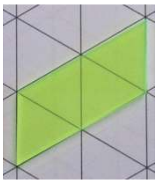

Des tiers d'angle droit

Des manipulations similaires peuvent être faites avec les pièces de LOSANGRAM

Avec le réseau triangulé pour des justifications

Pourquoi suis-je sûr que la pièce est un triangle équilatéral ?

Pourquoi suis-je sûr que la pièce est un triangle isocèle ?



Pourquoi suis-je sûr que la pièce est un parallélogramme ?

Pourquoi suis-je sûr que la pièce est un triangle rectangle ?

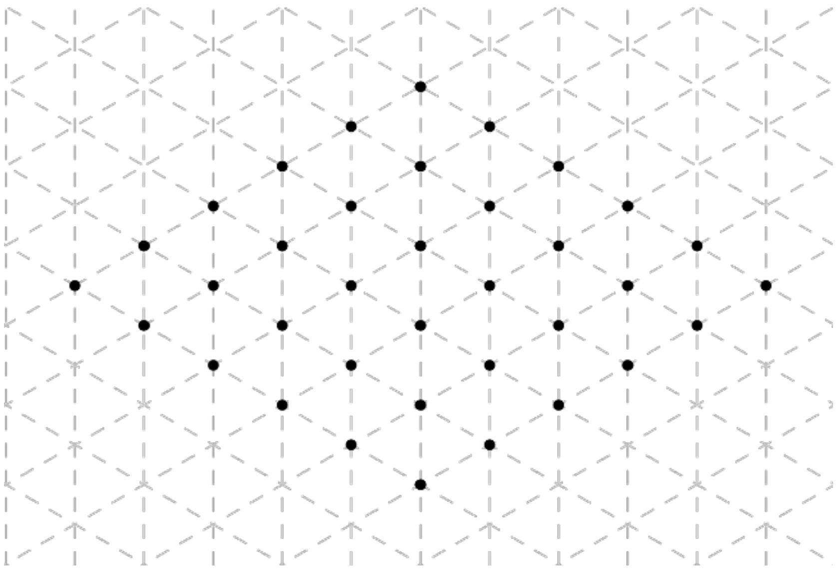
Pourquoi suis-je sûr que la pièce est un rectangle ?

Pourquoi suis-je sûr que la pièce est un rectangle ?

Retour au sommaire

En utilisant le jeu de HIP sur réseau triangulé

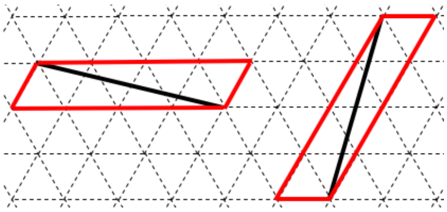
Les deux premiers défis proposés pourront être proposés en activités préalables.



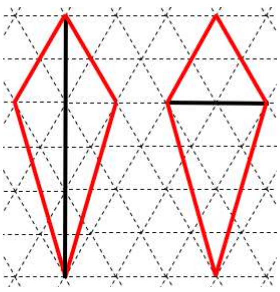
1) Place le plus de croix possibles sur le réseau de telle sorte que quatre croix placées ne soient jamais les extrémités de deux segments parallèles.
Combien de croix as-tu réussi à placer ?

2) Place le plus de croix possibles sur le réseau de telle sorte que quatre croix placées ne soient jamais les extrémités de deux segments perpendiculaires.
Combien de croix as-tu réussi à placer ?

En utilisant les propriétés du réseau triangulé

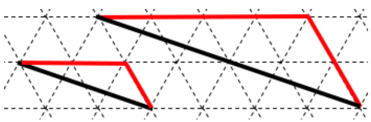


Les segments noirs sont les petites diagonales de deux parallélogrammes superposables.
Les segments noirs sont des troisièmes côtés de deux triangles égaux.
Ils ont donc même longueur.



Les segments noirs sont les diagonales de deux cerfs-volants superposables.

Ils sont donc portés par des droites perpendiculaires.



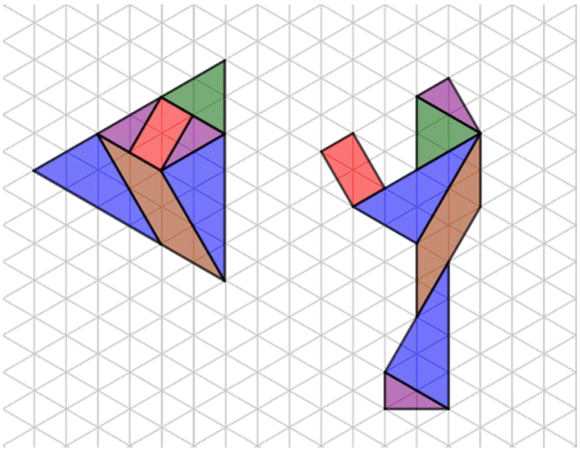
Les segments noirs sont des côtés de deux triangles homothétiques.

