N° 162 Juin 2025

LE PETIT VERT

Bientôt les vacances

Il est temps de déconnecter

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP
www.apmeplorraine.fr

Régionale de Lorraine APMEP

SOMMAIRE

ÉDITO

POURQUOI NE PAS ADHÉRER ?

Gilles Waehren

Notre association vit grâce à ses adhérents et à leur adhésion ; les adhérents parce qu'ils incarnent les valeurs de l'association et leur adhésion (et même leur cotisation) parce qu'elle montre la force de l'APMEP. Nombre d'enseignants de mathématiques ne sont pas adhérents et nous nous demandons souvent comment les rallier. On peut aussi s'interroger sur les raisons qui les poussent à ne pas nous rejoindre.

On peut croire que certains d'entre eux n'aiment pas partager leur expérience d'enseignement, qu'ils préfèrent garder jalousement leurs productions, peut-être pour en retirer un bénéfice. Quand on pense aux nombreux anonymes qui ont contribué à l'histoire des mathématiques, on imagine aisément la difficulté à se faire un nom dans le domaine, à être reconnu par sa hiérarchie, et la carrière d'un enseignant a peu d'occasion d'être boostée. Cependant à l'APMEP, nous croyons que la construction d'une nouvelle notion mathématique, d'une nouvelle séquence d'apprentissage, ne peut que profiter de l'échange entre pairs. Les Journées de l'APMEP sont une bonne occasion de se rendre compte que notre conception de l'enseignement des mathématiques ne peut évoluer qu'en se confrontant aux représentations des autres. Il faut l'avoir expérimenté pour en prendre conscience, mais tout le monde n'est pas obligé de s'accorder là-dessus et préférer continuer d'avancer en solitaire dans son projet professionnel.

On peut croire que d'autres considèrent que les ressources mises à leur disposition (manuels, accompagnement de programmes, livrets d'exercices) sont satisfaisantes et suffisantes. La quantité d'activités mathématiques disponibles sur la toile est considérable et permettrait à un enseignant d'assurer 10 ans de carrière sans avoir à préparer de contenu. Toutes ces ressources sont accessibles avec quelques clics et ne nécessitent pas forcément beaucoup de réflexion. Il existe bien des contenus qui ont fait l'objet d'une expérimentation longue et d'une validation par les pairs, mais ils ne sont pas toujours faciles à reconnaître. Peut-être certains s'en contentent-ils. De plus, certains collègues, par confort ou habitude, préfèrent peut-être garder leur cours à l'identique tout au long de leur carrière, voire le même que celui de leur vie d'élève... C'est pourquoi dans « Au fil des maths » ou dans le « Petit Vert », nous avons fait le choix de proposer des activités qui ont toujours été vécues avec les élèves ; les enseignants qui les partagent proposent souvent un bilan de leur travail pour produire des améliorations.

On peut enfin croire que quelques-uns sont ravis des réformes successives des programmes d'enseignement des mathématiques, des horaires hebdomadaires décroissants, des modes de recrutement et de formation. Je ne sais pas s'ils sont très nombreux. Le professeur, notamment de mathématiques, est quand même un être assez râleur. On peut facilement le constater lors des réunions des commissions par niveau de l'APMEP. Elles permettent justement d'alimenter annuellement les propositions et revendications de l'association, qui servent de base aux échanges avec l'institution. Bien sûr, on peut s'agacer tout seul dans son coin et se résigner à recommencer

Retour au sommaire

à chaque nouveauté du ministère ; voire trouver un certain confort dans cette attitude qui pourrait justifier un certain renoncement. On peut même se convaincre que d'exprimer son opinion ne changera rien aux dispositions prises par la direction de l'enseignement scolaire.

Si un enseignant de mathématiques se reconnaît dans chacune des trois configurations : travailler en solitaire, se contenter des ressources disponibles, ronger son frein en attendant ; alors il n'est pas nécessaire qu'il adhère à l'APMEP. Sinon…

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale **APMEP Lorraine**.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'**informer** les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de **permettre les échanges "mathématiques"** entre les adhérents.
Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redactionpetivert@apmeplorraine.fr.

Le **Comité de rédaction** est composé de Geneviève Bouvart, Fathi Drissi, François Drouin, Françoise Jean, Christelle Kunc, Laetitia Ludwigs, Léa Magnier, Michel Ruiba et Gilles Waehren.

La couverture du Petit Vert n° 162 est réalisée par Léa Magnier.

Retour au sommaire

IL Y A 25 ANS
JOURNÉES NATIONALES 2000

En 2000, les mathématiques ont vu la côte.

Ordres de Mission pour NICE

Les Journées Nationales de Nice d'octobre 2000 sont inscrites au P.F.A. sous le numéros 00YCA180T. Cette formation est « à public négocié » ; c'est à dire que vous ne pouvez pas vous y inscrire individuellement par Minitel.

C'est la Régionale qui se chargera de donner à la DPE6 (Direction de la Formation du Rectorat) la liste des personnes concernées, en vue de l'établissement des ordres de mission. Ces O.M. « sans frais » (c'est à dire que vous n'aurez aucun remboursement ni pour déplacement ni pour hébergement) vous couvriront au point de vue accidents de travail.

La procédure à suivre est la suivante : dès que vous serez inscrit aux Journées de Nice (voir BGV spécial de juin), envoyez à Jacques VERDIER un message (par mail j.verdier@ac-nancy-metz.fr ou par courrier) indiquant votre nom, votre établissement d'exercice, votre numéro INSEE et votre NUMEN (indispensable).

Attention : les Journées commencent un samedi matin (le 28 octobre) qui n'est pas inclus dans les vacances. Si vous avez cours ce jour-là, il faudra

Il en sera de même en 2025 !

Ce n'est plus la Régionale qui fera la demande des ordres de mission « sans frais ».

Les enseignants intègrent ces Journées Nationales dans leurs demandes de formation en utilisant SOFIA et en sélectionnant, dans *Mon espace stagiaire*, *Mon plan de formation individuelle*. Il faudra alors chercher les Journées de l 'APMEP dans *Pratiques d'enseignement et disciplines*.

Comme les années précédentes, la régionale tiendra un stand très convivial.

L'atelier « Objets de la Régionale » sera à nouveau proposé pour présenter et faire manipuler les nouveaux objets.

Le site de ces Journées Nationales à Toulon est à consulter régulièrement.

Retour au sommaire

PALMARÈS DU RALLYE DE L'APMEP LORRAINE

Pour cette édition 2025, 68 classes de Troisième issues de 23 collèges de l'académie et 33 classes de Seconde pour 12 lycées ont concouru. La participation est en progrès en collège et stable en lycée. Merci aux collègues qui ont fait passer l'épreuve et nous ont communiqué les fiches réponses de leur classe par courrier postal.

Merci aussi à notre partenaire ALEPH qui a doté les 3 premiers de chaque catégorie (3ème et 2nde) d'une réquerre et/ou d'un rapporteur trigonométrique.

De plus, chaque élève classé dans les 3 premières classes de Troisième et de Seconde recevra un puzzle Losangram ou Losange de Metz offert par l'APMEP Lorraine et un diplôme.

Vous pouvez retrouver les énoncés des dix exercices, de la question subsidiaire et leurs réponses sur notre site.

PALMARÈS 2025

Lycée

1) 2nde 2 du Lycée Stanislas Villers-lès-Nancy (54)

2) S07 du Lycée Louis Vincent Metz (57)

3) S10 du Lycée Louis Vincent Metz (57)

Collège

1) 3ème 1 du Collège Les Gaudinettes à Marange-Silvange (57)

2) 3ème 7 du Collège Louis Aragon à Jarny (54)

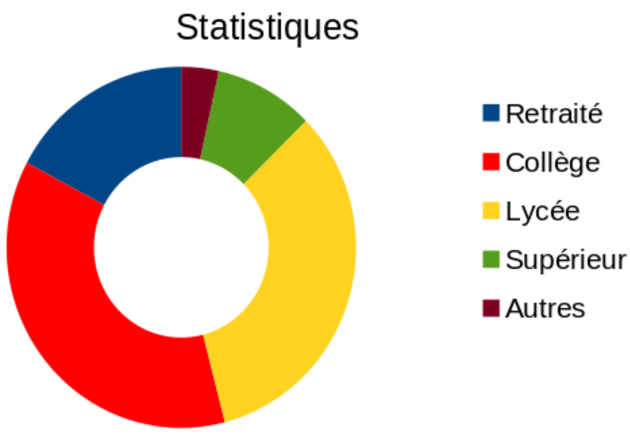
3) 3ème B du Collège Hubert Curien à Cornimont à Verny (88)

Retour au sommaire

LE 19 MARS,
LORS DE LA JOURNÉE RÉGIONALE 2025

Christelle KUNC

Le mercredi 19 mars dernier, 88 professeurs se sont retrouvés à l'université lors de la journée régionale de l'APMEP, dans les bâtiments de la Faculté des sciences de Vandoeuvre. Après une conférence de Christian Blanvillain portant sur l'enseignement de l'informatique et la place de plus en plus grande prise par l'intelligence artificielle, les participants ont pu se retrouver autour d'un café et de quelques douceurs dans les locaux de l'université de Lorraine.



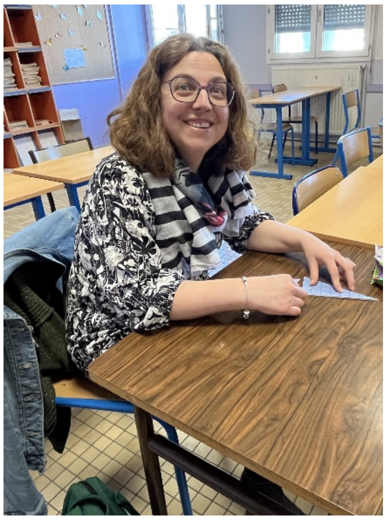
A partir du déjeuner, c'est la cité scolaire Callot qui a accueilli les participants sous un grand soleil pour la poursuite de cette journée mathématique.
Objets de l'association à manipuler, Azulejos, solides de Platon à construire, trisections du carré, les activités de manipulation qui nous sont chères étaient cette année encore à l'honneur.
L'atelier du conférencier sur les trissections du carré était en phase avec cette attente :

Retour au sommaire

Les solides de Platon que nous ont présentés Françoise Bertrand et Christine Oudin a aussi l'occasion de prendre en main de nouveaux objets :

Nouveauté cette année, le groupe Jeux de la Régionale a animé les stands de ses objets et autres puzzles pour les participants qui ne les connaissaient pas encore ou ceux qui voulaient les redécourvrir :

Retour au sommaire



La construction d'Azulejos, avec Valérian Sauton, était encore une manière de s'engager dans une activité manuelle :

Les occasions de manipuler ont ainsi été nombreuses :

Mais dans d'autres ateliers, on pouvait aussi s'intéresser aux liens avec notre quotidien en interrogeant la place des mathématiques dans le fonctionnement des codes-barres, de l'élection

Retour au sommaire

d'une assemblée à la proportionnelle ou de la place des profs sur les réseaux sociaux.

Nous remercions tous les animateurs qui ont su communiquer leur enthousiasme à nos participants. Malgré une baisse des effectifs peut-être due aux difficultés rencontrées par les professeurs pour assister à des formations en semaine (hors période de vacances), nous sommes heureux de voir que ce rendez vous reste sur l'agenda des professeurs de mathématiques de Lorraine et nous espérons que la prochaine édition nous permettra de nous retrouver, encore plus nombreux, pour faire des mathématiques ensemble.

Retour au sommaire

SEMAINE DES MATHS À PETITE-ROSSELLE

Échos de la Semaine des Maths 2025.
Voici quelques extraits du Républicain Lorrain du 12 mars 2025.

Maths hors les Murs : les CM2 en apprentissage à Louis Armand

Afin d'offrir à tous les élèves des écoles, collèges et lycées une image attractive et vivante des mathématiques, le collège Louis-Armand de Petite-Rosselle a convié les élèves de cM2 à des séances encadrées par des élèves tuteurs de 6e et leurs professeurs de mathématiques, Jonathan Alif et Laurent Charron.

Jonathan Alif a animé une activité « construction géométrique » en créant un visage de panda, tandis que « Laurent Charron a proposé un atelier de « jeux mathématiques » prêtés par l'APMEP Lorraine (Association de professeurs de mathématiques de l'enseignement public) …
En attendant, les jeunes des écoles élémentaires de la ville, …, ont été très assidus devant les écrans et les jeux tels que le rangement des dominos, les carrés de MacMahon.

Compléments pour nos lecteurs

Notre site permet d'accéder à des ressources à propos des « rangements de dominos» et des « carrés de MacMahon » utilisés ce jour-là.

Retour au sommaire

NOUVEAU COMITÉ DE LA RÉGIONALE

Lors de l'Assemblée Générale, puis lors de la réunion du Comité du 19 mars 2025, le nouveau Comité et le nouveau bureau de la Régionale de Lorraine, pour l'année 2025 - 2026 ont été élus.

Bureau

Président : Sébastien DANIEL

Vice-présidente : Stéphanie WAEHREN

Trésoriers : Ghislaine BURKI, Anas MTALAA

Secrétaire : Gilles WAEHREN

Assesseur

France BERETTA,

Responsables

Directeur de la publication « Le Petit Vert » : Sébastien DANIEL

Commission Collèges : Sébastien DANIEL

Commission Lycées : Anas MTALAA

Commission Enseignement supérieur, Formation des maîtres : André STEF

Groupes "Jeux" et "Maths & Arts" : François DROUIN

Rallye : Pierre-Alain MULLER

Site internet : Sébastien LOZANO

Comité de rédaction du Petit Vert : Geneviève BOUVART, Gilles WAEHREN

Journée Régionale : Christelle KUNC, Gilles WAEHREN

Missions

Chargé de mission brochures : André STEF

Chargés de mission Exposition itinérante :

André STEF : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

Joëlle AGAMIS : joelle.agamis@free.fr

Michel RUIBA : michel.ruiba@ecopains.net

Marie-José BALIVIERA : baliviera.marie-jose@orange.fr

Pierre-Alain MULLER : pierre-alain.muller@wanadoo.fr

Vérificateurs des comptes : Daniel VAGOST, Yannis SEMROUNI

Retour au sommaire

DÉCOUVERTE DU CALCUL LITTÉRAL AVEC DES PLANCHETTES

Catherine DARY - Valérian SAUTON

Collège Marie Curie de TROYES (10)

Présentation

Travaillant avec deux groupes de 5èmes en grande difficulté, nous cherchions une activité donnant du sens à ce pas dans l'abstraction. Le lien entre épaisseur, largeur et longueur sur les planchettes en bois d'une certaine marque permet de travailler plusieurs règles de calcul littéral.
Valérian avait déjà travaillé sur les planchettes l'an dernier et avait des commandes LaTeX toutes prêtes pour pouvoir créer une activité.
L'activité a duré 2 séances, voici une présentation détaillée de la première.
Nous avons utilisé 600 planchettes en bois.
Pour accéder à la feuille d'exercices utilisée.

Intentions pédagogiques

— Introduire les notations du calcul littéral

— Travailler les règles d'additions de calcul littéral

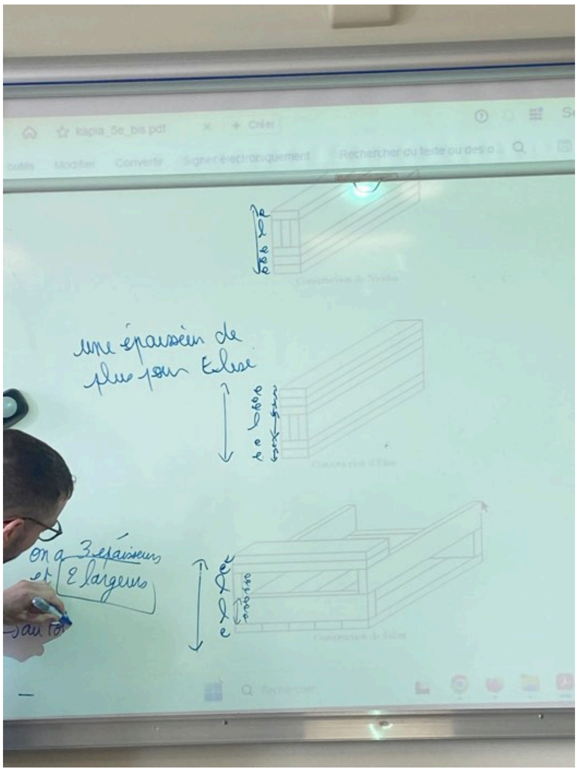
— Travailler la représentation dans l'espace

Déroulement de l'activité

Lors de leur entrée en classe, les élèves découvrent une tour construite à l'aide de planchettes au fond de la salle de classe. Ils sont plusieurs à demander s'ils vont jouer avec des planchettes eux aussi.
Nous commençons l'activité avec un petit rappel sur le vocabulaire du pavé droit afin que tous les élèves puissent plus tard facilement échanger avec les mêmes mots : longueur, largeur, épaisseur. L'exercice sur les différentes vues des planchettes permet de bien fixer le vocabulaire à utiliser. Après avoir fait la première représentation avec eux, les élèves n'ont aucune difficulté à compléter les autres.
Ensuite, nous distribuons d'abord 11 planchettes à chaque élève puis la feuille d'énoncé.
Dans un premier temps les élèves construisent les formes indiquées dans l'exercice 1. Ils se lancent avec entrain dans l'activité et la plupart ne rencontrent aucun problème pour produire les constructions demandées.

