

n° 167 Septembre 2026

LE PETIT

Bonne rentrée



www.apmeplorraine.fr



SOMMAIRE

Édito

Faute d'orthographe (Gilles Waehren)

Vie de la régionale

Il y a 25 ans, les élèves de collège face au hasard

Remise des prix du Rallye APMEP Lorraine 2026

Annonce Journées Nationales

Dans nos classes

Le puzzle du Rallye 2026 (François Drouin)

Étude pédagogique

Aménager l'espace de la classe de mathématiques (Laetitia Ludwigs)

Vu sur la toile

Cinémétries (Gilles Waehren)

Maths et ...

Arts

Une enquête topologique (Christelle Kunc)

Jeux

Du côté de Donald Bell et George Sicherman (Groupe Jeux – APMEP Lorraine)

De nouvelles présentations des stands de nos expos ? (Groupe Jeux – APMEP Lorraine)

Vie courante

Quatorze timbres (François Drouin)

Philo

Dans la famille... je voudrais... (Didier Lambois)

Médias

Sans calculatrice, avec ou sans produit en croix ?

Des défis pour nos élèves

DÉFI 167-1

DÉFI 167-2

Les solutions des défis

Solution DÉFI 166 – 1

Solution DÉFI 166 – 2

Des problèmes pour les professeurs

Problème 167

Solution Problème 166

Et aussi...

Phrase du trimestre

Définition du trimestre

FAUTE D'ORTHOGRAPHE

Gilles Waehren

L'interdiction de la calculatrice au brevet des collèges et à l'épreuve anticipée de mathématiques s'est aussi accompagnée, cette année, de l'interdiction de faire des fautes d'orthographe dans les copies d'examen. En accord avec les définitions trouvées sur [Portail Lexical](#), on se permet de rappeler la différence entre une faute, qui revêt dans de nombreux cas un aspect grave, et une erreur, de la famille de « errer », qui traduit plutôt un manquement temporaire. Autant la faute peut être liée à un problème auquel le professeur n'est pas sûr de pouvoir remédier ; autant le travail sur l'erreur est à la base même de la construction du savoir.

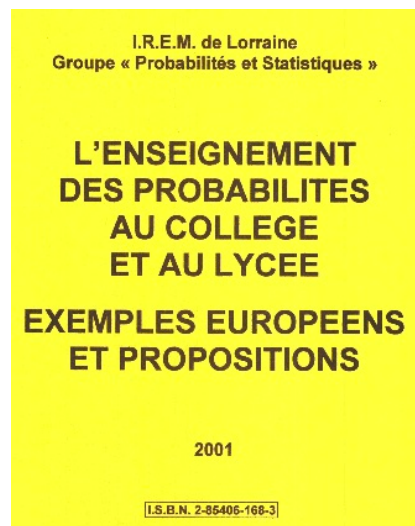
Lors de la correction d'écrits, l'enseignant de mathématiques est en droit de penser que sa priorité est de se concentrer sur les améliorations à apporter aux connaissances encore imprécises de l'élève. Il a probablement à cœur d'interroger la didactique de son enseignement en observant l'usage qu'en font ses élèves. Quel temps lui reste-t-il alors dans un travail de correction pour étudier la qualité rédactionnelle de l'élève ? Bien entendu, si la pensée de l'élève se heurte à des problèmes d'expression, la justesse du contenu mathématique peut s'en trouver affectée, tant il y a de nuances dans de nombreuses notions de la discipline. Mais quel est l'apport du travail de correction du professeur si la copie empile les annotations en tout genre ? On pourrait utiliser des stylos de couleurs différentes (pas le rouge ?...) selon que l'on veuille signaler une erreur mathématique (connaissance, raisonnement...), une erreur de calcul (surtout quand la calculatrice est autorisée) ou une erreur de français. Mais cela sera-t-il efficace pour les élèves ?

Un bon enseignant de mathématiques n'est pas forcément un spécialiste de l'expression écrite, ni même du calcul d'ailleurs. Il a pu découvrir que le mot « hypoténuse » ne prend pas de h après le t en préparant son concours du CAPES, et être fier d'en expliquer ensuite l'étymologie à ses élèves. Chacun a envie de progresser tout au long de son existence. Invalider un examen de mathématiques en raison d'un trop grand nombre de fautes d'orthographe est-il pertinent ? La compétence « Communiquer » et la compétence « Calculer » ne sont que deux des six compétences mathématiques. Quels étaient les objectifs du ministre lorsqu'il a fait ses annonces concernant les fautes d'orthographe en fin d'année scolaire dernière, sans préparation ni réflexion concertée ? Qu'est-ce que cette mesure était censée améliorer ? L'exigence ne se décrète pas, elle se construit, en s'appuyant sur des professeurs formés et compétents.