Ils sont donc portés par des droites perpendiculaires.

Retour au sommaire

Des compléments dans l'expo du « Moulin des Maths »

Le stand n°15 présente « Le cadeau du robot » : le découpage d'un triangle équilatéral sur un réseau triangulé est une nouvelle source d'inspiration



Avec les sept pièces formant le robot ou le triangle équilatéral, réalise :

- Un rectangle (deux différents sont possibles)
- Un triangle isocèle
- Un parallélogramme (trois différents sont possibles)
- Un trapèze isocèle (deux différents sont possibles)
- Un cerf-volant
- Un pentagone (au moins cinq différents sont possibles)
- Un hexagone (au moins deux différents sont possibles)

ANNONCE

La Nuit du Jeu mathématique du Labomaths de Sarrebourg aura lieu le 14 juin 2024 à partir de 17h30 au Collège Pierre Mesmer de Sarrebourg.

Retour au sommaire

DES MATHÉMATIQUES DANS DES MOTS CROISÉS !

Mots Croisés

GRILLE II/D

Horizontalement. — 1. Espèce de poteau. — 2. Terre relevée en talus. Rien ne va plus quand il est bas. — 3. Une pièce pour la cave. Etoffe ou chapeau. — 4. Il faut souvent les redresser. Préfixe. — 5. Un jour, une carte. Possessif. — 6. Autre possessif. En prendre n'indique pas la modestie. — 7. Préposition. Sont noyés dans la roche ou dans la graisse. — 8. Espèce de rat. Se donne à une sentinelle. — 9. Se dit d'un œil sans expression. Montagne de Palestine. — 10. Dessous rarement propres.

II/D

Verticalement. — I. Est pris après les repas. On le prend parfois après avoir consulté la carte. — II. Ceux qui, [illegible]-on, ne se dégonflent pas. Retient les regards du voyageur. — III. Son huile est fort désagréable. A chacun le sien. — IV. Est rouge ou noir. Ne doit pas dégénérer en avarice. — V. Il est souvent roulé. Patrie d'un romancier russe. — VI. Sert à indiquer aux navigateurs la route à suivre. Est souvent un secret de femme. — VII. Celui d'Arcadie est un âne. Adverbe. — VIII. Est cultivé dans tous les pays. Varient légèrement d'un café à l'autre. — IX. Langue de vipère. N'a évidemment pas de goût personnel. — X. Arbre dont les fruits fournissent une huile. Arrête le mouvement.

SOLUTION I/D

En vidant des greniers, nous retrouvons parfois de vieux journaux qu'il est toujours intéressant de relire.

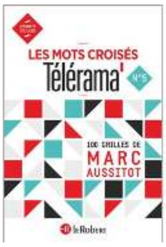
La grille de mots croisés de l'Est Républicain daté du 15 février 1958 attire l'œil de l'amateur de géométrie : les cases noires sont disposées de façon symétrique autour du centre de la grille.
Les grilles récupérées dans d'autres exemplaires du journal datant de la même époque possèdent également cette propriété.

Dans les exemplaires actuels, ce n'est plus le cas.

Au 21ème siècle, nous en retrouvons chez les créateurs de grilles possédant peu de cases noires comme Georges Pérec ou Jacques Drillon.

Les définitions dans des grilles de mots croisés « grand public » nous fournissent parfois quelques plaisirs mathématiques.
Dans ses grilles proposées chaque semaine dans Télérama, Marc Aussitot montre que les mathématiques sont une chose qu'il ne néglige pas.

Retour au sommaire



Divers recueils permettent d'agrandir notre récolte de définitions inspirées notre matière.

Voici quelques exemples.

Acquis pour ne pas avoir à penser : AUTOMATISME

Voici une définition à rappeler à ceux et celles qui oublient l'importance de la compréhension en mathématiques.