Retour au sommaire

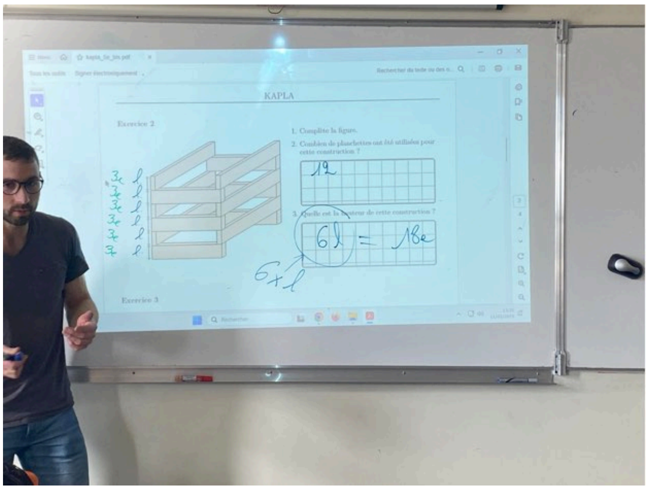
Deux camarades peuvent comparer leur construction pour savoir laquelle est la plus haute.
Les élèves échangent entre eux et avec le professeur afin de trouver une méthode permettant de connaître la tour la plus haute sans les placer côte à côte.
Les élèves trouvent que la tour d'Élise est plus haute que celle de Nicolas car elle a une épaisseur de plus. La comparaison est plus compliquée avec la tour de Salim car elle a deux largeurs. Afin d'expliquer cela sur le schéma, les élèves remplacent le mot épaisseur par e et le mot largeur par ℓ comme dans la feuille avec les différentes vues.
Dans chaque groupe un élève a remarqué qu'une largeur correspond à 3 épaisseurs, ce qui permet alors d'indiquer la hauteur de chaque tour à l'aide d'un certain nombre d'épaisseurs.

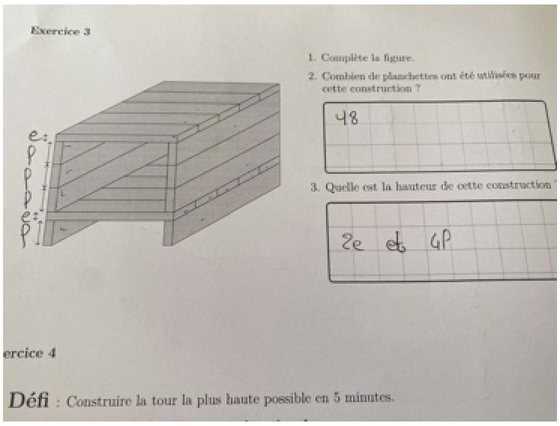


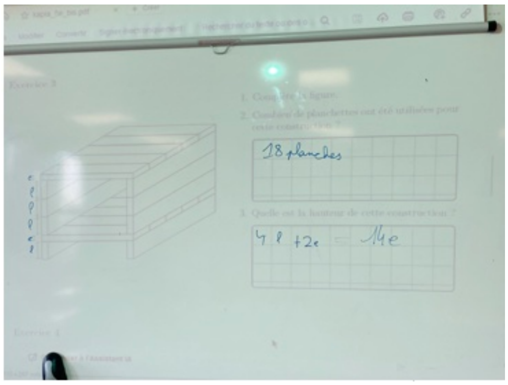
Les élèves ont su faire l'exercice 2 avec une rapidité surprenante. Certains élèves en grande difficulté ont choisi de raisonner tout de suite en termes d'épaisseurs tandis que d'autres ont raisonné avec les largeurs.

Retour au sommaire

Cet exercice nous permet d'expliquer aux élèves que 6ℓ correspond à $6 \times \ell$ et qu'en mathématiques on préfère ne pas noter la multiplication entre un nombre et une lettre.







De nombreux élèves écrivent $2\mathrm{e}$ et 4ℓ. L'échange permet d'expliquer que les hauteurs s'accumulent et qu'il s'agit donc d'une somme. On explique aussi que cette expression ne peut pas être simplifiée sans faire la conversion largeur/épaisseur.

Les élèves ont hâte de manipuler à nouveau les planchettes et attendent le défi avec impatience. Nous distribuons donc quelques dizaines de planchettes à chaque élève et leur laissons 5 minutes pour construire la tour la plus haute possible.

Retour au sommaire

Certains élèves arrivent rapidement à cours de planchettes avec une tour très stable mais pas très haute. D'autres tentent des constructions plus fragiles pour gagner le défi.
Une fois les constructions terminées, on demande à chaque élève d'exprimer la hauteur de sa tour en fonction de e, ℓ et L afin de trouver le vainqueur du défi.
La 1ère séance s'est terminée là. Nous n'avons pas eu le temps de faire le point sur toutes les tours construites. Sans l'aide du schéma comme dans les exercices proposés, tous les élèves n'ont pas compris comment exprimer la hauteur de leur tour.
Pour commencer la 2ème séance nous projetons au tableau certaines photos des tours construites par les élèves lors de la séance précédente. Nous pouvons ainsi remobiliser le vocabulaire établi lors de la 1ère séance et les liens entre épaisseur, largeur et longueur. Les élèves sont impatients de pouvoir à nouveau « jouer » avec les planchettes.
La construction des tours avec une hauteur imposée est très intéressante (exercice 5). Certains élèves ont bien compris la question et arrivent à utiliser une largeur afin de faire 3 épaisseurs. D'autres n'ont pas compris et mettent par exemple 8 planchettes debout au même niveau pensant répondre à la question 3. Quelques élèves préféraient manipuler les planchettes à leur guise au début de l'exercice. Après quelques minutes et voyant leurs camarades réussir, les réfractaires se sont mis à construire des tours à la hauteur demandée et étaient satisfaits de nous appeler afin d'avoir notre validation.
Avec le peu de planchettes à leur disposition, des tables légèrement instables, la dernière tour de l'exercice 5 n'a pu être construite. Seul un élève a presque réussi et en a tiré une certaine fierté.
L'exercice 6, notre objectif principal, est réussi facilement par tous les élèves. Avec le travail fait précédemment, il était assez évident pour les élèves que e correspondait à $1e$.

Conclusion

Nous avons pris beaucoup de plaisir en travaillant sur cette activité avec les élèves. C'était bluffant de voir ces élèves en difficulté s'exprimer naturellement en utilisant les lettres.
C'est une activité que nous ferons à nouveau l'an prochain en y apportant quelques changements.

— Afin d'éviter que les élèves ne jouent avec les planchettes à leur disposition pendant les explications, nous pensons séparer la salle de classe en 2 parties : une partie avec les planchettes et une partie pour les explications.

— Pour le défi, nous donnerons à chaque élève le même nombre de planchettes. Ces planchettes pourraient être rangées dans des boîtes en papier construites par les élèves lors de séances précédentes.

Il nous a manqué un peu de temps en fin de séance afin d'échanger avec les élèves sur les compétences travaillées pendant cette séance.
Dans la suite du travail sur le calcul littéral, il a été très pratique d'utiliser l'activité sur les planchettes pour rappeler qu'on n'additionne pas les x avec les y de la même manière qu'on ne pouvait additionner les épaisseurs avec les largeurs.

Retour au sommaire

MODÉLISATION EN STMG

Gilles Waehren

Lycée Jean de Pange - Sarreguemines

Parce que le lien entre suites numériques et algorithmique est assez fort, l'usage du tableur ou celui de la programmation vont de soi pour étudier leur évolution et répondre à certains problèmes. En STMG, au-delà de l'application de formules propres à la résolution de tel ou tel exercice, ces deux outils numériques sont surtout un bon moyen d'apprivoiser les suites arithmétiques ou géométriques.

J'avais conçu, il y a deux ans en Terminale STMG, une activité qui permettait de modéliser des situations simples, à l'aide de ces suites sur tableur et en Python, pour répondre à des problèmes de seuil. Il m'a semblé tout naturel cette année, en Première STMG cette fois-ci, de construire une autre activité, ascendant logique de celle de Terminale, dont l'objectif était de comparer les types de croissance des suites arithmétiques, géométriques et même arithmético-géométriques.

En Terminale

Activité tableur

Dans chacun des cas suivants :

- donner la relation de récurrence ;
- indiquer si la suite est géométrique, arithmétique ou autre ;
- calculer les 100 premiers termes sur tableur ;
- déterminer n pour passer le seuil.

Cas 1 : le nombre d'abonnés à une médiathèque augmente de 10 chaque année (premier terme : 2000, seuil : 2635)

Cas 2 : la population augmente de 2% par an (premier terme : 7 milliards, seuil : 10 milliards)

Cas 3 : les d'élèves d'un collège sont 15 de moins tous les ans (premier terme : 500, seuil : 0)

Cas 4 : les émissions de gaz à effet de serre en France doivent diminuer de 5% par an (premier terme : 335 millions de tonnes, seuil : 100 millions de tonnes)

Cas 5 : sur un placement à 4% annuel, on retire 100 euros chaque année (premier terme : 1000, seuil : 0)

Retour au sommaire

Activité Python

Après avoir donné les programmes Python permettant de calculer le terme de rang n d'une suite arithmético-géométrique et le rang du terme dont la valeur franchit un certain seuil, les élèves devaient adapter les programmes pour répondre aux cinq situations précédentes. La plus-value d'un programme Python sur le tableur réside surtout dans le fait qu'il n'est pas nécessaire de recopier la formule un nombre de fois qu'on ne peut déterminer à l'avance sans un calcul. Le final de l'activité était un calcul de somme géométrique avec la méthode de son choix : tableur ou Python.

Ces deux activités se sont déroulées sur deux ou trois séances de groupe. Le fonctionnement des programmes Python a été longuement expliqué et, au vu des résultats en contrôle sur la question de programmation, certains élèves semblaient l'avoir assimilé. Surtout, la question n'a pas été majoritairement évacuée comme cela peut parfois arriver, y compris à l'examen. Il est difficile, deux ans plus tard, de produire un bilan plus précis de ce travail.

En Première

Après une précédente activité permettant de faire le lien entre terme général ou relation de récurrence et formule tableur, pour générer les termes d'une suite, j'ai proposé aux élèves de s'attaquer au modèle de Malthus. À partir d'un court texte historique, il s'agissait d'évaluer la vraisemblance d'une modélisation. Pour rappel, Malthus s'appuyait sur deux hypothèses :

- une croissance exponentielle de la population anglaise ;
- une croissance linéaire des moyens de subsistance de cette population.

On suppose ainsi que la population anglaise est de 11 millions d'habitants en 1850 et que les moyens de subsistance couvrent parfaitement les besoins de cette population. J'ai ensuite proposé deux évolutions :

- une augmentation annuelle de la population de 2,8 % ;
- une augmentation annuelle des moyens de subsistance de 440000 habitants par an.

La deuxième partie du travail avait pour but de réinvestir les méthodes de comparaison d'évolution sur la base de l'étude du nombre d'abonnés de quatre services de programmes vidéo. Les modèles reposaient sur une suite arithmétique, une suite géométrique et deux suites arithmético-géométriques.

Texte de l'activité 1

Problème 1

« Comptons pour 11 millions la population de la Grande-Bretagne et supposons que le produit actuel de son sol suffit pour la maintenir. Au bout de vingt-cinq ans, la population sera de 22 millions ; et la nourriture ayant également doublé, elle suffira encore à l'entretenir. [...] La race

Retour au sommaire

humaine croîtra selon la progression 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256… tandis que les moyens de subsistance croîtront selon la progression 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 […].»

Thomas Robert Malthus, Essai sur le principe de population, 1798.

Sur le texte

1) Quelle est la nature de la suite des nombres d'habitants ?
2) Quelle est la nature de la suite des moyens de subsistance ?

Sur tableur On appelle (p_n) la suite des nombres d'habitants britanniques (en millions), en supposant qu'il y a 11 millions d'habitants en 1800. On suppose que cette population augmente de 2,81 % par an.
On appelle (s_n) la suite des moyens de subsistance (en millions), en supposant qu'on peut nourrir 11 millions d'habitants en 1800. On suppose que les moyens de subsistance permettent de nourrir 440 000 habitants de plus chaque année.

1) Dans une feuille de calcul créer quatre colonnes : année, n, p_n, s_n
2) Saisir dans la ligne 2 les valeurs initiales : 1800, 0, 11, 11
3) Saisir dans la ligne 3 les formules qui permettent de calculer les valeurs suivantes : 1801, 1, p_1 et s_1.
4) Recopier ces formules vers le bas pour afficher les évolutions jusqu'en 1900.
5) Donner une représentation graphique des suites (p_n) et (s_n)
6) Que pensez-vous du modèle de Malthus ?

En 1838, Verhulst corrige ce modèle en introduisant la notion de capacité d'accueil du milieu, c'est-à-dire le nombre d'individus maximal que le milieu peut accueillir en tenant compte de l'espace, des ressources, etc.

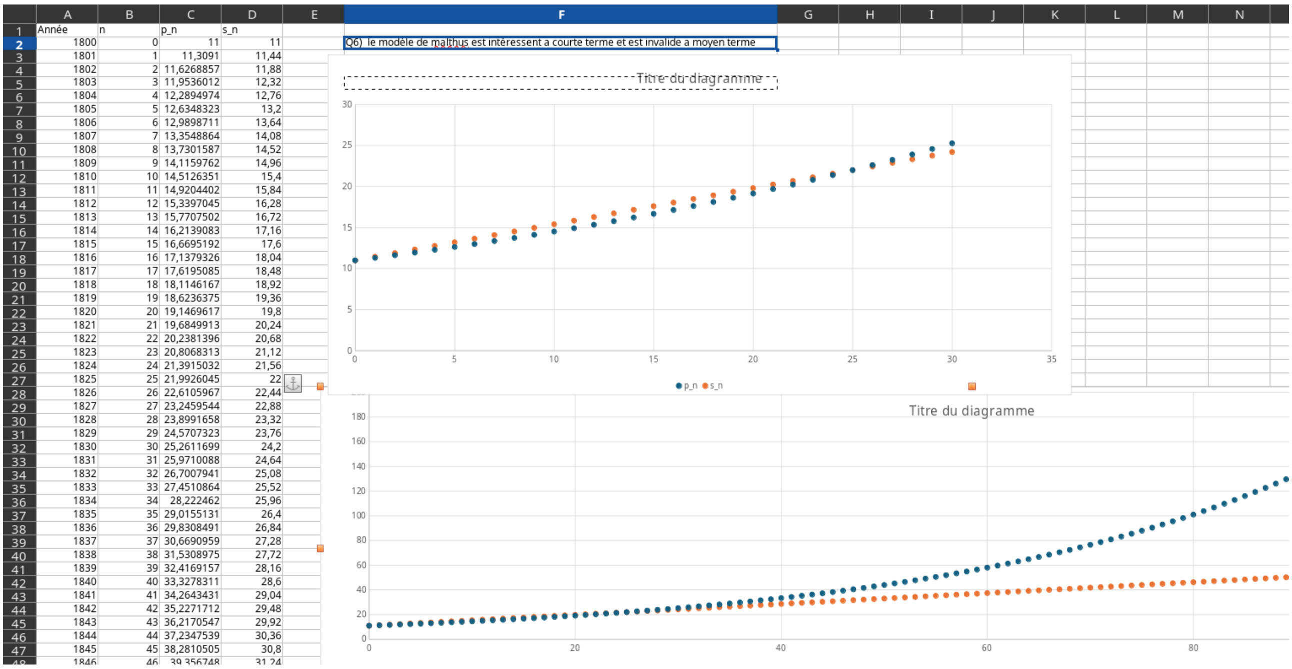
Attendus

L'idée était que les deux suites sous-jacentes aient des termes à peu près égaux, 25 ans plus tard. On pouvait ainsi se rendre compte que sur un siècle, le modèle n'était plus soutenable. Les représentations graphiques de deux suites dans un même repère ont permis, sur 25 ans et sur 50 ans, de comparer les évolutions des suites. Les élèves ont vite compris que, étant donné que la population anglaise n'est pas éteinte, le modèle a ses limites.