IL Y A 25 ANS, LES ÉLÈVES DE COLLÈGE FACE AU HASARD

Le Petit Vert n°67 annonçait la parution de la brochure « L'enseignement des probabilités au collège et au lycée : exemples européens et propositions » du groupe « Proba-Stat en Europe » de l'IREM de Lorraine.

En 2026, la brochure reste [téléchargeable](#).



Le groupe avait enquêté dans plusieurs collèges pour cerner les représentations du hasard que se font les élèves. Plusieurs centaines de collégiens avaient ainsi été « testés », et le Petit Vert n°67 proposait quelques extraits des résultats de cette enquête.

En lançant une pièce, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : Pile ou Face ? Pourquoi ?

En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : un 2 ou un 6 ? Pourquoi ?

On joue avec deux dés, en les lançant chacun notre tour. Je prétends que c'est plus difficile pour moi de faire un double six que pour toi de faire un double trois. Ai-je raison ?

En 2026 ?

Voici quelques extraits des récents programmes de [Cycle 3](#).

Au CM1

Objectifs d'apprentissage

Identifier des expériences aléatoires

Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple

Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié : « impossible », « possible », « certain », « probable », « peu probable », « une chance sur deux »

Comparer des issues d'expériences aléatoires ou des événements selon leur probabilité de réalisation

Comprendre que ce n'est pas parce qu'il y a deux issues possibles que chacune a une chance sur deux de se réaliser

Reconnaître des situations d'équiprobabilité

Au CM2**Objectifs d'apprentissage**

Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple
Identifier toutes les issues réalisant un événement dans une expérience aléatoire simple
Dans une situation d'équiprobabilité, lors d'une expérience aléatoire simple, exprimer la probabilité d'un événement sous la forme « a chances sur b »
Comparer des probabilités dans des cas simples
Comprendre la notion d'indépendance lors de la répétition de la même expérience aléatoire
Dans des situations d'équiprobabilité, recenser toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire en deux étapes dans un tableau ou dans un arbre afin de déterminer des probabilités

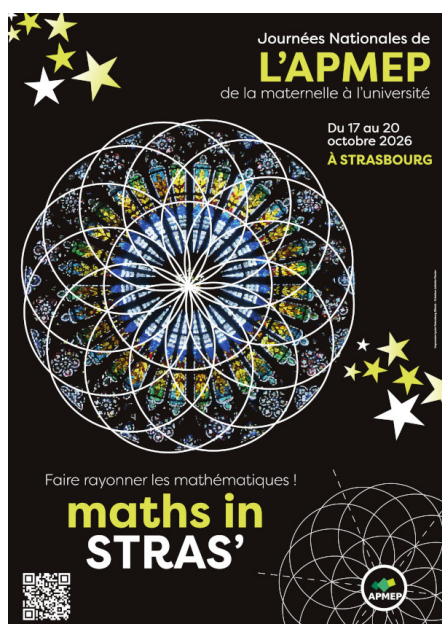
En 6^{ème}**Objectifs d'apprentissage**

Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1
Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité
Comparer des résultats d'une expérience aléatoire répétée à une probabilité calculée

Les questions posées il y a 25 ans par le groupe de l'IREM de Lorraine pourraient être posées en 2026.

ANNONCE

JOURNÉES NATIONALES



Les Journées Nationales de l'APMEP 2026 auront lieu à Strasbourg, du 17 au 20 octobre 2026.

Les inscriptions sont ouvertes dans le plan de formation académique et sur le site de l'APMEP.

Pour l'inscription académique, il faut passer par [SOFIA](#) et en sélectionnant, dans *Mon espace stagiaire*, *Mon plan de formation individuelle*. Il faudra alors chercher les Journées de l'APMEP dans *Disciplines d'enseignement*, dispositif 26A0120421, puis s'abonner.

Pour l'inscription aux ateliers et conférences, il faut créer un compte sur le [site des Journées](#).

Comme les années précédentes, la Régionale de Lorraine tiendra un stand très convivial.

[Retour au sommaire](#)

REMISE DES PRIX DU RALLYE APMEP LORRAINE 2026

Les élèves des classes lauréates ont été récompensé-e-s par un diplôme personnalisé indiquant la place de leur classe, un exemplaire du puzzle « Losange de Metz » ou « Losangram » (productions APMEP Lorraine), un rapporteur trigonométrique et une règle-équerre ALEPH (notre partenaire).

Au Lycée Loritz de Nancy

Témoignage d'une adhérente chargée de la remise des lots

« Il s'agissait d'un groupe d'élèves issus de deux classes et regroupés en SNT avec leur prof de math, et son stagiaire. À Loritz, presque tous les élèves suivent une spécialité mathématiques en première, car toutes les spécialités proposées dans ce lycée supposent de conserver les maths : Sciences Physiques, Sciences de la Vie et de de la Terre, Sciences de l'Ingénieur, Numériques et Sciences Informatiques. Presque toutes... sauf la spécialité Arts Appliqués ! Or, dans ce groupe de seconde, il y a une moitié d'élèves qui suivent l'option Arts Appliqués, et qui ne feront pas de maths en première. Sans rentrer dans les clichés, ce sont essentiellement les filles aux premiers rangs sur la photo prise en salle.