L'intégrale la donne	AIRE
Douze pour un cube	ARETES
Entre deux faces	ARETE
Une base pour Euclide	AXIOME
Neuf pour trois	CARRE
Sa relation est connue dans le secondaire	CHASLES
Le petit 3 en l'air	CUBE
Type de statistiques	ECART
Donne le droit	EQUERRE
Homme de droite	EULER
Homme de cercle	EULER
En coupant Platon, devient digne d'Archimède	ICOSIDODECAEDRE
Remarquable chez le matheux	IDENTITE
Comme certaines racines	IRRATIONNEL
Deux sur trois sont égaux	ISOCELE
Très recherchée pour la fonction	LIMITE
Il utilise le langage des signes pour résoudre ses problèmes	MATHEMATICIEN
À la recherche de l'inconnue	MATHS
cm3	ML
Son œuvre est classée X	MONGE
D'or entre un et deux	NOMBRE
Donc au moins quatre unités	PAIRES
Établit une distance sûre sans possibilité de contact	PARALLELISME
Une lettre pour un nombre	PHI
Lettre de rapport	PI
Transcendant	PI
180°	PI
Fait un plat	PI
D'un ensemble numérique	REEL
Un produit qui a ennuyé bien des lycéens	SCALAIRE
Il a mis de l'égalité dans les rapports	THALES
Attaché à quelque chose de discriminant	TRINOME

En 2024, la recherche de définitions « mathématiques » continue. D'autres auteurs de mots croisés seront sans doute évoqués.

Retour au sommaire

MATHS ET PHILO

INFINI(S)

Didier Lambois

« Mais que diable allait-il faire dans cette galère ? » s'exclame Géronte dans les *Fourberies de Scapin*[1], à plusieurs reprises, et c'est ce que je me suis dit aussi, plusieurs fois, en écrivant cet article sur l'infini. Que suis-je venu faire dans cette galère ? Pourquoi vouloir définir l'infini qui par définition n'est pas fini donc pas défini ? Par quel bout prendre ce concept qui n'a pas de bout ? Comment en viendrai-je à bout ?

Pourtant, s'il est un concept que nous utilisons souvent c'est bien celui d'infini, surtout en mathématiques et en philosophie. Essayons donc d'y voir plus clair.

Lorsque les philosophes et les mathématiciens parlent d'infini, parlent-ils d'un même infini ? Lorsque Descartes affirme que « Dieu seul est infini » faut-il l'entendre comme un mathématicien qui affirme que l'ensemble des nombres est infini ? Lorsque Pascal parle de l'infiniment petit n'est-il pas en même temps philosophe et mathématicien ? Mais si l'univers est infini… c'est grand !

L'infini potentiel

L'idée commune à toutes ces occurrences c'est toujours l'idée d'absence de limites[2] ; l'infini n'est pas borné, et parler de Dieu en disant qu'il n'est pas infini ce serait blasphémer. Dieu est par définition infini, ses qualités sont infinies, que ce soit la puissance, la sagesse, l'amour… Non ! Dieu ne peut pas être borné, il est infini, ou peut-être devrions-nous dire « absolu ».

Mais j'entends déjà quelques incrédules crier que pour que Dieu soit infini il faudrait qu'il existe, et je préfère ne pas m'embarquer dans cette question, une galère suffit. Contentons-nous de faire remarquer aux mathématiciens que l'existence des ensembles infinis est tout aussi problématique. Pouvez-vous me montrer un ensemble infini ? Vous pouvez le penser, vous pouvez le nommer, le définir, vous pouvez même le construire, mais existe-il vraiment, réellement ? L'ensemble des entiers naturels semble exister, nous l'utilisons tous les jours, 1, 2, 3... mais si vous voulez affirmer que c'est un ensemble infini vous devrez reconnaître qu'il n'est infini que potentiellement et qu'il ne sera jamais « actualisé », jamais réalisé (du latin *res*, chose) totalement. Nous voilà face à un infini aussi inatteignable que peut l'être Dieu.

Faut-il alors affirmer, comme Aristote (384-322 av. J.-C.), que l'infini n'existe que potentiellement ?

« l'infini en acte, effectif et concret, ne peut se réaliser dans la nature, et l'infini en puissance, celui que peuvent imaginer les hommes, (est) le seul à exister » Aristote, Physique, III.

Aristote ne remet pas en cause le fait qu'il soit nécessaire, parfois, de penser l'infini (nous pouvons ajouter ou diviser à l'infini) et nous pouvons toujours avancer vers l'infini : un pas, puis un autre

1. Molière, *Les Fourberies de Scapin*, acte II, scène 7.
2. Avec le privatif *in*, le mot « infini » est dérivé du verbe *finire*, limiter, qui a donné aussi « définir », délimiter. Mais *finire* signifiait également « achever », finir, et ce qui est in-fini serait donc inachevé, non définissable, indéfini.

Retour au sommaire

pas, et je ne m'arrête pas… Mais si nous pouvons le penser, l'imaginer, cela ne lui donne pas pour autant une existence réelle, en acte, actuelle. Cette distinction acte/puissance permet à Aristote d'évacuer les problèmes posés par Zénon et ses paradoxes. Le paradoxe de la dichotomie[3] n'en n'est plus un : il y a, certes, une infinité de semi-distances à parcourir avant de parvenir à un point donné, mais c'est une infinité en puissance.