Retour au sommaire

Productions d'élèves

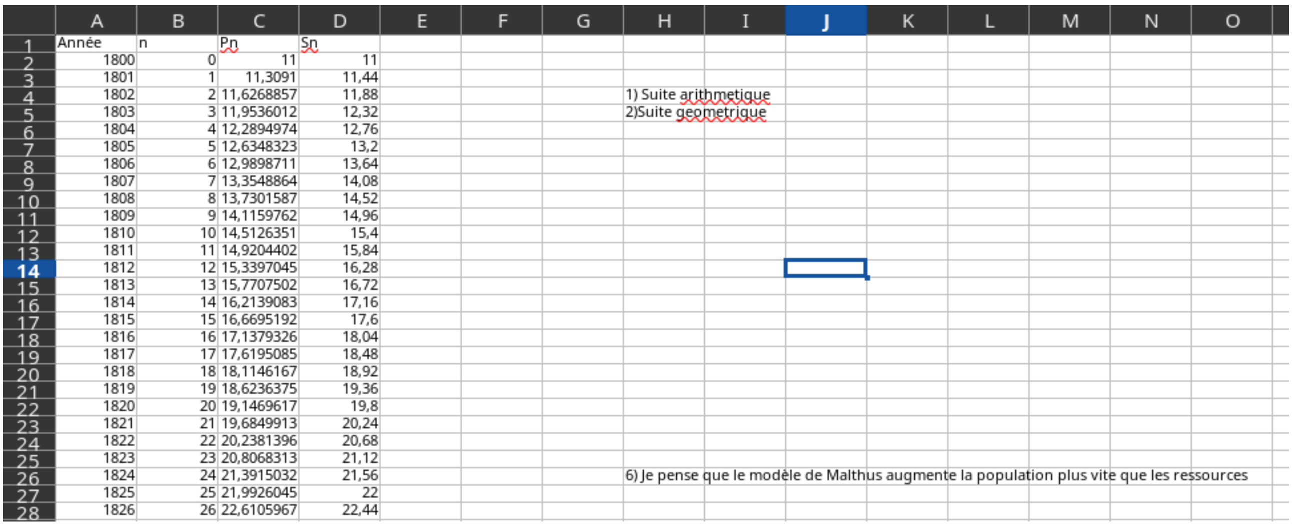
Anis



Année	n	p_n	s_n
1800	0	11	11
1801	1	11,3091	11,44
1802	2	11,6268857	11,88
1803	3	11,9536012	12,32
1804	4	12,2894974	12,76
1805	5	12,6348323	13,2
1806	6	12,9898711	13,64
1807	7	13,3548864	14,08
1808	8	13,7301587	14,52
1809	9	14,1159762	14,96
1810	10	14,5126351	15,4
1811	11	14,9204402	15,84
1812	12	15,3397045	16,28
1813	13	15,7707502	16,72
1814	14	16,2139083	17,16
1815	15	16,6695192	17,6
1816	16	17,1379326	18,04
1817	17	17,6195085	18,48
1818	18	18,1146167	18,92
1819	19	18,6236375	19,36
1820	20	19,1469617	19,8
1821	21	19,6849913	20,24
1822	22	20,2381396	20,68
1823	23	20,8068313	21,12
1824	24	21,3915032	21,56
1825	25	21,9926045	22
1826	26	22,6105967	22,44
1827	27	23,2459544	22,88
1828	28	23,8991658	23,32
1829	29	24,5707323	23,76
1830	30	25,2611699	24,2
1831	31	25,9710088	24,64
1832	32	26,7007941	25,08
1833	33	27,4510864	25,52
1834	34	28,222462	25,96
1835	35	29,0155131	26,4
1836	36	29,8308491	26,84
1837	37	30,6690959	27,28
1838	38	31,5308975	27,72
1839	39	32,4169157	28,16
1840	40	33,3278311	28,6
1841	41	34,2643431	29,04
1842	42	35,2271712	29,48
1843	43	36,2170547	29,92
1844	44	37,2347539	30,36
1845	45	38,2810505	30,8
1846	46	39,356748	31,24

Il a fallu lui donner un sérieux coup de main pour le faire avancer ; c'est un peu symptomatique de beaucoup d'élèves de sa classe. Il a repris la conclusion proposée en classe : « le modèle de Malthus est intéressent à court terme et est invalide à moyen terme »

Baptiste



Année	n	Pn	Sn
1800	0	11	11
1801	1	11,3091	11,44
1802	2	11,6268857	11,88
1803	3	11,9536012	12,32
1804	4	12,2894974	12,76
1805	5	12,6348323	13,2
1806	6	12,9898711	13,64
1807	7	13,3548864	14,08
1808	8	13,7301587	14,52
1809	9	14,1159762	14,96
1810	10	14,5126351	15,4
1811	11	14,9204402	15,84
1812	12	15,3397045	16,28
1813	13	15,7707502	16,72
1814	14	16,2139083	17,16
1815	15	16,6695192	17,6
1816	16	17,1379326	18,04
1817	17	17,6195085	18,48
1818	18	18,1146167	18,92
1819	19	18,6236375	19,36
1820	20	19,1469617	19,8
1821	21	19,6849913	20,24
1822	22	20,2381396	20,68
1823	23	20,8068313	21,12
1824	24	21,3915032	21,56
1825	25	21,9926045	22
1826	26	22,6105967	22,44

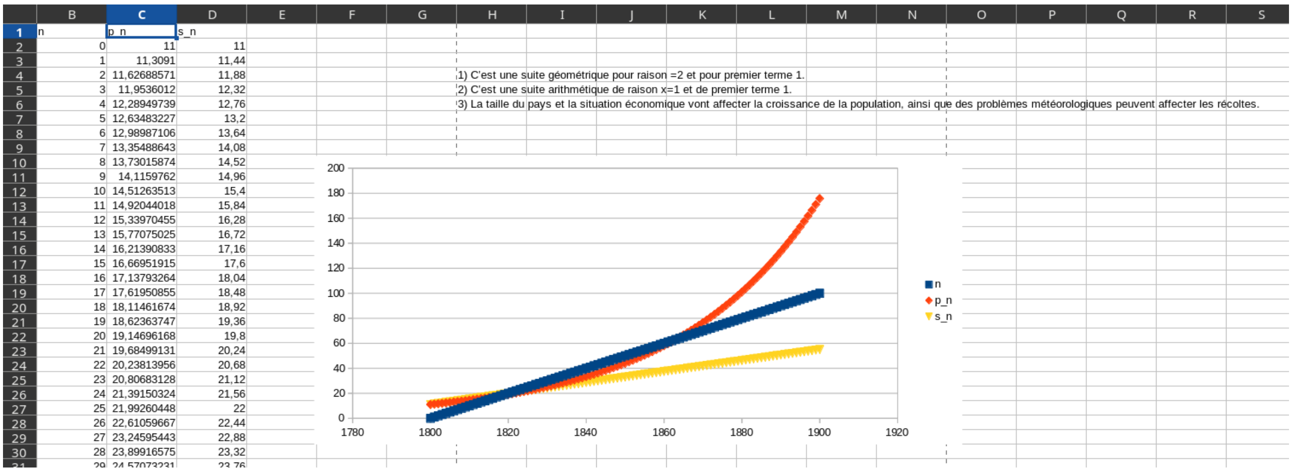
1) Suite arithmetique
2)Suite geometrique

6) Je pense que le modèle de Malthus augmente la population plus vite que les ressources

Il n'a pas inséré de représentation graphique : la comparaison est plus difficile. La conclusion manque de précision : « Je pense que le modèle de Malthus augmente la population plus vite que les ressources ».

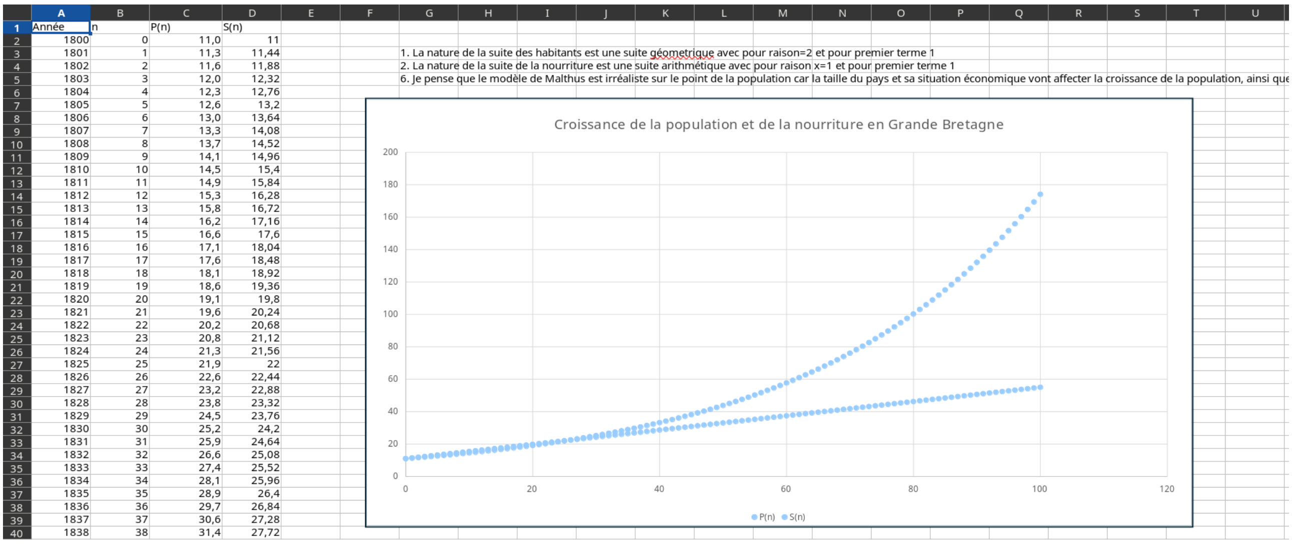
Jade

Retour au sommaire



Le graphique inclut la première colonne qui devait constituer l'axe des abscisses. Les insertions de graphique ne sont pas chose aisée sur tableur. Renseignement pris, sa conclusion : « La taille du pays et la situation économique vont affecter la croissance de la population, ainsi que des problèmes météorologiques peuvent affecter les récoltes. » est inspirée du cours d'économie-droit qui mentionnait l'impact du climat dans les problèmes de productions agricoles.

Samuel



Samuel est un élève productif : un travail à faire doit être complètement réalisé dans les meilleurs délais. Il est efficace mais ne tient pas toujours compte des indications données en classe. Sa conclusion : « Je pense que le modèle de Malthus est irréaliste sur le point de la population car la taille du pays et sa situation économique vont affecter la croissance de la population, ainsi que des problèmes météorologiques peuvent affecter les récoltes. » s'en ressent.

Conclusion

La réalisation des représentations graphiques a été délicate, mais surtout il s'est agi de choisir une représentation adaptée. Ainsi, si une étude sur un siècle permet de mesurer les limites du modèle, l'observation sur 25 ans montre sa pertinence à court terme. L'énoncé aurait pu être plus

Retour au sommaire

directif en ce sens. Cette première partie de l'activité s'est conclue avec une rapide explication de la modélisation de Verhulst qui tient notamment compte de l'adaptation de la croissance de la population à ses propres moyens de subsistance. On aurait pu prolonger le débat sur la notion de Jour du dépassement…

Deuxième partie

La première activité ayant été suffisamment guidée, le travail a été plus autonome. Toutefois, les élèves ont rencontré des difficultés sur les ordres de grandeur et sur les représentations graphiques, puisqu'aucune durée d'étude n'avait été imposée.

Texte de l'activité

Problème 2

Dans une grande agglomération, 4 chaînes de télévision proposent des abonnements renouvelables chaque trimestre. On suppose que les tendances observées vont se maintenir quelques années.
Chaîne 1 : 8000 abonnés initialement et 500 nouveaux recrutés chaque trimestre.
Chaîne 2 : 5000 abonnés initialement et croissance de 8% du nombre d'abonnés chaque trimestre.
Chaîne 3 : 10000 abonnés initialement, un taux de réabonnement trimestriel de 80% et 2500 nouveaux recrutés chaque trimestre.
Chaîne 4 : 25000 abonnés initialement, un taux de réabonnement de 85% chaque trimestre et 3500 nouveaux recrutés chaque trimestre.

Source de l'activité

On veut comparer l'évolution de chaque chaîne du point de vue du nombre de ses abonnés. L'étude éventuelle de l'évolution à long terme se fera en supposant que les tendances données dans l'énoncé se maintiendront plusieurs années.

Sur tableur, créer cinq colonnes, pour comparer l'évolution des 4 chaînes :

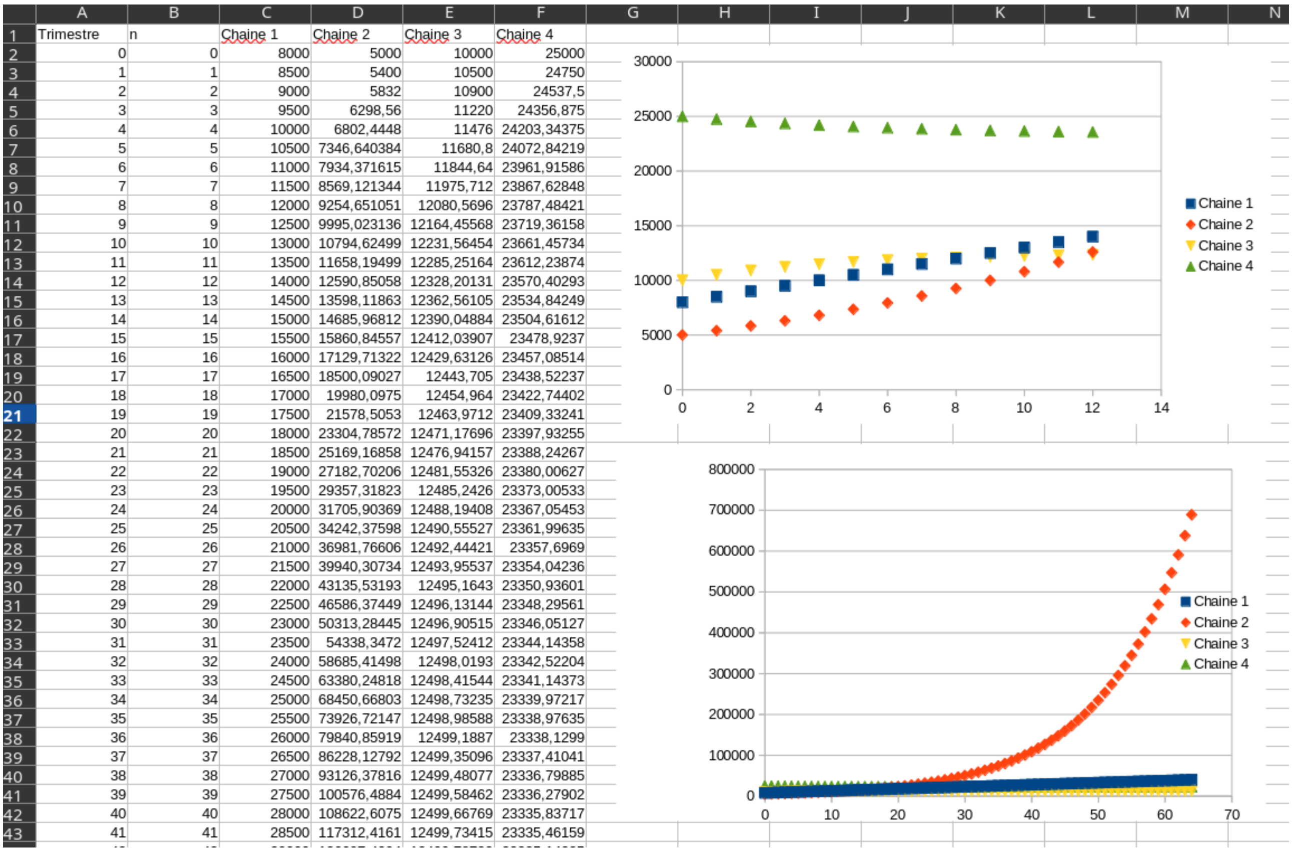
- une colonne pour les valeurs de n, le nombre de trimestres ;
- une colonne par chaîne ;
- les intitulés des colonnes dans la première ligne ;
- les valeurs initiales dans la deuxième ligne ;
- les formules dans la troisième ligne ;
- l'ensemble de toutes les valeurs dans les suivantes.

Comparer les évolutions à l'aide d'une représentation graphique.

Retour au sommaire

Une production d'élève

Ethan On peut ici constater que le choix de l'échelle de temps change la perception des évolutions.



	A	B	C	D	E	F
1	Trimestre	n	Chaine 1	Chaine 2	Chaine 3	Chaine 4
2	0	0	8000	5000	10000	25000
3	1	1	8500	5400	10500	24750
4	2	2	9000	5832	10900	24537,5
5	3	3	9500	6298,56	11220	24356,875
6	4	4	10000	6802,4448	11476	24203,34375
7	5	5	10500	7346,640384	11680,8	24072,84219
8	6	6	11000	7934,371615	11844,64	23961,91586
9	7	7	11500	8569,121344	11975,712	23867,62848
10	8	8	12000	9254,651051	12080,5696	23787,48421
11	9	9	12500	9995,023136	12164,45568	23719,36158
12	10	10	13000	10794,62499	12231,56454	23661,45734
13	11	11	13500	11658,19499	12285,25164	23612,23874
14	12	12	14000	12590,85058	12328,20131	23570,40293
15	13	13	14500	13598,11863	12362,56105	23534,84249
16	14	14	15000	14685,96812	12390,04884	23504,61612
17	15	15	15500	15860,84557	12412,03907	23478,9237
18	16	16	16000	17129,71322	12429,63126	23457,08514
19	17	17	16500	18500,09027	12443,705	23438,52237
20	18	18	17000	19980,0975	12454,964	23422,74402
21	19	19	17500	21578,5053	12463,9712	23409,33241
22	20	20	18000	23304,78572	12471,17696	23397,93255
23	21	21	18500	25169,16858	12476,94157	23388,24267
24	22	22	19000	27182,70206	12481,55326	23380,00627
25	23	23	19500	29357,31823	12485,2426	23373,00533
26	24	24	20000	31705,90369	12488,19408	23367,05453
27	25	25	20500	34242,37598	12490,55527	23361,99635
28	26	26	21000	36981,76606	12492,44421	23357,6969
29	27	27	21500	39940,30734	12493,95537	23354,04236
30	28	28	22000	43135,53193	12495,1643	23350,93601
31	29	29	22500	46586,37449	12496,13144	23348,29561
32	30	30	23000	50313,28445	12496,90515	23346,05127
33	31	31	23500	54338,3472	12497,52412	23344,14358
34	32	32	24000	58685,41498	12498,0193	23342,52204
35	33	33	24500	63380,24818	12498,41544	23341,14373
36	34	34	25000	68450,66803	12498,73235	23339,97217
37	35	35	25500	73926,72147	12498,98588	23338,97635
38	36	36	26000	79840,85919	12499,1887	23338,1299
39	37	37	26500	86228,12792	12499,35096	23337,41041
40	38	38	27000	93126,37816	12499,48077	23336,79885
41	39	39	27500	100576,4884	12499,58462	23336,27902
42	40	40	28000	108622,6075	12499,66769	23335,83717
43	41	41	28500	117312,4161	12499,73415	23335,46159

Bilan et amélioration

Cette activité en Première s'est déroulée sur deux séances d'une heure, en groupes. Les élèves ont rendu le fichier tableur sur Moodle. L'évaluation a tenu compte de leur réussite dans chaque phase des deux parties, suivant leur degré d'autonomie. En général, le travail doit être rendu en fin de séance pour éviter les fuites de fichier entre élèves. Ils savent que je suis assez vigilant à ce sujet donc ceux qui n'ont pas le temps de terminer n'essaient pas de tricher. Toutefois, ChatGPT, les aide de plus en plus à trouver les formules tableur manquantes. Ainsi, on pourrait accentuer l'évaluation sur l'interprétation des résultats obtenus et sur le choix des représentations graphiques.

Retour au sommaire

Étude pédagogique

MÉMOIRE ET MATHÉMATIQUES COMPRENDRE ET OPTIMISER L'APPRENTISSAGE

Laetitia Ludwigs

Apprendre les mathématiques demande de la rigueur et de la pratique. Or, notre cerveau fonctionne selon des principes bien définis qui influencent la manière dont nous retenons les informations. **De nombreuses approches existent pour consolider la mémorisation ; nous en présentons ici quelques-unes particulièrement utiles en mathématiques.**

La courbe de l'oubli : un phénomène incontournable

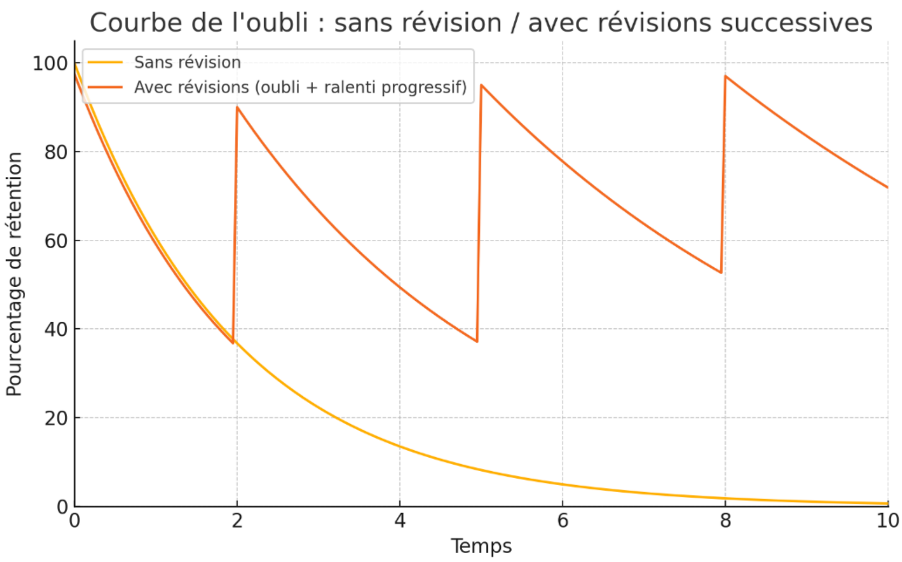


Figure 1 : Courbe de l'oubli

La courbe de l'oubli, mise en évidence par Hermann Ebbinghaus lors de ses célèbres expériences de 1885, montre que, sans répétition, nous perdons près de 60 % des informations nouvellement acquises dans l'heure qui suit et plus de 80 % au bout de 24 heures. Ainsi, pour fixer durablement un concept mathématique, il est crucial de le revoir à intervalles réguliers : après quelques heures, puis au bout de quelques jours, puis de quelques semaines. Cette approche, appelée « répétition espacée », s'appuie précisément sur ces données expérimentales pour optimiser le calendrier des révisions et est aujourd'hui la base de nombreuses approches de mémorisation, des fiches à la carte Anki jusqu'aux algorithmes intelligents intégrés dans les applications d'apprentissage.

Retour au sommaire

Le schéma de Frayer : un outil de révision structurant

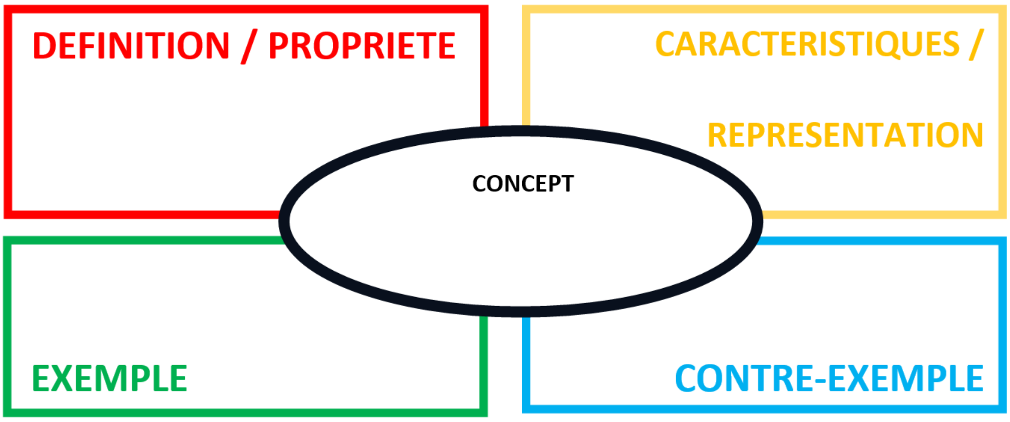


Figure 2 : Schéma de Frayer

Le schéma de Frayer, ou « Frayer Model », a été conçu en 1969 par Dorothy Frayer, Wayne Frederick et Herbert Klausmeier au Wisconsin Center for Education Research dans le cadre d'une étude sur l'enseignement du vocabulaire : il visait à structurer l'analyse des concepts nouveaux à travers quatre cadrans – définition, caractéristiques (ou propriétés), exemples et contre-exemples – disposés autour du terme central. Historiquement, cette organisation graphique répondait au besoin d'aller au-delà d'une simple définition en contexte scolaire, en amenant l'apprenant à confronter immédiatement ce qu'un concept est et n'est pas.

Sur le plan pédagogique, plusieurs recherches ont démontré l'efficacité du schéma de Frayer pour renforcer la compréhension et la mémorisation : une étude de Monroe et Pendergrass (1997) menée auprès de collégiens en mathématiques a montré que les élèves utilisant le Frayer Model enregistraient significativement plus de concepts corrects que ceux se contentant d'un apprentissage « traditionnel » de la seule définition. Plus récemment, des travaux en sciences ont mis en évidence que, comparée à d'autres organisateurs graphiques, l'approche Frayer améliore la compréhension de textes techniques et scientifiques, ainsi que la production écrite disciplinaire. En pratique mathématique, le schéma de Frayer permet à l'élève de cerner un terme ou un théorème :

- **Définition** : énoncé formel du concept (par exemple, « Suite arithmétique : suite pour laquelle la différence entre deux termes consécutifs est constante »)
- **Propriétés** : conditions et caractéristiques (raison, convergence, termes particuliers…)
- **Exemples** : cas concrets (2, 4, 6, 8 … pour une suite arithmétique de raison 2)
- **Contre-exemples** : situations exclues (1, 2, 4, 8 … pour une suite géométrique)

En articulant ainsi ce quadrillage, on active le schéma cognitif de l'apprenant, on explicite les frontières du concept et on prévient les confusions, tout en favorisant la consolidation à long terme.

Retour au sommaire

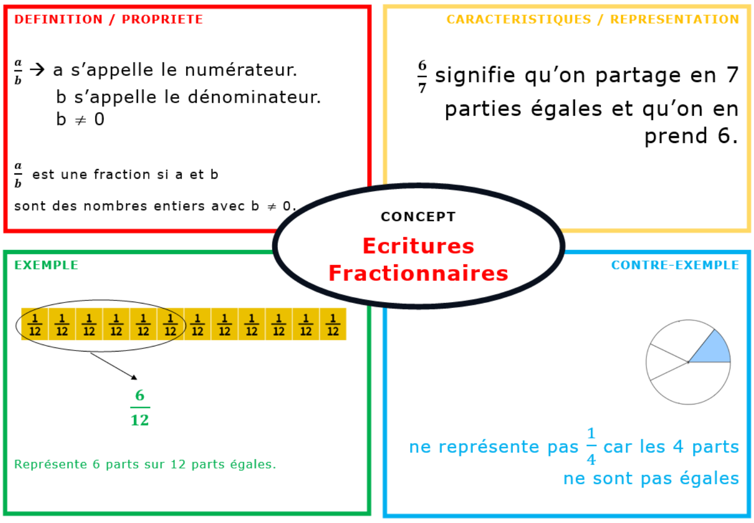


Figure 3 : Schéma de Frayer complété par des élèves de 6e

Les outils de révision et la planification

Même si nous ne détaillons pas ici toutes les aides possibles à la mémorisation, voici quelques pistes enrichies :

- **Cartes mentales** Les cartes mentales (ou « mind maps ») permettent de représenter visuellement la structure d'un cours ou d'un chapitre autour d'un concept central. En reliant mots-clés, couleurs et pictogrammes, elles exploitent la double voie (verbale et visuelle) de la mémoire et facilitent la navigation entre les idées. Lorsqu'on revoit une carte mentale, on active simultanément plusieurs connexions neuronales, ce qui renforce la rétention et l'organisation des connaissances.
- **Fiches de révision** Simples et ciblées, les fiches de révision contiennent uniquement l'essentiel : définitions, formules clés, exemples types et rappels de méthodes. En limitant volontairement la quantité d'information, elles aident à se concentrer sur ce qui est vraiment important et à limiter la surcharge cognitive. Utilisées en format papier ou numérique (applications comme Quizlet ou Anki), elles s'intègrent parfaitement dans un planning de révisions espacées.
- **Sketchnotes** Les sketchnotes mêlent dessins, typographies variées et schémas muraux pour illustrer un cours ou un exposé. Cette technique de prise de notes visuelle active la mémoire épisodique (associant image et émotion), ce qui facilite le rappel ultérieur. L'effort de représenter un concept sous forme graphique oblige également à reformuler l'information dans sa propre langue mentale, renforçant ainsi la compréhension.

Planifier régulièrement ses révisions, en respectant l'idée de « répétition espacée » (par exemple : revoir un contenu 1 jour, puis 3 jours, puis 10 jours après l'apprentissage initial), contribue fortement à la consolidation des savoirs. Un calendrier de révisions bien dosé évite à la fois l'oubli prématuré et la surcharge, en espaçant les retours pour optimiser chaque phase de consolidation à long terme.

Retour au sommaire

Un accompagnement pédagogique essentiel

Il est essentiel, pour l'enseignant, de mettre en place un dispositif global où chaque composante se renforce mutuellement :

1. Une progression spiralée

Plutôt que d'aborder une notion une seule fois, l'enseignant la revisite régulièrement, en jouant sur la complexité et le contexte :

- **Cycle de reprise** : après une première découverte, on propose un exercice d'application simple, puis un problème plus complexe, et enfin une tâche de transfert dans un nouveau chapitre.
- **Planification dans l'année** : on intègre, dès la programmation annuelle, des « points de passage » où l'on revient sur les notions clés (coches rapides, quiz flash).
- **Avantage pédagogique** : cette alternance découverte / approfondissement solidifie la compréhension et limite l'oubli prématuré.

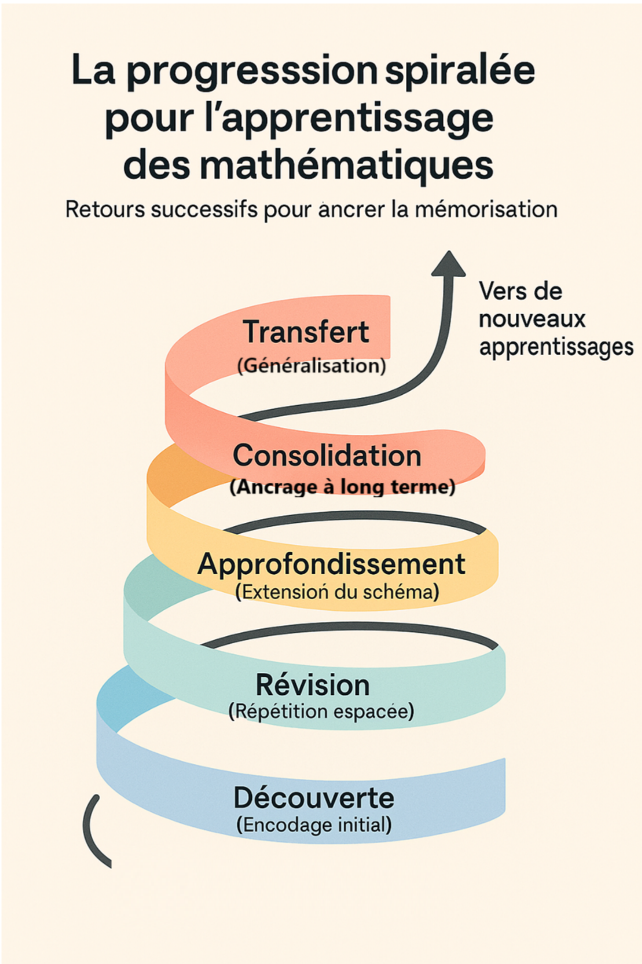


Figure 4 : Étapes d'une progression spiralée

Retour au sommaire

2. Un enseignement explicite

La clarté des attentes et des démarches est un levier puissant pour engager les élèves :

- **Objectifs visibles** : chaque séance débute par la présentation précise des compétences visées (« Aujourd'hui, nous allons comprendre comment calculer l'aire d'un triangle » ou « À la fin de cet exercice, vous saurez identifier un angle aigu, droit ou obtus ».). Cette mise au clair permet aux élèves de se repérer et de savoir exactement ce que l'on attend d'eux.
- **Modélisation des méthodes** : l'enseignant montre pas à pas le raisonnement, à l'oral et à l'écrit, commente ses choix et invite les élèves à reformuler en binôme ou à l'oral.
- **Feed-back systématique** : corriger immédiatement les erreurs de vocabulaire ou de procédure, pour éviter que des représentations erronées ne s'ancrent.

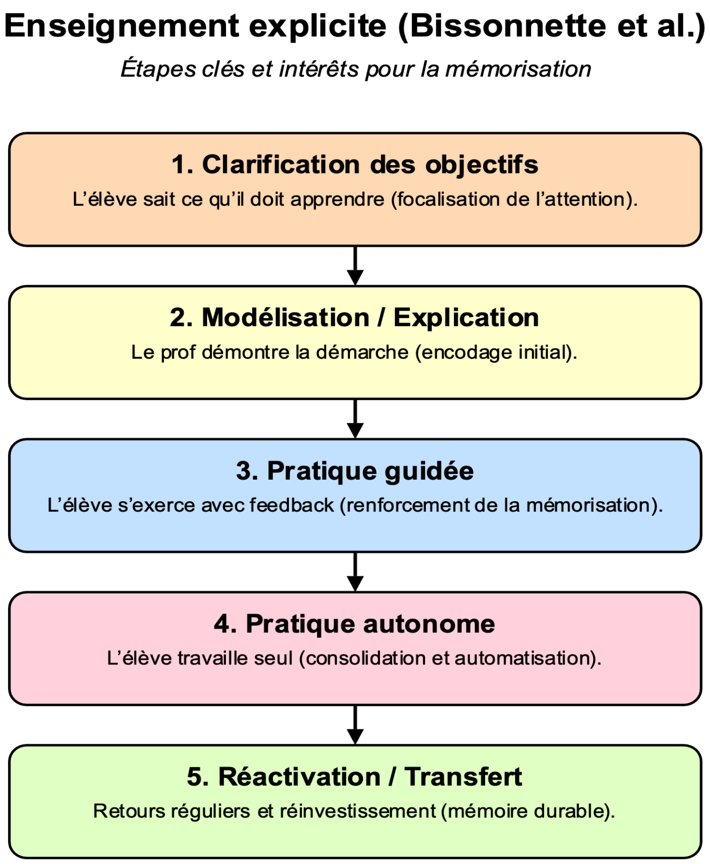


Figure 5 : Etapes de l'enseignement explicite

3. Des séquences de répétition en cours

Pour activer la mémoire de travail et encourager la mémorisation à long terme :

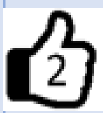
- **Rappels ciblés** : en début ou milieu de séance, proposer 2–3 questions flash sur les notions vues précédemment, sous forme de mini-quiz ou d'oral rapide.

Retour au sommaire

- **Exercices de « remise en situation »** : demander aux élèves d'expliquer à un camarade une technique ou de retravailler un exercice ancien avec un léger changement de données.
- **Apports variés** : utiliser supports divers – paperboards, applications interactives, cartes à questions, ardoises – pour maintenir l'attention et mobiliser différentes modalités sensorielles.

4. Un document-guide pour la révision

Un recueil synthétique et structuré qui accompagne l'élève en dehors de la classe. Il présente, pour chaque séquence, un objectif clair (« À la fin de la séquence, je dois… ») et les ressources associées pour réviser efficacement (« Pour réviser… »).

A la fin de la séquence, je dois ...	Pour réviser ...
Être capable de Déterminer une quatrième proportionnelle	 Leçon II Exercice 1 Fiche 1
Être capable de Caractériser graphiquement la proportionnalité	 Leçon III Exercice 2 Fiche 2

Chaque ligne indique l'objectif visé et renvoie directement à la leçon correspondante, à un exercice ciblé et à une fiche de révision. L'élève sait ainsi précisément où trouver les contenus et peut organiser ses sessions de « répétition espacée » en toute autonomie.

Conclusion

En comprenant la courbe de l'oubli et en utilisant le schéma de Frayer, on dispose de solides bases pour optimiser la compréhension et la mémorisation des mathématiques. Couplées à un usage raisonné d'outils de révision et à une démarche pédagogique adaptée (progression spiralée, enseignement explicite, répétition régulière), ces approches favorisent un apprentissage plus durable et plus efficace.