Aristote laisse aux mathématiciens le plaisir de jouer avec cet infini qui ne correspond à rien de réel, et les mathématiciens ne s'en privent pas. Les pythagoriciens avaient déjà commencé depuis de nombreuses années. Alors qu'ils espéraient pouvoir rendre compte du monde par le nombre, et exprimer tous les rapports de grandeurs par le quotient de deux nombres entiers, ils découvrent qu'il existe des quantités incommensurables, des grandeurs non exprimables par le *ratio* de deux entiers : les irrationnels. Euclide et d'autres montreront que pour définir ces irrationnels il faut des suites illimitées de nombres rationnels, c'est infini[4].

L'apparition du calcul infinitésimal renvoie aussi les mathématiciens à l'infini, l'infiniment petit, l'évanescent ; paradoxalement, la notion même de limite renvoie également à un processus infini, illimité, puisqu'il reste toujours un petit quelque chose, et c'est précisément dans ce petit rien que réside l'infini. L'effort de Cauchy[5] pour en finir avec l'interminable, grâce à cette notion de limite, illustre bien cette idée que nous sommes toujours dans l'infini potentiel, un infini possible.

L'infini actuel

« *De l'audace, encore de l'audace…* »[6] il en aura fallu à Cantor (1845-1918) pour oser rompre avec cette tradition qui cantonnait les mathématiques à l'infini potentiel. Même si certains penseurs, comme Bolzano (1781-1848) ou Leibniz (1646-1716), avaient voulu ouvrir la voie, la résistance était énorme. Le prince des mathématiciens l'exprimait avec force :

« Je conteste qu'on utilise un objet infini comme un tout complet ; en mathématiques, cette opération est interdite ; l'infini n'est qu'une façon de parler. »

Cantor n'en convient pas, il ne veut plus considérer l'infini comme étant seulement une limite inatteignable, une quantité indéterminée susceptible de croître ou de décroître indéfiniment, va-

3. On nomme ainsi différents paradoxes qui montrent que pour parcourir une distance donnée en un temps fini, il faut d'abord parcourir la moitié de cette distance, puis la moitié de la distance restante, puis encore la moitié etc. Si la distance est divisible à l'infini il sera impossible de parcourir une infinité de positions en un temps fini. Achille qui veut rattraper la tortue est confronté au même problème ! Mais si le temps et l'espace étaient composés d'éléments indivisibles à l'infini, une flèche serait à chaque instant immobile dans un espace donné, donc toujours immobile… Décidément, en voulant donner raison à son maître Parménide, Zénon dérange autant les partisans du divisible que ceux de l'indivisible, les partisans du continu comme ceux du discret.

4. Dans sa géométrie, Euclide joue aussi avec l'infini. Le deuxième postulat de ses *Éléments* l'indique clairement : *Un segment de droite peut être prolongé indéfiniment en une ligne droite*.

5. Augustin Louis Cauchy (1789-1857) est sans conteste l'un des plus grands mathématiciens du XIXème siècle. Monarchiste antilibéral et catholique fervent, il est aussi le fondateur de nombreuses œuvres charitables, et il est préférable d'oublier qu'il fut beaucoup moins charitable envers les travaux d'Evariste Gallois (1811-1832) et de Niels Abel (1802-1829). Abel disait pourtant de Cauchy : « *il est celui qui sait le mieux comment il faut faire des mathématiques* ». Mais le maître négligea les manuscrits de Abel, et ce dernier mourut dans la misère, à 26 ans, sans jamais avoir obtenu de poste de son vivant. Ce n'est que deux jours après sa mort qu'Abel reçut une lettre de son ami Crelle (fondateur d'une revue de mathématiques où Abel publiait des articles), lettre qui lui annonçait qu'il avait enfin un poste de professeur à Berlin et qui se terminait par cette jolie formule : « tu n'auras plus à te soucier de ton avenir ».

6. La formule est de Danton qui, dans un discours du 2 septembre 1792, cherche à mobiliser les Français contre l'avancée des troupes austro-prussiennes qui viennent de prendre Verdun le 30 août.

Retour au sommaire

riable, il veut et il faut, selon lui, regarder l'infini comme une chose en soi, déterminée, constante, qui dépasse en grandeur toute quantité finie de même nature.