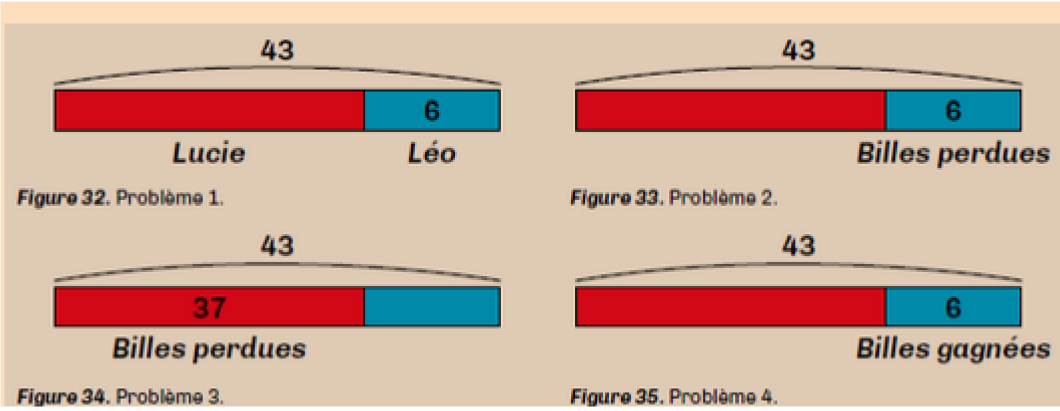
Retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

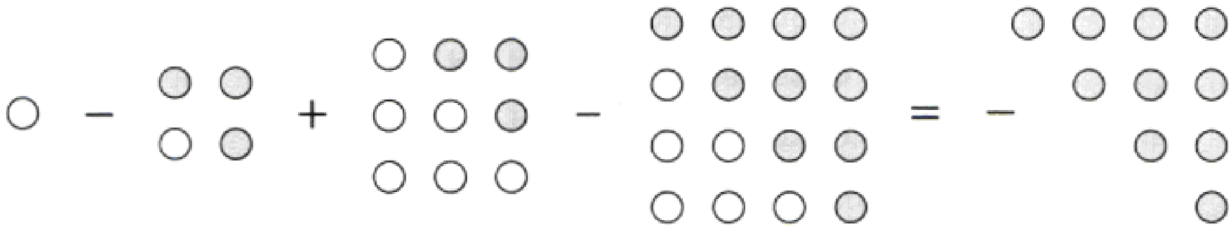
SCHÉMATHÉMATIQUES

Gilles Waehren

Comme disait un certain Bonaparte, « Un bon croquis vaut mieux qu'un long discours. » - on laissera le mot de la fin à Pierre Dac qui complétait très justement par « mais beaucoup moins qu'un gros chèque ». Il ne sera pas question ici des preuves sans mot déjà évoquées dans le PV 123. On s'intéressera plutôt aux dessins pour lesquels la mise en forme du contenu mathématique peut aider les élèves à mieux comprendre telle ou telle notion ; tout en sachant que, pour un mathématicien, un dessin, un schéma, est toujours un appauvrissement de la réalité.

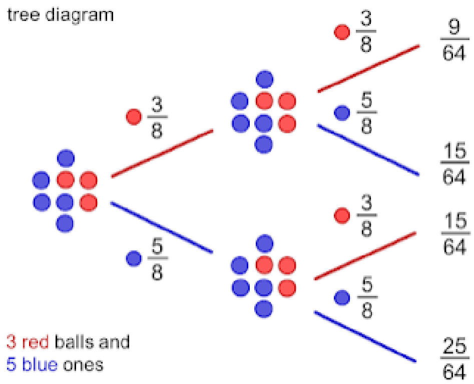


Dans mes recherches, je suis souvent tombé sur les fameux diagrammes en barres dont la maîtrise est un soutien solide à la résolution de problèmes. Pour ceux qui n'en ont qu'une connaissance partielle, un labomaths de Saône-et-Loire présente un ensemble assez complet d'expérimentations menées en cycle 2 et 3. On peut ainsi se rendre compte que l'enseignement de la schématisation aux élèves est une tâche qui suppose de s'appuyer sur des supports théoriques, comme l'explique la courte vidéo de cette page. Le site Maths Juniors de l'Académie de Nancy-Metz fournit également une grille d'analyse pour les professeurs qui souhaitent s'investir dans ce type d'activités. TA@l'école, site de l'Ontario impliqué dans le suivi des élèves affectés de troubles d'apprentissage, insiste sur le rôle d'une représentation visuelle des notions mathématiques pour faciliter leur acquisition. On pourra compléter cette réflexion avec l'approche proposée sur cette page consacrée aux mathématiques visuelles. Enfin, quelque peu éloigné du sujet, je ne peux résister à l'envie de partager cette page de Number Chase, qui peut, dans une certaine mesure, guider les écoliers vers la schématisation.



Retour au sommaire

Ces considérations pourraient ne concerner que l'enseignement primaire et d'aucun pourrait s'interroger sur leur adaptation dans le secondaire. Je pense qu'il faut les avoir intégrées avant d'aborder la deuxième partie de cette rubrique. Pour son mémoire de maîtrise en enseignement au secondaire, cet étudiant de l'université de Sherbrooke propose plus d'une centaine de figures propres à illustrer des résultats algébriques.



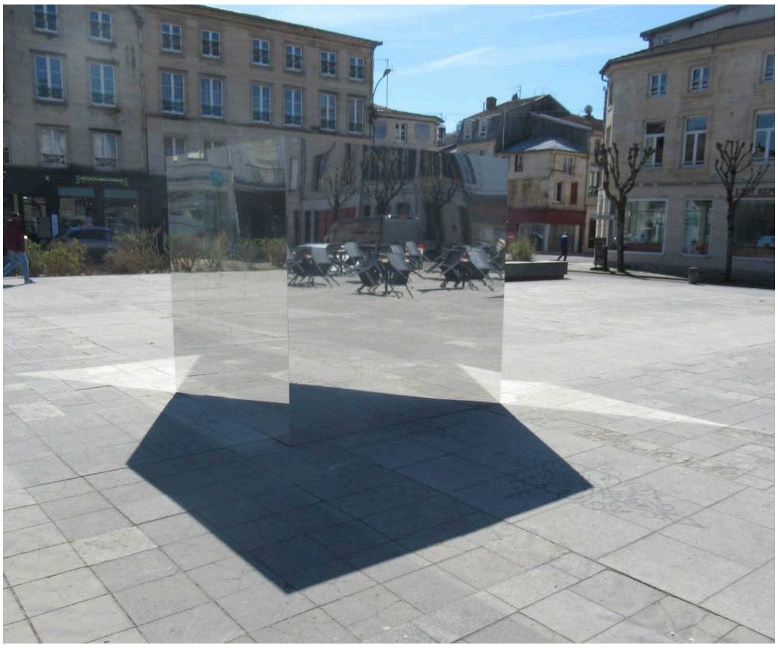
Maths au quotidien s'efforce de recenser toutes les applications des mathématiques. On y retrouve des activités très guidées, dont certaines prennent naissance sur des supports très visuels, que ce soit en collège ou en lycée. Parmi les découvertes faites dans mes pérégrinations, je n'oserais qu'appuyer très fortement le site de Don Stewart, certes anglophone, mais riche de représentations visuelles de toute sorte. Pour terminer, on peut ajouter les planches du concours « Bulles au carré » qui permettent souvent d'animer les mathématiques.

Retour au sommaire

LE CUBE-MIROIR DE BAR-LE-DUC

Groupe Maths et Arts - APMEP Lorraine

Imaginé par Arnaud Bassery et prévu pour changer de place au cours de l'année, ce cube métallique de 2m d'arête était posé début avril place Reggio, au centre-ville.



Les immeubles qui l'entourent et les passants qui s'approchent s'y reflètent. Photographié un jour de grand soleil, il permet en plus d'admirer les jeux d'ombre et de lumière créés sur le sol. Ne serait-ce pas l'occasion de ressortir ce qui avait été produit à la in des années 80 par l'IREM de Lorraine (document pour les élèves de 6ème 5ème, document pour les élèves de seconde et livre du maitre) ? À Bar-le-Duc, le soleil nous montre qu'il sait lui aussi « dessiner l'espace ».

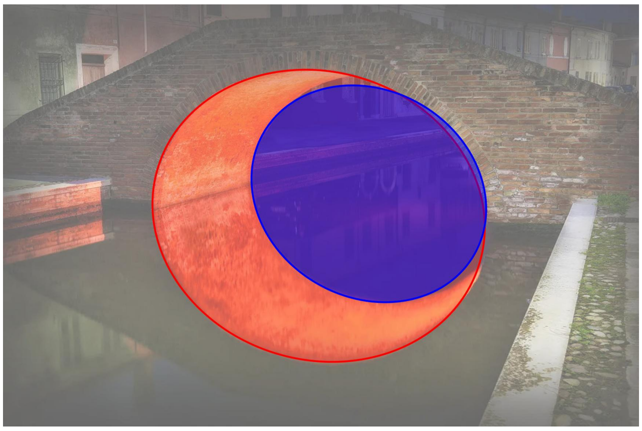
Retour au sommaire

LA LUNE SOUS UN PONT DE COMACCHIO

Groupe Maths et Arts - APMEP Lorraine

Dans Comacchio (ville d'Émilie Romagne en Italie), admirer les reflets des ponts est un vrai plaisir pour les yeux.

L'image ci-dessous circule depuis quelques temps sur la toile. On peut vouloir calculer l'aire de la figure de lune qui apparaît.

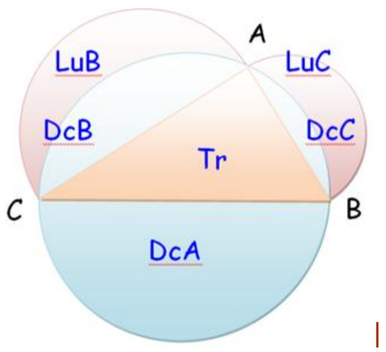
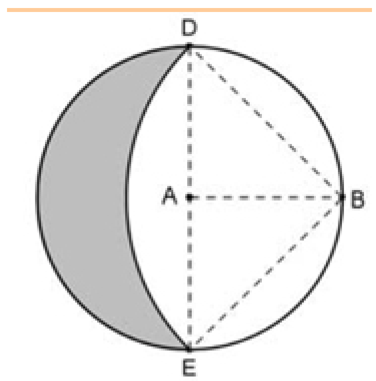
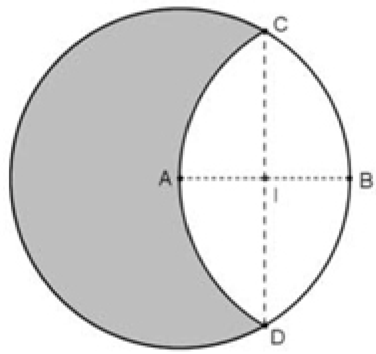


Très souvent, les voûtes des ponts sont visualisées par des « chainettes ». Mais pour ces ponts, nous ne connaissons pas les courbes utilisées par les constructeurs : chainette, arc de parabole, demi ellipse, anse de panier, etc.
Nous avons choisi des demi-ellipses.

Pour ce faire, le recours à GeoGebra peut être utile. L'ellipse rouge modélise bien la forme obtenue en réunissant l'arche du pont et son reflet symétrique dans l'eau qui coule en dessous. La forme à l'intérieur est plus difficile à obtenir et l'ellipse bleue ne l'approche que de façon imparfaite. En tout cas, les aires fournies par GeoGebra permettent de calculer un rapport de 1,9 entre les deux.

Retour au sommaire

L'histoire des lunules peut remontrer à Hippocrate de Chios et donne l'occasion de faire des problèmes de géométrie assez riches pour tous les niveaux, dans lesquels le nombre π a parfois tendance à disparaître.

Lunules d'Hippocrate	Croissant perpendiculaire	Les champs de la chèvre attachée
		
L'aire des deux lunules est égale à celle du triangle rectangle	L'aire de la lunule est égale à celle du triangle BDE.	L'aire est $\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) R^2$

Les figures ci-dessus sont extraites de deux sites. Celui de Gérard Villemin donne, en outre, quelques résultats intéressants. Cette page de Mathéâtre propose de nombreux calculs d'aires de figures assez esthétiques.

Retour au sommaire

SYMÉTRIE ET MOTS CROISÉS

François Drouin
Groupe Jeux - APMEP Lorraine

Cet article vient en suite de celui paru dans le Petit Vert n°158, (pages 37 et 38).

Les vacances d'été 2024 étaient propices à des jeux intergénérationnels.

La grille ci-dessous est extraite de la page 38 du magazine ci-contre paru le 12 juillet.

MOTS CARRÉS

Les définitions et les mots sont identiques horizontalement et verticalement : une bonne approche des mots croisés.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1					P			
2	H					■		
3						E		
4			L		■			
5				■			R	
6		■		L			■	
7		C				■		
8					L			

1 Il est sur le podium.

2 On s'y arrête pour dormir au cours d'un voyage. Pronom démonstratif familier.

3 Locaux destinés aux peintres.

4 Mis dans le plus grand désordre. Monnaie roumaine.

5 Il arrive parfois en recommandé. Dans une raison sociale.

6 On le prend pour mieux sauter.

7 Recouvrir d'ocre. Hélium symbolique.

8 Parler du nez.

Nous remarquons que les positions des cases orange sont symétriques par rapport à une diagonale de la grille.

De plus, les lettres fournies en aide peuvent être de suite placées de façon symétrique par rapport à cette même diagonale.

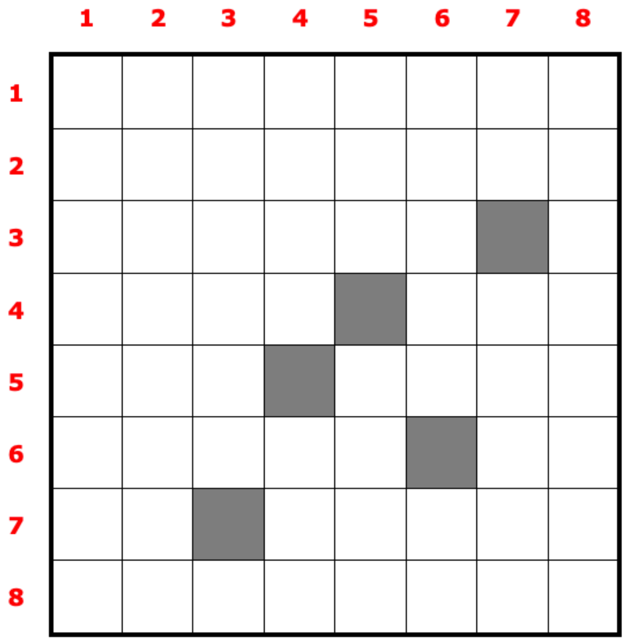
	1	2	3	4	5	6	7	8
1					P			
2	H					■		
3						E		
4			L		■			
5				■			R	
6		■		L			■	
7		C				■		
8					L			

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		H			P			
2	H					■	C	
3				L		E		
4			L		■	L		
5	P			■			R	L
6		■	E	L			■	
7		C			R	■		
8					L			

Retour au sommaire

La grille a été utilisée avec une jeune joueuse se préparant à entrer en CM1. Des définitions ont été ardues à expliquer : « Hélium symbolique » « Dans une raison sociale » : à 9 ans, il reste bien des choses à maîtriser.

Voici pour nos lecteurs deux grilles construites sur le même modèle. La seconde pourra être proposée à de jeunes joueurs et joueuses. Indiquer en aide quelques lettres pourra se faire en utilisant la solution téléchargeable.



1 - Nul n'entre ici s'il ne l'est, aurait dit Platon.

2 - Son degré n'est évoqué qu'après le collège.

3 - Telle l'enseignante lisant « 1 + 1 = 11 » sur une copie d'élève.

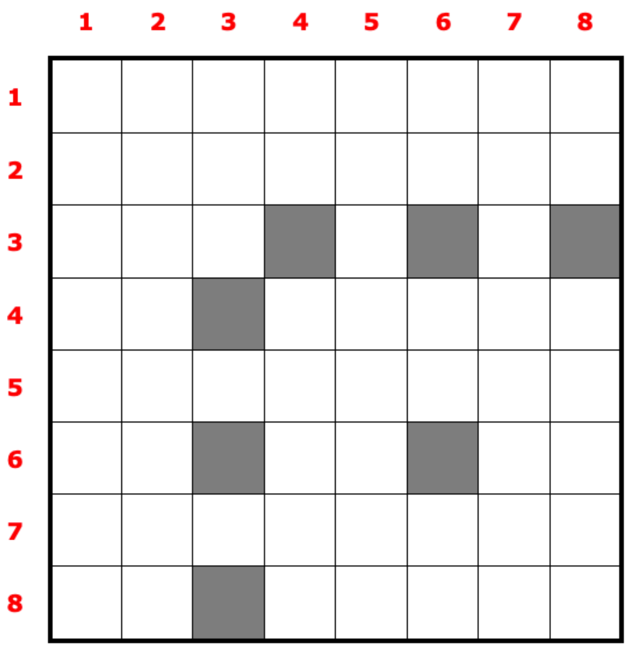
4 - Il a dit OUI. Difficile de le doubler pour obtenir un diamètre.

5 - Temps de lectures et de jeux. 43 810 582 km^2.

6 - Il peut y en avoir plus de 3. 200 pour un plat.

7 - Même sans son « h », elle reste la 17$^{\text{ème}}$. Pour une voix, mais pas pour un angle.

8 - Comme certaines parties.



1 - Des poules et des lapins en apportent.

2 - Verts, jaunes ou violets, ils se cueillent l'été.

3 - C'est la fin du mot SPORT.

4 - La moitié du mot CIEL. Champignon avec un gros chapeau.

5 - Un polygone à huit côtés.

6 - Quand on le double, c'est du lait. Avec le mot précédent, on peut tirer des trains. Les deux extrémités du doigt.

7 - Espérée.

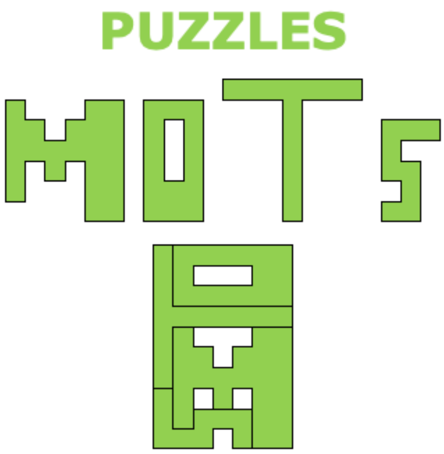
8 - La fin du mot « 2 ». Sur les cous.

Les solutions des trois grilles évoquées ont été déposées sur notre site.

Retour au sommaire

PUZZLES MOTS

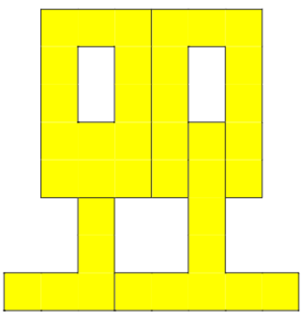
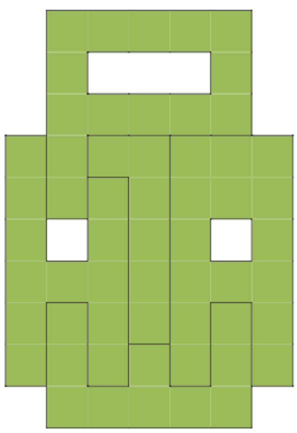
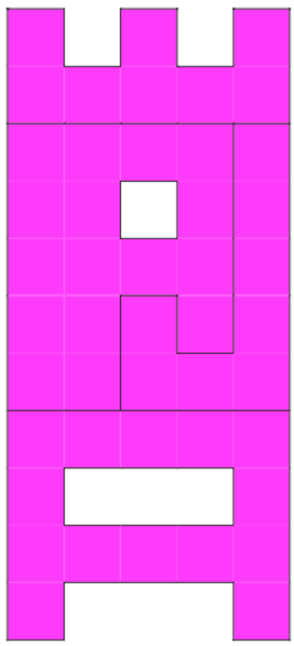
Groupe Jeux - APMEP Lorraine



Nos lecteurs ont déjà rencontré ces **PUZZLES-MOTS** : Le Petit Vert n°160 a proposé pour la fin de l'année 2024 les lettres du puzzle **CHOCOLAT**, le Petit Vert n°161, en hommage à notre président d'honneur récemment disparu, a proposé le puzzle **JACQUES**.
Les éléments formant cette nouvelle brochure sont téléchargeables à partir de notre site. Des joueurs et joueuses de l'APMEP ont participé à son contenu.

À partir de liens insérés dans le dossier de présentation vous aurez accès aux sept chapitres actuels. Un huitième est en projet, les lecteurs du Petit Vert seront informés de sa finalisation.

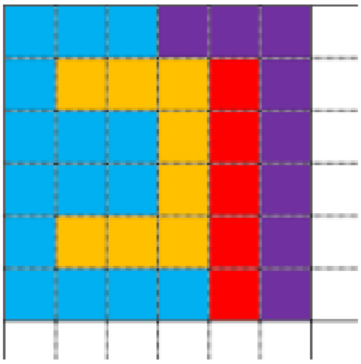
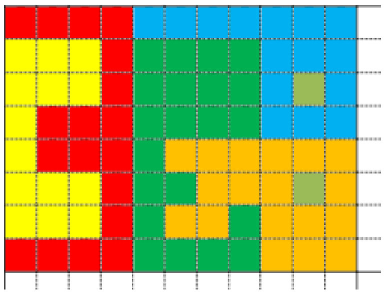
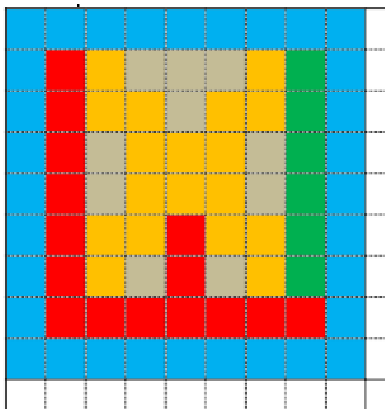
Les trois premiers évoquent l'utilisation de pièces construites par découpage puis collage sur du carton ou par découpe laser avec des machines se rencontrant dans des Fab lab et maintenant dans certains Labos de Maths implantés dans des établissements scolaires.
Une fois découpés, les dessins des pièces doivent être assemblés pour former des formes symétriques.

1 – Des villes	2 – Maths et APMEP	3 – Des prénoms (1)
		

Retour au sommaire

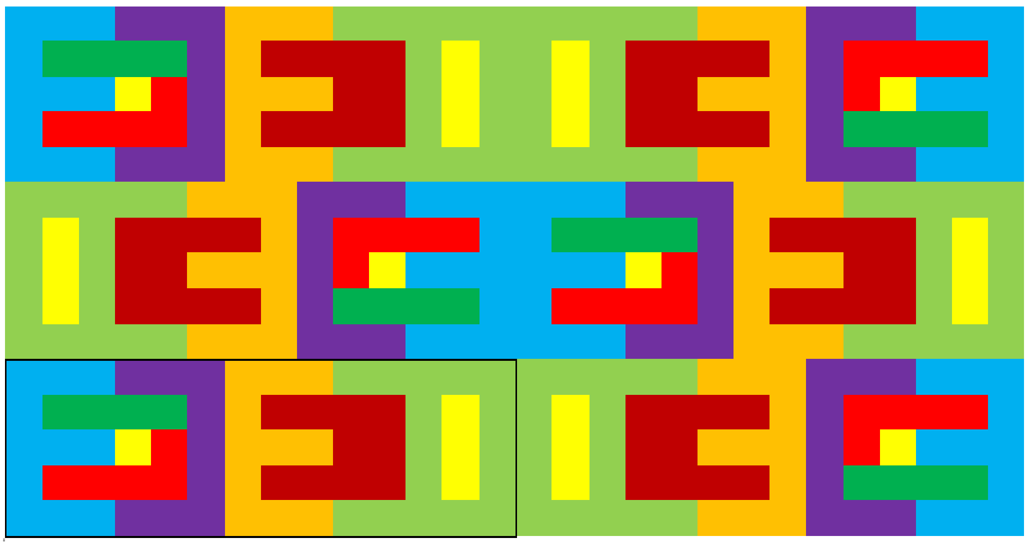
La partie concernant des prénoms sera sans doute un jour complétée, d'autres prénoms continuent à donner des envies de création.

Les trois suivants évoquent l'utilisation des pièces comme tuiles de pavage. Les tuiles réalisées continuent à être des formes symétriques.
Construction et manipulation des pièces ne sont pas nécessaires, les propositions sont des activités de coloriage mettant en œuvre des symétries centrales, des translations ou des rotations (les symétries axiales ne sont pas rencontrées car par retournement, un **S** n'est plus un **S**). En début d'article, la tuile de pavage réalisée avec les lettres de **MOTS** est un rectangle, des symétries centrales et des translations seront sollicitées.

4 – Pour des pavages	5 – Colorier des pavages (1)	6 – Colorier des pavages (2)
		

Voici les lettres du puzzle **EUCLIDE**

Elles nous fournissent de quoi recouvrir un mur de salle classe. Elles forment également un motif de Pachwork.

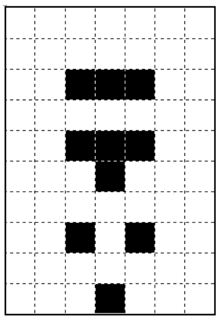
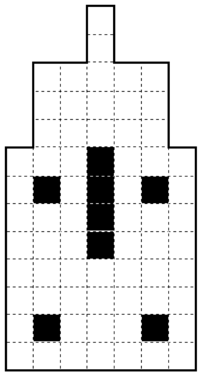
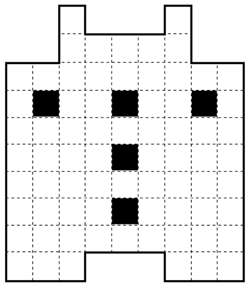
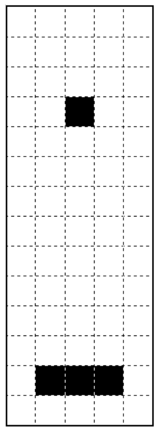


Le chapitre 7 contient les cartes d'aide imaginées pour utiliser les pièces découpées lors d'utilisation en famille, en classe ou lors de diverses manifestations : Nuit des jeux mathématiques,

Retour au sommaire

Journées portes ouvertes, etc.

Voici quatre exemples d'aide concernant les **PUZZLES-MOTS** évoqués dans cet article.

MOTS	CHOCOLAT	JACQUES	EUCLIDE
			

Ce septième chapitre a été complété par quelques puzzles n'ayant pas trouvé leur place dans les chapitres précédents.

Sources d'inspiration

Des puzzles incitant à réaliser des formes à pourtour symétriques ont été repérés sur la Toile tel le puzzle « Symétrie » créé par Vesa Timonen. Le puzzle **YES** imaginé par Vladimir Krasnoukhov donne l'envie d'utiliser des dessins de lettres. Ces deux exemples montrent que des trous peuvent exister dans les assemblages.

Les noms de villes du chapitre 1 et ceux plus divers du chapitre 2 ont été créés suite à l'apparition du puzzle **TOULOUSE** imaginé par Bruno Alaplantive : de nombreuses envies ont alors émergé.

Des prénoms du chapitre 3 ont servi fin 2024 pour des courriers échangés avant la fin d'année.

Retour au sommaire

LE JOUR DE 92 ?

Le 14 mars, jour de π, un de nos adhérents a repéré cette carte sur la Toile.

Ce n'était pas encore le 1er avril, mais l'idée a été lancée de faire aussi la fête à 92 !

Nous avons eu envie d'en savoir plus à propos de 92 dit en danois et nous avons découvert une langue dans laquelle le système en base 20 perdurait.
« Et quatre-vingt-dix se dit *halvfems*, forme abrégée de *halvfemsindstyve*, ou *halv-fem-sinds-tyve*, qui signifie « cinquième moitié fois vingt », ou « quatre vingtaines plus la moitié de la cinquième » [4½ x 20].»
Cette explication nous a été fournie par le site languagesandnumbers.com.

Un système qui repose sur la base 20, d'une manière multiplicative plutôt qu'additive comme les mayas. La place donnée à la fraction, introduite tôt, est intéressante. Peut-être une piste d'explication pour leurs bons résultats en Maths. Chez nous, la fraction associée à l'apprentissage de la proportionnalité reste souvent mal traitée.

Il est intéressant de sortir de cette carte très euro-centrée et de savoir aussi comment 92 se dit dans des langues non européennes.
Par exemple, en arabe, 92 est « 2 et 90 ». 90 n'est pas 9 dizaines, 90 est un mot considéré comme un pluriel de 10.
Jacques Verdier en avait parlé dans son article sur le nom des nombres paru en 2018 dans « Au Fil des Maths ».

Retour au sommaire

ÉMILE COUÉ

Didier Lambois

Je vais de mieux en mieux

Tous les jours, à tous points de vue, je vais de mieux en mieux. Tous les jours, à tous points de vue, je vais de mieux en mieux... Répétez cette phrase vingt fois[1] chaque matin et chaque soir et vous allez voir, vous irez mieux !
Mais je vous vois sourire, vous ne me prenez pas au sérieux. C'est pourtant une recette qui a connu un grand succès au début du XXème siècle.

La méthode Coué

Émile Coué, né en 1857 à Troyes et décédé en 1926 à Nancy, est un pharmacien qui a « redécouvert[2] », un peu par hasard, les vertus de l'effet placebo et le pouvoir de la suggestion dans les processus de guérison. Il avoue lui-même avoir vendu à des patients, lorsqu'il n'avait plus d'autres solutions, des flacons d'eau distillée en affirmant qu'il s'agissait de potions très efficaces, et en avoir constaté l'effet thérapeutique indéniable sur ses patients, persuadés qu'ils étaient d'être en mesure de pouvoir guérir.

Ayant épousé une nancéienne en 1884, il fait très vite (1886) la connaissance du professeur Liebeault (1823-1904) puis de Bernheim (1840-1919) qui sont les deux médecins, les deux maîtres à penser qui firent la célébrité de l'École de Nancy[3]. Il peut, grâce à eux, mieux analyser et mieux comprendre ce qu'il avait pressenti : le pouvoir de l'autosuggestion.
Il revend son officine et il s'installe définitivement à Nancy pour ouvrir une clinique dans sa résidence rue Jeanne d'Arc. Le succès est immédiat. Le bouche à oreilles fonctionne et les pauvres

1. Vous l'avez déjà lue deux fois, donc il ne vous reste plus qu'à la dire dix-huit fois.
2. Ce n'est pas une découverte. Dans ses *Essais*, Montaigne (1533-1592) décrivait déjà l'effet placébo, mais bien avant lui le papyrus Ebers, le plus ancien traité médical connu, montre que l'on connaissait déjà cet effet en Égypte au XVI° siècle av. J.-C.
3. L'École de Nancy était, avec l'École de la Salpêtrière à Paris, la grande école de l'hypnose et de la suggestion. Connue du monde entier, elle a reçu la visite des plus grands psychothérapeutes de l'époque, dont Freud (1856-1939).

Retour au sommaire

(il fait des visites gratuites) comme les riches le consultent (George VI d'Angleterre pour son bégaiement, le roi Albert 1er de Belgique pour ses rhumatismes...). Il fait de nombreuses conférences dans toute l'Europe ; sa célébrité attire les foules, sa bonhomie et son enthousiasme sont convaincants. Sa tournée aux Etats-Unis est un triomphe. Le marchand de bonheur, c'est ainsi que les Américains le nomment, est reçu par le président Calvin Coolidge et fait plus de 80 conférences, c'est du délire, on parle de « couémania »[4].

Mais la méthode Coué n'a rien pu faire contre la pneumonie qui emporta Émile Coué en 1926, et ce dernier tomba très vite dans l'oubli. Bien pis que l'oubli, la méthode tomba dans la dérision, la moquerie, et lorsque nous parlons aujourd'hui de cette méthode c'est toujours de façon péjorative. Les scientifiques n'ont pas été tendres avec ce petit pharmacien qui avait trop bien réussi. Il est vrai que ce dernier n'avait guère théorisé ses pratiques[5] et qu'elles manquent certainement de fondements rigoureux. Est-ce à dire qu'il n'y a rien à retenir de ce que fit Émile ?

La postérité d'Émile

Peu nombreux sont les psychologues ou les thérapeutes qui affirment être les élèves de Coué, ce n'est pas assez sérieux, mais ils sont très nombreux, dans les faits, à s'inspirer de ce « faiseur de miracles[6] » peut-être un peu charlatan.

Le succès que connaissent aujourd'hui tous les ouvrages consacrés à la pensée positive montre bien que l'esprit d'Émile n'est pas totalement éteint. Sourions ! Soyons optimistes ! Cultivons la gratitude ! Éloignons nous des râleurs toxiques et cessons de nous plaindre ! Regardons les solutions, pas les problèmes etc. Tout cela est meilleur pour notre bonheur et notre santé. Mais là encore, tous ces conseils n'ont pas de fondements scientifiques.

Celui qui a créé le concept de « pensée positive », dans les années 1950, est un pasteur nommé Norman Vincent Peale (1898-1993). Il a écrit de très nombreux ouvrages (dont *La puissance de la pensée positive*, 1952) qui se sont vendus à des millions d'exemplaires. Il était le pasteur de Donald Trump et est par ailleurs considéré comme un précurseur de l'évangile de la prospérité[7].

La science n'est pas restée longtemps à l'écart de cette problématique de l'épanouissement personnel et du bonheur. C'est dans le prolongement de la « psychologie humaniste[8]», lors du congrès annuel de l'APA (*American Psychological Association)* en 1998, qu'apparait le concept de « psychologie positive ». Les centres d'intérêt de cette psychologie restent ceux de la pensée

4. Un roman historique de Caroline Charron nous fait revivre ce voyage de 1923 *: Monsieur Coué & moi,* éditions Complicités, 2018.

5. Émile Coué a peu écrit mais son ouvrage *La Maîtrise de soi-même par l'autosuggestion consciente* avait connu un succès énorme.

6. C'était un autre des surnoms d'Émile Coué.

7. La théologie de la prospérité est une doctrine largement diffusée aux Etats-Unis par les télévangélistes. Trouvant sa justification dans la parabole des talents (Évangile de saint Matthieu, chap. 25, 14-30) cette théologie enseigne qu'il faut faire fructifier son argent, que la richesse est un signe de santé spirituelle et que la pauvreté est une punition de Dieu. Cette interprétation de la parabole est bien sûr très discutable, mais elle convient bien aux riches, d'autant plus qu'elle se conclut en disant : « À celui qui a, on donnera encore, et il sera dans l'abondance ; mais celui qui n'a rien se verra enlever même ce qu'il a ».

8. On qualifie de « psychologie humaniste » toutes les études qui portent davantage sur le potentiel humain plutôt que sur ses faiblesses et ses dysfonctionnements

Retour au sommaire

positive, à savoir la recherche du bien-être, mais cette fois elle s'appuie sur des méthodes expérimentales et des mesures rigoureuses. Et si nous voulons faire une véritable différence entre « pensée positive » et « psychologie positive » nous dirons que les psychologues ne sont pas des coachs en développement personnel mais qu'ils cherchent simplement à comprendre et à valider ou invalider certaines théories qui viennent de trop nombreux gourous. Mais cette distinction reste fragile ; les ouvrages qui donnent des conseils de bien-être se vendent tellement bien que la tentation est grande...

Le professeur Martin Seligman (né en 1942), fondateur de la psychologie positive, est lui-même l'auteur de nombreux ouvrages de vulgarisation qui sont des succès en librairie [9]. Mais il est initialement un professeur de psychologie expérimentale et c'est en expérimentant et en prolongeant les travaux de Skinner (1904-1990) sur le conditionnement opérant qu'il découvre par exemple ce qu'il nomme « l'impuissance apprise ».

Pavlov (1849-1936) avait déjà théorisé l'idée de conditionnement (chacun connaît les fameux réflexes conditionnels qu'il mit en évidence). On parle dans ce cas de « conditionnement classique » : stimuli (une cloche) réponse (le chien salive). En travaillant expérimentalement, dans une boite conçue à cet effet, Skinner montre que le conditionnement peut être qualifié « d'opérant » s'il a des conséquences positives, ou pour reprendre ses termes : « renforçantes ». Nous pouvons apprendre à un animal à avoir toujours la même réponse face à un stimuli ; si un animal remarque par exemple qu'en actionnant un levier il interrompt le choc électrique qu'on lui fait subir, au bout de quelques expériences il « saura » ce qu'il doit faire et il le fera, il n'est pas « bête » ! [10]

La boite de Skinner, avec une grille électrifiée, deux leviers, deux lampes etc.