Pour exemple, l'ensemble des nombres entiers, dont nous parlions ci-dessus, est à ses yeux une chose en soi, c'est un ensemble déterminé, fixe (quand bien même nous ne finirons jamais d'énumérer les nombres qui le constituent), c'est une quantité bien plus grande que tout nombre entier, mais qui forme un tout. Cet ensemble est infini, mais est-ce le même infini que l'infini de l'ensemble des nombres réels ? Les entiers semblent former un ensemble infini dénombrable et discret ; les réels semblent indénombrables [7] et forment un ensemble continu. Il y a bien plus de réels que d'entiers naturels, tout comme il y a deux fois plus d'entiers que de nombres pairs, Ibn Quura (836-901) et Galilée (1564-1642) l'avaient déjà remarqué, mais ils sont pourtant en nombre infini. Il y a donc des infinis plus ou moins grands… des ensembles qui n'ont pas la même puissance, le même cardinal [8]. Mais est-il possible d'établir une correspondance [9] entre les éléments des uns et les éléments des autres, et de fait une correspondance entre le discret et le continu ? Est-il possible d'établir une bijection entre les éléments d'un segment de droite (le coté d'un carré) et les éléments d'une surface… ? etc.

Voilà le genre de questions qui alimentent la correspondance, les lettres échangées entre Cantor et Richard Dedekind [10], grand mathématicien qu'il avait rencontré en 1872. Grâce à eux il est possible aujourd'hui de raisonner tout autant sur l'infini (puisqu'il existe réellement) que sur le fini. La théorie des ensembles constitue de ce fait un tournant important de l'histoire des mathématiques [11].

7. On qualifie de dénombrable un ensemble infini dont les éléments peuvent être mis en correspondance biunivoque (bijection) avec les nombres naturels. Cantor démontrera l'indénombrabilité de **R** à deux reprises, d'abord en 1874 avec la méthode des segments emboîtes, puis en 1891 par la méthode de la diagonale.

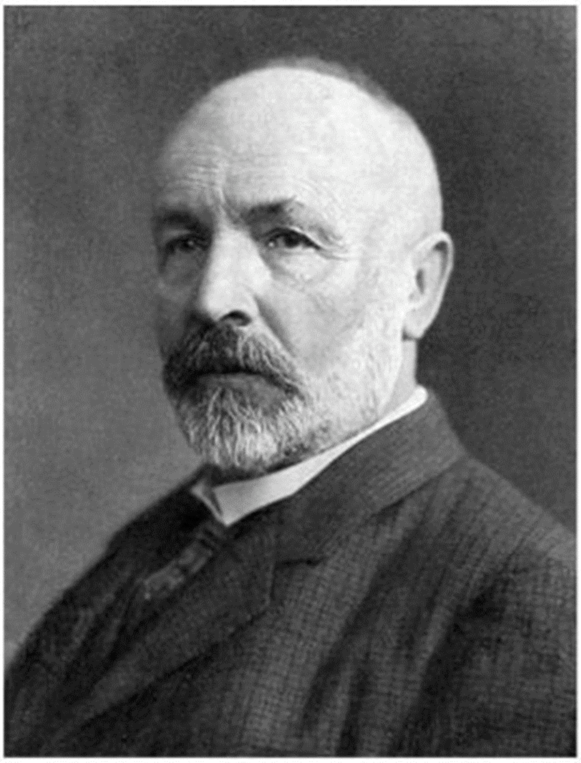
8. Le cardinal d'un ensemble est le nombre d'éléments de cet ensemble, considérés indépendamment de leur ordre.

9. C'est le mot employé par Cantor. Le terme de « bijection » sera utilisé ultérieurement.

10. C'est à Richard Dedekind (1831-1916) que l'on doit la définition d'un ensemble infini : ensemble qui peut être mis en bijection avec une de ses parties propres. La correspondance entre Cantor et Dedekind sera publiée en 1937 par Jean Cavaillès et Emmy Noether. La teneur de cet échange épistolaire peut nous faire regretter de communiquer aujourd'hui via internet !

11. Pour être plus précis et aller plus loin, de façon claire et abordable, on peut commencer par lire l'article de Patrick Dehornoy, *Cantor et les infinis*, en ligne sur bibnum.

Retour au sommaire

Georg Cantor (à droite) face à celui qui fut l'un des opposants les plus farouches de la théorie des ensembles, Léopold Kronecker (1823-1891).

« Je le vois, mais je ne le crois pas »

« Je le vois, mais je ne le crois pas », c'est ce qu'écrit Cantor quand il découvre que l'ensemble des points d'une surface possède la même taille que l'ensemble des points d'un segment de droite, mais cette formule résume assez bien l'étonnement, la stupeur, l'effroi que nous pouvons avoir face à l'infini. Nous sommes dépassés par l'infini et face à lui notre entendement montre qu'il est fini. La première antinomie[12] de Kant (1724-1804) illustre bien cette impuissance de notre raison. Nous n'arrivons pas à penser que le monde puisse être infini, tant dans l'espace que dans le temps (mais nous n'arrivons pas à penser non plus qu'il puisse être fini).