Seligman va un peu plus loin encore en analysant le comportement d'animaux (des chiens) soumis eux aussi à des chocs électriques. Un premier groupe de chiens a la possibilité d'interrompre ces chocs, et comme ils ne sont pas bêtes... Un deuxième groupe n'a aucune maîtrise sur ces chocs, les chiens ne peuvent que les subir et ils finissent par se résigner. Par la suite, en mettant tous ces animaux dans une situation où il y a une solution facile pour éviter les chocs, les chiens du premier groupe trouveront la solution, ceux du second ne chercheront pas et ils se résigneront à subir cette nouvelle série de chocs électriques. C'est là ce que Seligman nomme « l'impuissance acquise », et nous y sommes souvent confrontés.

9. Trois sont traduits en français, et leurs titres montrent bien ses intentions : *Changer, oui c'est possible* (1999), *La force de l'optimisme* (2008), *La fabrique du bonheur* (2011).

10. Notons bien que cet apprentissage par conditionnement ne développe en rien la compréhension et les capacités intellectuelles de l'apprenant.

Retour au sommaire

« Moi, de toute façon, j'ai toujours été nul en maths »

Que pouvons-nous faire face à cette impuissance apprise ? Nous avons essayé tellement de fois que nous pourrions être enclins à nous résigner, mais ce serait là aussi de l'impuissance acquise. Nous pourrions essayer la méthode Coué mais nous savons que même s'il est mieux de se dire « je suis bon » plutôt que « je suis mauvais » cela ne suffira pas. Nous pouvons aussi, comme Alain (voir Petit Vert n°138) croire à l'effet Pygmalion, c'est une condition nécessaire mais qui ne suffira pas. Nous ne serons efficaces que lorsque nous accepterons de revenir sur ce long passé traumatisant qui est à l'origine de cette impuissance acquise. Un long travail archéologique, indispensable.

PHRASE DU TRIMESTRE

Une ligne est un point parti marcher (Paul Klee)

Cette phrase a inspiré une vidéo pour une exposition à Ottawa au musée des beaux-arts du Canada.
On y trouve un complément.

Quand un point commence à bouger pour devenir une ligne, cela demande du temps. De même quand une ligne devient plan, et que des plans en mouvement produisent des espaces. L'œuvre d'art surgit-elle d'un seul coup ? Non, elle se construit pièce par pièce, comme une maison. Paul Klee

Une ligne est un point qui est parti marcher (Paul Klee).

Cette traduction légèrement différente est le titre de deux vidéos faites à l'école d'arts de la Seyne sur Mer à destination de jeunes élèves.
Vidéo 1
Vidéo 2

Cette autre traduction a inspiré un dessin qui a circulé sur la Toile.

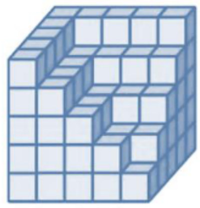
Retour au sommaire

MATHS ET MÉDIAS

Cette rubrique est alimentée par les envois de nos lecteurs. Qu'ils continuent à le faire en nous envoyant à notre adresse des scans de qualité, en précisant leurs sources.
Des commentaires et des activités possibles en classe sont toujours les bienvenus.

EMPILEMENTS DE CUBES

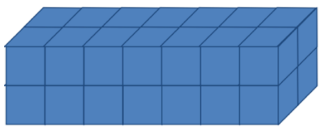
Le 13 janvier 2025, le Conseil Supérieur des Programmes a publié un projet concernant le programme de cycle 3, applicable en septembre 2025.
Dans la partie CM1 (page 30), notre regard a été attiré par cet exemple.

Résoudre des problèmes portant sur des assemblages de cubes.	L'élève sait résoudre des problèmes de dénombrement, comme le suivant : « Combien de petits cubes y a-t-il dans le solide ci-contre ? » 

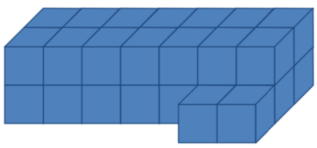
Remarque

« Ci-contre », il ne s'agit pas du solide mais de son dessin. Cette confusion « solide-dessin de solide » amène certains élèves à ne considérer que ce qui est vu sur le dessin.

Nous est revenu en mémoire ce qui était présenté dans le Petit Vert n°125.

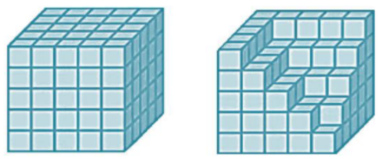


Il était demandé de réaliser ce solide en utilisant les dix pièces formant la pyramide aztèque (rappel : ces pièces sont réalisées à l'aide 30 cubes unitaires).



Voici un dessin du même solide vu par l'arrière.
Le mystère est éclairci.

Pourquoi n'en serait-il pas de même pour l'assemblage proposé dans le projet de programme ?
Ce souci n'est pas présent dans ce qui est proposé dans la partie CM2 (page 84).

Résoudre des problèmes portant sur des assemblages de cubes.	L'élève sait résoudre des problèmes de dénombrement, comme le suivant : « Combien de petits cubes a-t-on retirés du gros cube ? » 

Il est affirmé que les petits cubes ont été retirés d'un cube, pas d'excroissance ni de « trou » caché.
Ce ne sera pas qu'un problème de dénombrement mais de vision dans l'espace.

Retour au sommaire

Prolongements possibles

- Combien de petits cubes peut-on placer au maximum pour former un solide dont on voit la représentation dans ce projet de programme ?
- Quitte à les coller, combien faut-il au minimum de petits cubes pour réaliser le solide dont on voit une représentation dans ce projet de programme ?

Compléments

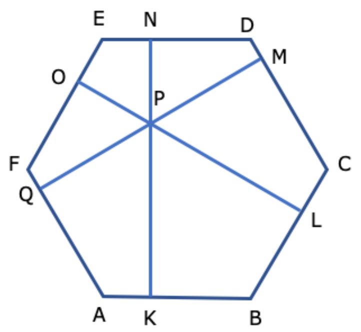
La Société Mathématique de France a donné son avis sur ce projet de programme.
L'APMEP a été auditionnée fin janvier 2025 par la DEGESCO. Le document préparé pour cette rencontre précise le point de vue de notre association.

Retour au sommaire

DÉFI 162-1
P DANS L'HEXAGONE

ABCDEF est un hexagone régulier de côté 4cm.

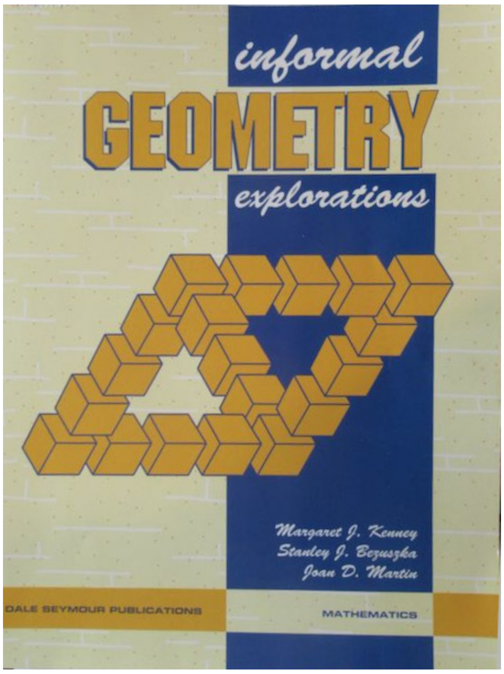
Le point P est à l'intérieur de l'hexagone.



1) Où placer le point P pour pouvoir tracer la perpendiculaire à chacun de ses côtés ?

2) Exprime en centimètres la somme des longueurs PK + PL + PM + PN + PO + PQ.

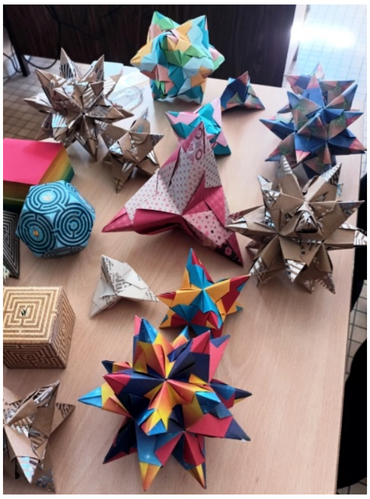
Source d'inspiration



Retour au sommaire

DÉFI 162–2
ON SE PIQUE AU JEU

Proposé par Françoise Bertrand et Christine Oudin



Lors de la journée régionale de Lorraine 2025 Françoise Bertrand et Christine Oudin ont présenté la réalisation de solides de Platon étoilés en origami.

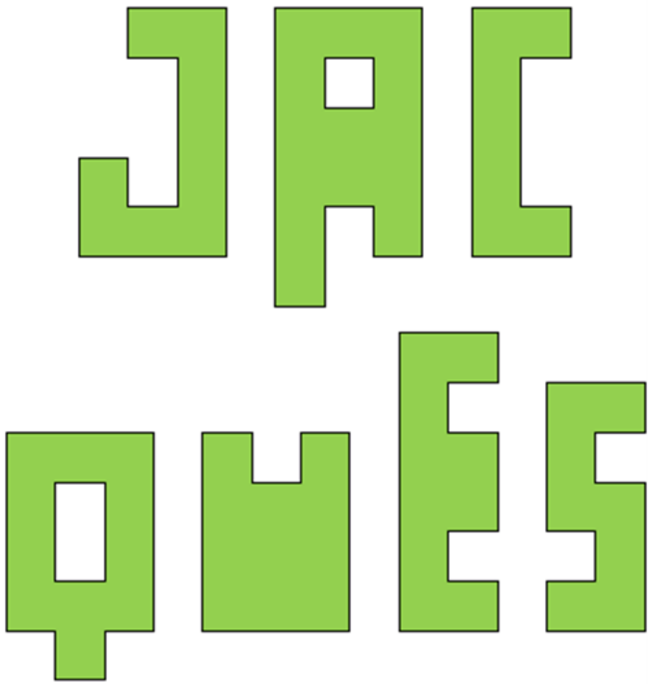
Elles ont étoilé les solides de Platon en construisant sur chaque face du solide une pyramide ayant pour base la face du solide de Platon.

Le ballon de foot n’est pas un solide Platon. Le ballon de foot traditionnel est constitué de 20 hexagones et douze pentagones, c’est un icosaèdre tronqué.

Combien le ballon de foot étoilé possède-t-il de « pointes » ?

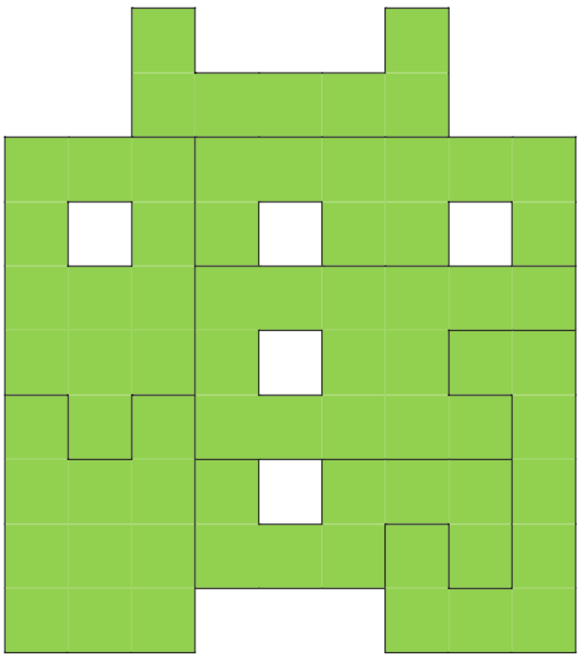
Retour au sommaire

SOLUTION DÉFI 161 – 1
PUZZLE JACQUES



Découpe les sept lettres. Avec elles, réalise un assemblage admettant un axe de symétrie.

Une solution

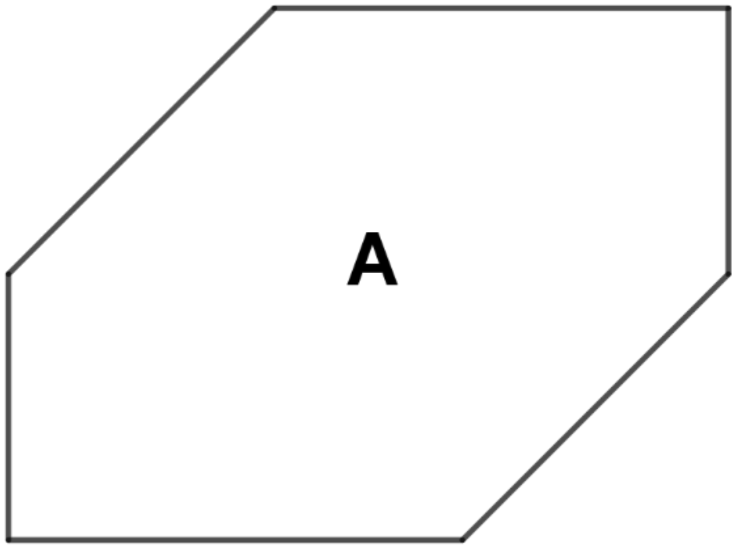


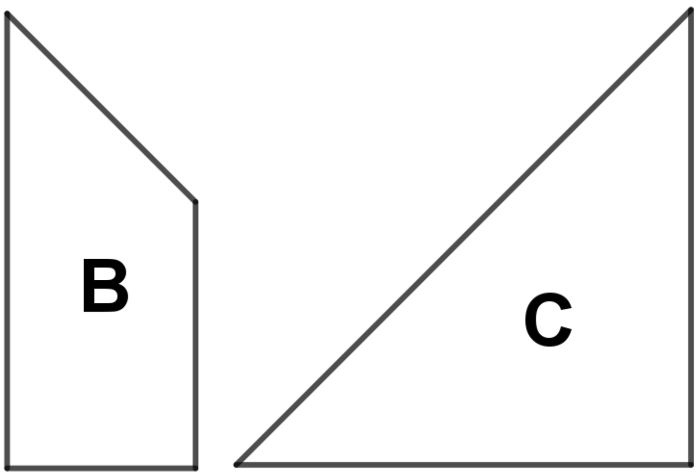
Retour au sommaire

SOLUTION DÉFI 161 – 2
PUZZLE 2025

Réaliser une figure admettant un axe de symétrie en assemblant :

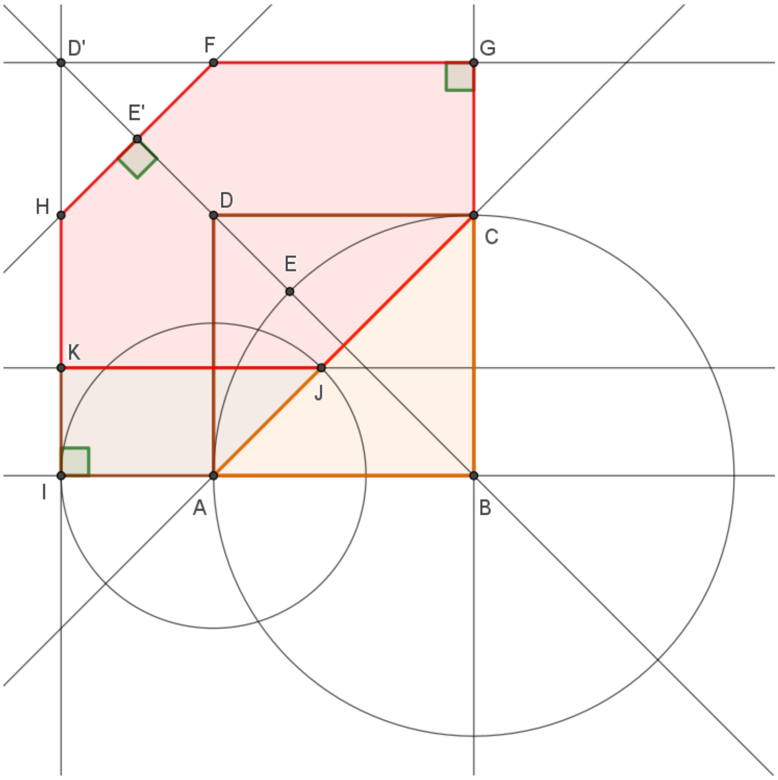
1) les pièces A et B ;
2) les pièces B et C ;
3) les pièces A, B et C.





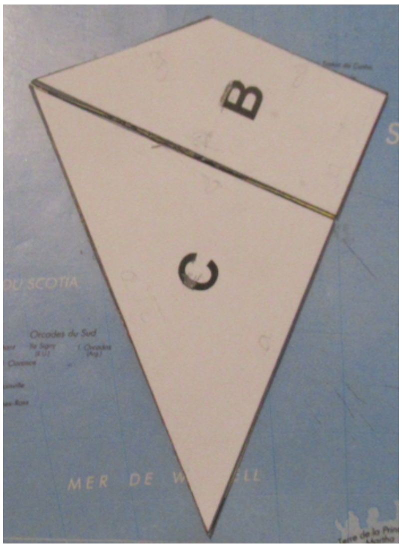
Retour au sommaire

Le tracé des pièces

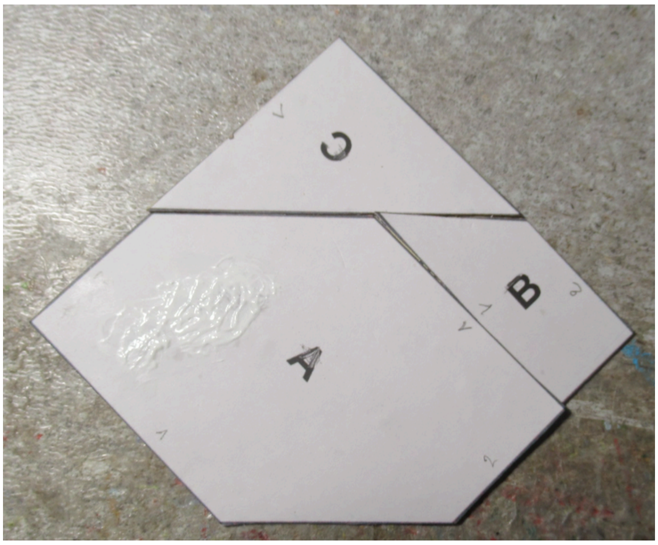


E′ est le symétrique de E par rapport à D et D′ celui de D par rapport à E′.
ABCD et IBGD′ sont des carrés.