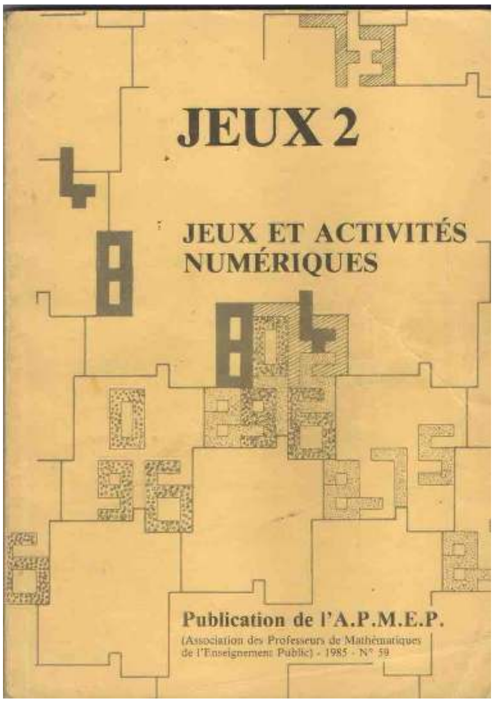
« Je le crois, mais je ne le vois pas ». Cette formule pourrait être celle de ceux qui croient en Dieu, mais ne conviendrait-elle pas aussi face à l'infini qui nous échappe toujours ? L'infini nous embarque toujours sur des océans où il n'y a plus d'horizons, quelle galère !

Car enfin qu'est-ce que l'homme dans la nature ? Un néant à l'égard de l'infini, un tout à l'égard du néant, un milieu entre rien et tout. Infiniment éloigné de comprendre les extrêmes, la fin des choses et leur principe sont pour lui invinciblement cachés dans un secret impénétrable, également incapable de voir le néant d'où il est tiré, et l'infini où il est englouti. Pascal, *Pensées*

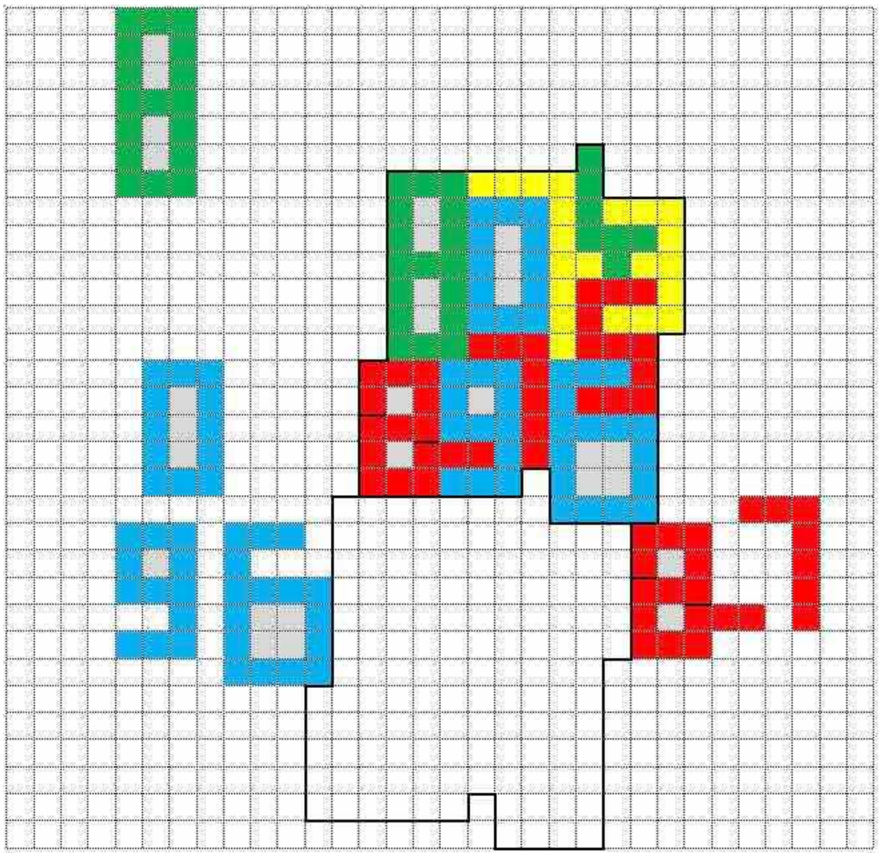
12. Dans *La Critique de la Raison Pure*, les antinomies (contradictions) sont utilisées par Kant pour montrer les limites de notre raison et nous faire sortir, comme il le dit, de « notre sommeil dogmatique », de cette illusion confortable et dangereuse qu'est l'illusion de savoir.

Retour au sommaire

DÉFI 158 - 1 : LA COUVERTURE DE LA BROCHURE JEUX 2



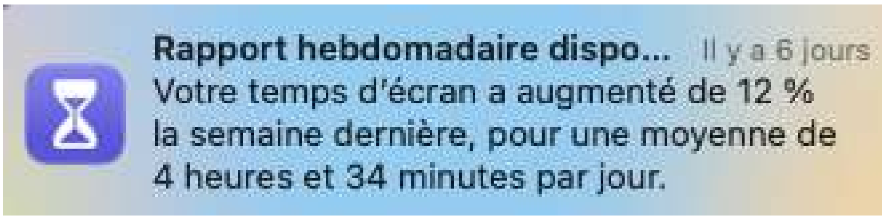
Imprime cette page du Petit Vert puis complète le dessin du pavage dessiné sur la couverture de la brochure n°59 éditée en 1985.



Retour au sommaire

DÉFI 158 – 2
TEMPS PASSÉ DEVANT L'ÉCRAN

Voici ce qu'affiche certains ordinateurs tous les lundis à 9 heures.



Quel était le temps d'écran moyen par jour la semaine précédant la semaine citée dans ce relevé hebdomadaire ?

SOLUTION DÉFI 157 – 1
LA BONNE ANNÉE 2024

Énoncé

Écrire 2024 comme la somme de puissances d'entiers exposants 3. Écrire 2024 comme somme de deux puissances.

Solution

Une proposition avec des entiers consécutifs :

$$2024 = 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3$$

Une autre décomposition avec puissances de 2 et de 10 :

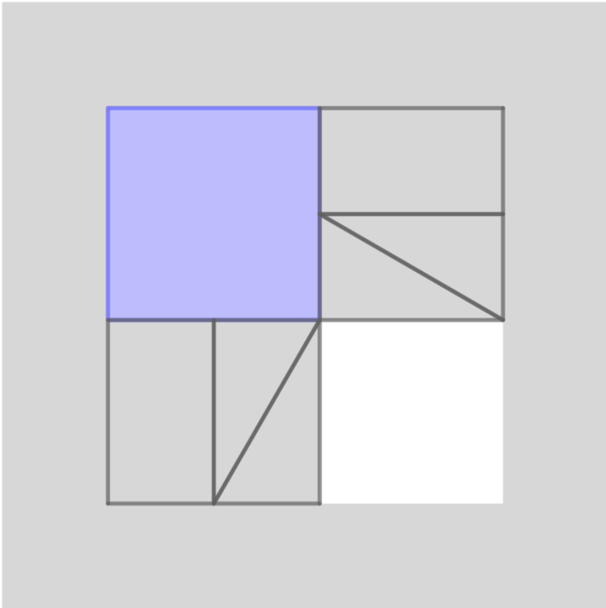
$$2024 = 2^{10} + 10^3$$

Retour au sommaire

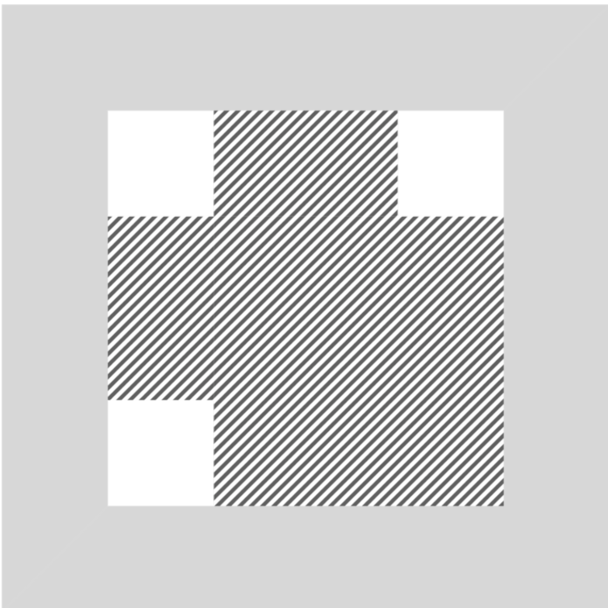
SOLUTION DÉFI 157 – 2
DISSECTION DE « TROUS »

Un carré, deux rectangles et quatre triangles sont disposés de façon à laisser apparaitre un « trou » carré (représenté à l'aide d'un carré blanc sur le dessin ci-dessous.)

Si l'aire du carré blanc vaut 3, alors celle du carré bleu vaut 4.
La largeur des deux rectangles est la moitié de la longueur du côté du carré bleu.



Comment disposer le carré bleu, les deux rectangles et les quatre triangles de façon à recouvrir la surface hachurée et à obtenir trois trous carrés superposables ?



Solution
Des solutions, proposées par le Labo "Le Moulin des Maths" sont consultables dans la rubrique "Maths et découpages".