Des photos de solutions



Une des diagonales du cerf-volant réalisé visualise l'axe de symétrie de l'assemblage des pièces B et C.



A, B et C forment un assemblage admettant un axe de symétrie.

A et B forment un assemblage admettant un axe de symétrie.

Retour au sommaire

PROBLÈME 162
LANCERS

Proposé par Jacques Choné

Soit k un entier supérieur ou égal à 1. On effectue des lancers successifs d'une pièce équilibrée jusqu'à obtenir k faces consécutives. Quelle est la probabilité que le nombre de lancers nécessaires soit impair ?

SOLUTION PROBLÈME 161
ÉLARGIR LE CERCLE

Proposé par Jacques Verdier

Enoncé

Etant donnés un cercle C et deux points A et B, peut on construire un cercle Γ passant par les deux points A et B et tangent au cercle C ?

Solution

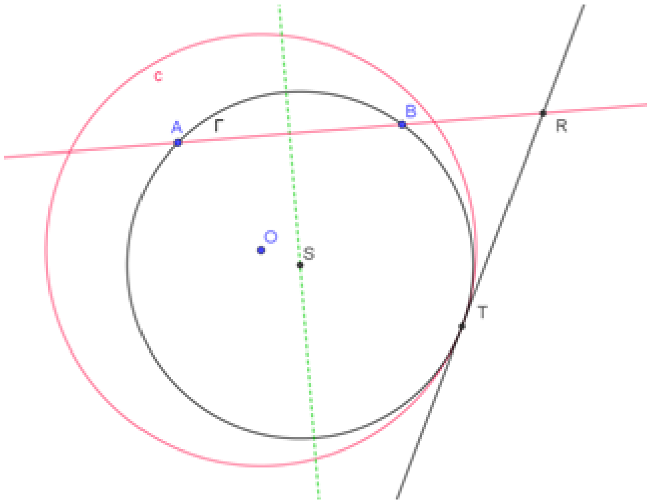
Une solution à ce problème a été proposée par Fabien Lombard, elle correspond à la construction que proposait Jacques Verdier et qui s'appuie sur le centre radical de trois cercles. En fin d'article je proposerai une deuxième solution qui fait intervenir une inversion.

Démonstration 1

Si les deux points A et B sont séparés par le cercle , le problème n'a pas de solution, tout cercle passant par A et B sera sécant au cercle Γ.

Supposons le problème résolu dans le cas où les points A et B sont à l'intérieur du cercle C, on note T le point de tangence des deux cercles. On suppose que la droite (AB) et la tangente commune aux deux cercles sont concourantes en R (on étudiera ultérieurement le cas où les droites sont parallèles).

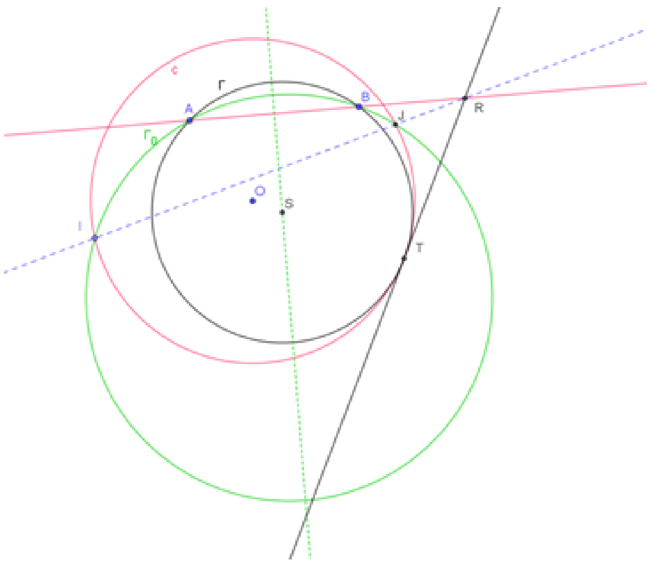
Retour au sommaire



Le nombre RT^2 est la puissance du point R par rapport aux deux cercles C et Γ, on a donc $\mathrm{P}(\mathrm{R},\Gamma) = \mathrm{RT}^2 = \overline{\mathrm{RA}} \times \overline{\mathrm{RB}}$

Par conséquent, le point R aura la même puissance par rapport à tout autre cercle passant par A et B. Ainsi, pour tout point I du cercle C, alors R a la même puissance par rapport au cercle Γ_0 passant par les points I, A et B.

Le point R est le centre radical des trois cercles C , Γ et Γ_0 ; on sait alors que R est à l'intersection des trois axes radicaux des trois cercles pris deux à deux.

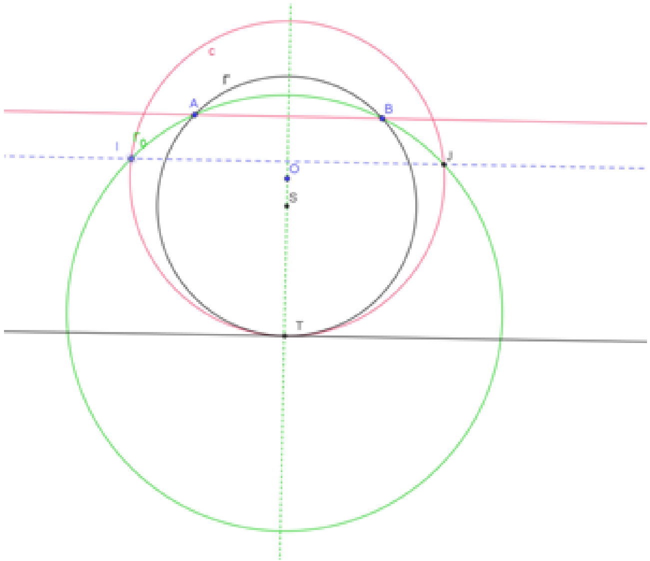


En conséquence, pour construire le cercle Γ, il suffit de construire R comme intersection de la droite (AB) avec la droite (IJ), les points I et J étant les points d'intersection du cercle C et d'un cercle « auxiliaire » passant par A et B.

Question 1 : peut-on toujours choisir I tel que les droites (AB) et (IJ), soient concourantes ?

Supposons que les droites (AB) et (IJ), soient parallèles.

Retour au sommaire

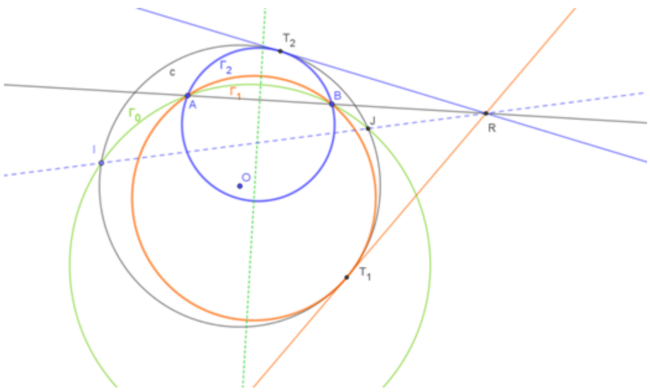


Dans ce cas le centre radical est envoyé à l'infini et les droites (AB) , (IJ), et la tangente commune à C et Γ sont parallèles. Par conséquent la médiatrice de (AB) est un axe de symétrie de chacun des trois cercles, en particulier du cercle C ; on en déduit que OA $=$ OB.

Réciproquement si OA $=$ OB, la médiatrice de $[\text{AB}]$ est un axe de symétrie du cercle C et par conséquent, si on note T le point d'intersection de cette médiatrice avec le cercle C, le cercle passant par A, B et T répond à la question.

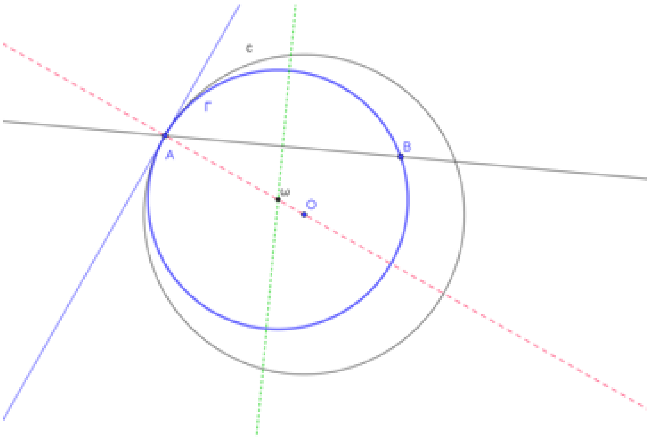
Question 2 : y-a-t-il plusieurs solutions ?

Le point R étant construit comme centre radical des trois cercles C, Γ et d'un cercle intermédiaire Γ_0, on peut tracer deux tangentes au cercle C passant par A. Chacune de ces tangentes donne une solution.

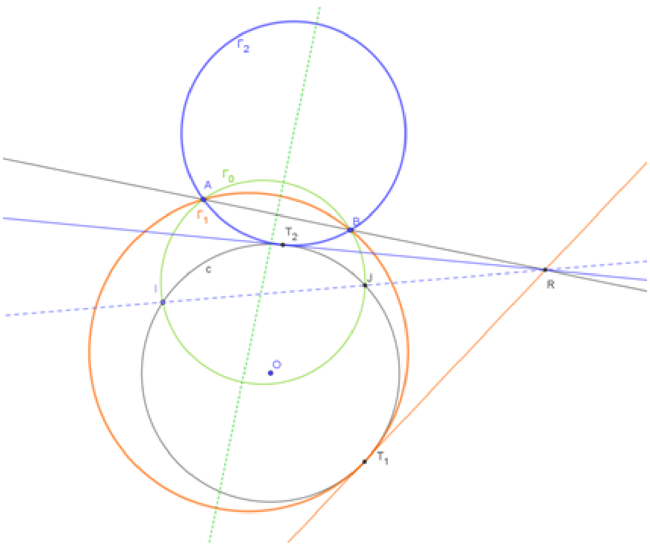


Question 3 : que se passe-t-il dans le cas particulier où un des points A ou B est sur le cercle C ?

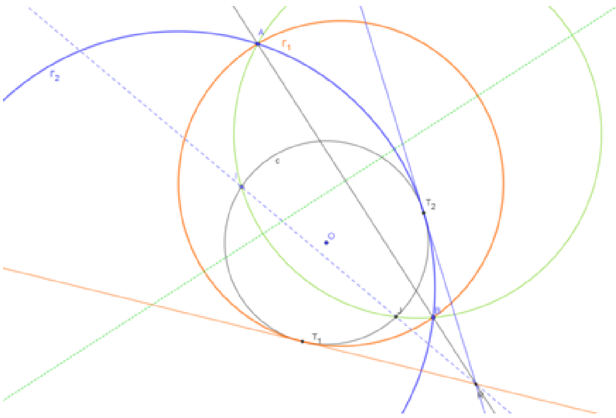
Prenons par exemple le cas où A est sur le cercle C. Dans ce cas le point R est en A, la tangente issue de R est la droite Δ tangente à C en A, le centre du cercle solution est à l'intersection de la médiatrice de $[\text{AB}]$ avec la perpendiculaire à Δ issue de A.



Dans le cas où les points A et B sont extérieurs au cercle C, on a les mêmes raisonnements et résultats, illustrés ci-dessous.



Ou encore



Remarque : Si la droite (AB) est tangente au cercle C, dans ce cas un des cercles est « dégénéré », et il n'y a qu'une solution

Retour au sommaire

Démonstration 2

Je trouve la démonstration ci-dessous intéressante, car elle illustre toute l'efficacité de l'utilisation de la notion d'inversion. (Pour ceux qui sont intéressés par cette transformation, le livre de Jean-Pierre Boudine, « Inversion, l'harmonie des cercles » aux éditions EDP Sciences est particulièrement riche).

Puisque la question relève d'un problème de contact entre deux cercles, l'idée est d'utiliser les propriétés de l'inversion, pour « renverser » classiquement la problématique en une question de contacts entre droites et cercles.

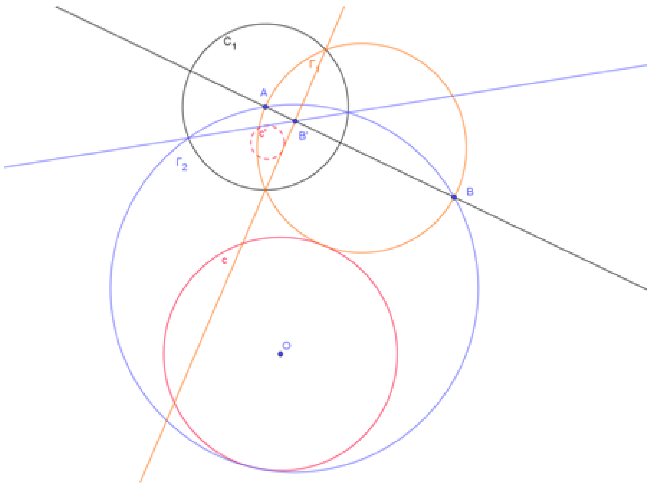
Le ou les cercles solutions sont tangents à C, on en déduit que les images de ces cercles par une inversion I seront également tangents à C' image de C par cette inversion (l'inversion conserve les contacts). Si on veut transformer le problème en une problématique de droite et cercle, il est donc souhaitable que le centre d'inversion soit sur un cercle solution, ce qui invite à choisir A ou B comme centre d'inversion, A par exemple. Notons B' l'image de B par une inversion I de centre A.

Le ou les cercles solutions auront donc pour images des droites passant par B' et tangentes à C'.

Ainsi on suit la procédure ci-dessous :

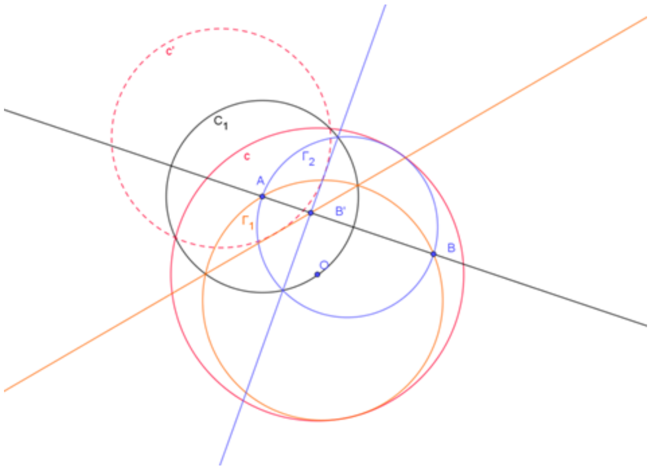
On choisit un cercle C_1 de centre A ; l'inversion I de cercle C_1 transforme C en C', et B en B'. On trace les tangentes à C' passant par B' ; l'inversion de cercle C_1 va transformer chacune de ces droites tangentes à C' en des cercles tangents à C, passant par B (image de B' par l'inversion qui est involutive) et par A (l'image d'une droite qui ne passe pas par le centre d'inversion est un cercle qui passe par le centre de l'inversion)

Ainsi :



Ou encore

Retour au sommaire



Dans le cas particulier où le point B appartient à C, B′ est un point de C′ et il n’y a qu’une tangente à C′ issue de B′ et par conséquent, il n’y a qu’un cercle solution.

Retour au sommaire

Les objets de la Régionale de Lorraine

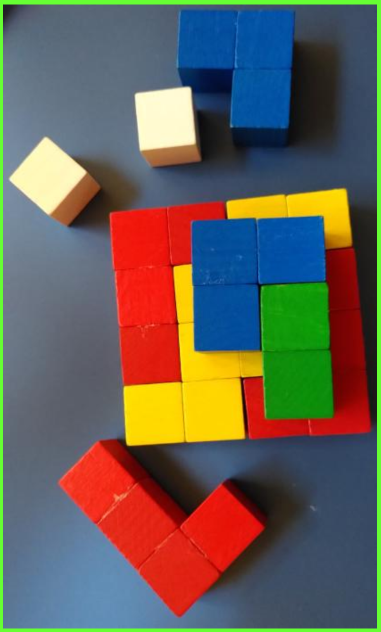
Avec des « PETITS L »

5 euros les 20 « Petits L »

Puzzle à 7 triangles

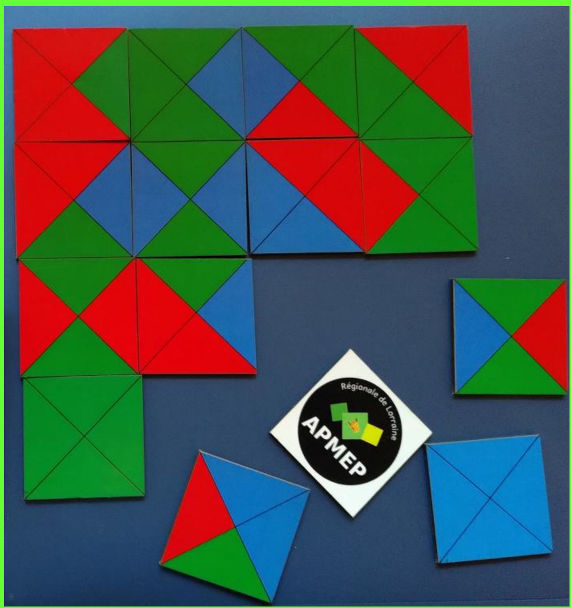
5 euros

Pyramide Aztèque



10 euros

Carrés de MacMahon



7 euros

Losangram et Losange de Metz

5 euros chacun

Des réductions sont possibles sur les prix pour les achats en grande quantité.
Pour tout renseignement et toute commande, vous pouvez vous adresser à

boutique@apmeplorraine.fr