Retour au sommaire

PROBLÈME 158 : ALGORITHME

Proposé par Philippe Févotte

Le responsable de cette rubrique est Philippe Févotte.
Envoyez lui vos propositions de solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème.

Vous trouverez ci-dessous un algorithme écrit en langage Python.
Que calcule la fonction ragag ? Démontrez-le.

```python
from math import *
def decoupe(N) :
    t=int(log10(N)+1)
    L=[]
    LR=[]
    R=0
    p=floor((t+1)/2)
    for i in range(p) :
        R=int(N%100)
        LR=[R]
        N=(N-R)/100
        L=LR+L
    return(L)
```

```python
def NbI(N,debi) :
    imp=debi
    reste=N
    cpt=0
    der=0
    while reste-imp>0 or reste-imp==0 :
        der=imp
        reste=reste-imp
        imp=imp+2
        cpt=cpt+1
    return cpt,reste,der
```

```python
def ragag (N) :
    L=decoupe(N)
    reste=0
    debi=1
    rap=0
    for i in range(len(L)) :
        n=reste*100 + L[i]
        cpt,reste,der=NbI(n,debi)
        debi=(der+1)*10+1
        rap=rap*10+cpt
    return rap
```

Le code est disponible dans le fichier Python.

Retour au sommaire

SOLUTION PROBLÈME 157
SÉPARER 2024 POINTS

Proposé par Fabien Lombard

On se donne un nuage de 2 024 points du plan. Peut-on tracer une droite Δ qui partage ce nuage en deux sous-nuages contenant chacun 1 012 points ?

Solution :

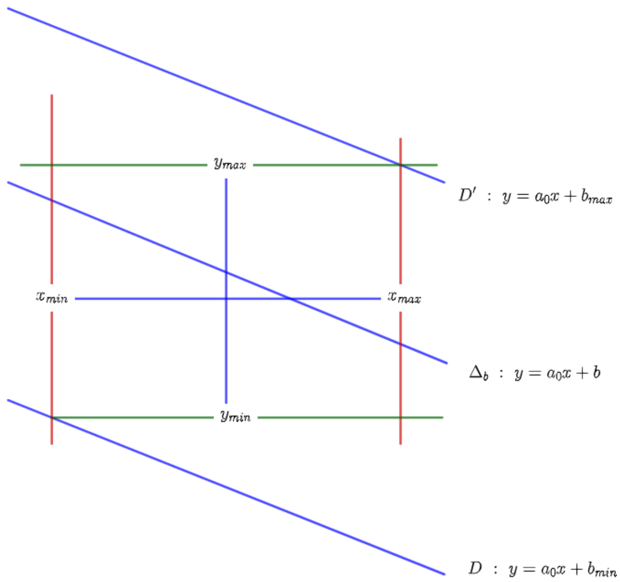
Cet exercice n'a pas eu de succès, aucune réponse n'a été proposée. Les 2024 points définissent, deux à deux, au plus $\binom{2024}{2}$ droites distinctes notées D_1, D_2, D_3, … D_N.

On se place dans un repère affine du plan. Pour toute valeur de $i = 1, 2, \ldots, N$, chacune des droites D_i est associée à une pente a_i. Soit a_0 un réel négatif différent de chacun des a_i .

L'idée de la démonstration est de « balayer » le plan par des droites de pentes a_0 et de choisir une droite convenable.

On note A_1 , A_2, ,…., A_{2024} les 2024 points de coordonnées (x_1, y_1), (x_2, y_2), …, (x_{2024}, y_{2024}) et $x_{min} = \min(x_1, x_2, \ldots, x_{2024})$ et $x_{max} = \max(x_1, x_2, \ldots, x_{2024})$; on définit de même y_{min} et y_{max}.

Les points A_i sont contenus dans le pavé P associé à $[x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{max}]$



Si $b < b_{min}$ ou $b > b_{max}$ alors $\Delta_b \cap P = \emptyset$

Si $b_{min} \leq b \leq b_{max}$ alors $\Delta_b \cap P = \emptyset$ ou un singleton

En effet dans le cas contraire, Δ_b passerait par au moins deux points distincts de P, ce qui contredit le choix de a_0.

Soit $b_1^{'} = \text{Inf}\{b / \Delta_b \cap P \neq \emptyset\}$; on définit la suite $b_i^{'} = \text{Inf}\left\{b > b_{i-1}^{'} \text{ et } \Delta_b \cap P \neq \emptyset\right\}$

Toute valeur de b telle que $b_{1012} \leq b \leq b_{1013}$ répond à la question.

Remarque : par cette procédure, on peut séparer, pour toute valeur de k inférieure ou égale à 2024, le nuage de points en deux nuages contenant respectivement k et $2024 - k$ points.

Retour au sommaire