Après les avoir félicités et leur avoir remis les lots, dont les puzzles, j'ai pu constater que les AA restaient en retrait. et je suis allée leur parler. On a regardé ensemble les pièces du puzzle, et alors que les matheux passaient vite à autre chose, ce sont ces élèves qui se sont pris(es) au jeu... J'ai entendu : "si les maths c'était toujours comme ça, j'aurais peut-être aimé ça" ...



Alors la géométrie, un pont vers les arts ? peut-être bien. »

Au Lycée Saint-Joseph d'Épinal

Les prix ont été remis en classe en présence du Proviseur-Adjoint.



À la suite de remise, un goûter a eu lieu dans le parc intérieur du lycée.



Félicitations aux lauréates et lauréats et bien sûr à leurs professeurs.
À l'an prochain, si vous le voulez bien !

LE PUZZLE DU RALLYE 2026

François Drouin

Groupe Jeux – APMEP Lorraine

L'exercice 9 ci-dessous a été proposé au « [Rallye Mathématique de Lorraine 2026](#) »

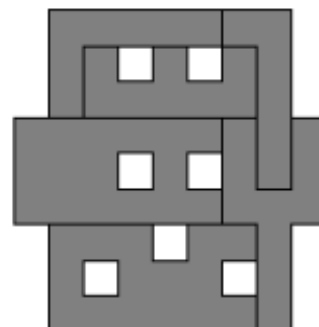
Une solution était proposée avec le corrigé.

Exercice 9 : Un commissaire créatif

Pendant ses soirées d'astreinte, le commissaire Girard crée des puzzles pour ses amis : il en a imaginé un pour ce Rallye.



Découper les six pièces, et avec elles, réaliser une forme admettant un axe de symétrie

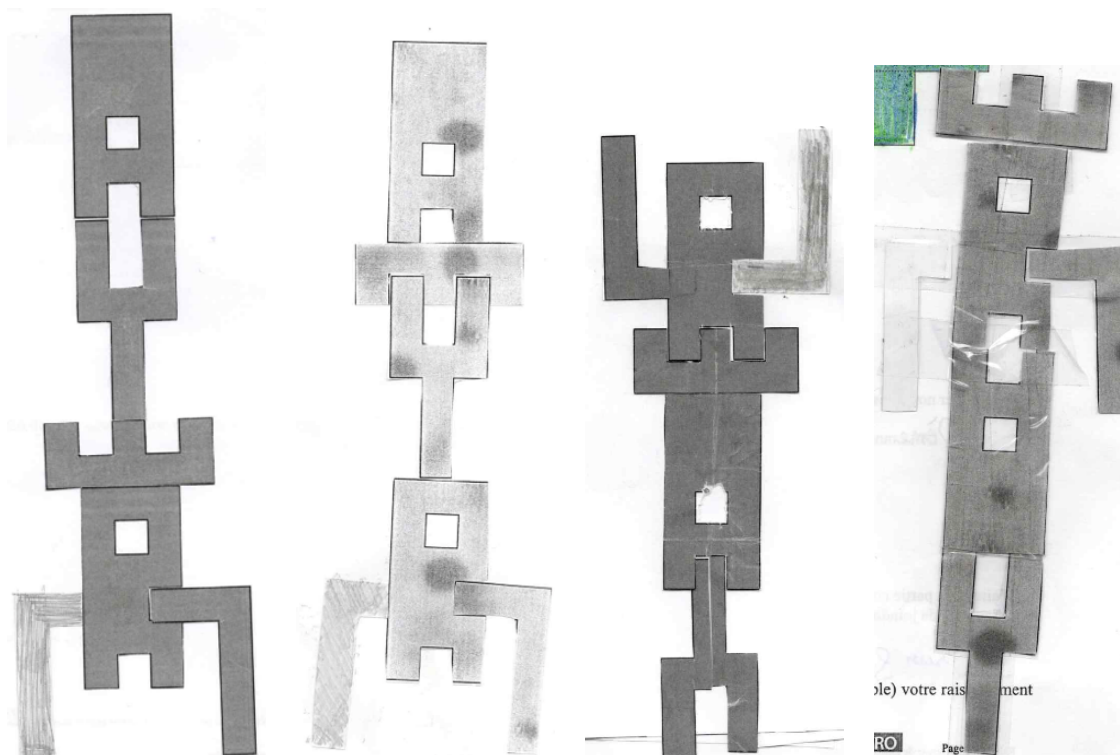


Examinons quelques productions d'élèves.

Les élèves ont perçu l'axe de symétrie des pièces A, Y et E et ont tenté de gérer la pièce R en utilisant les pièces L.

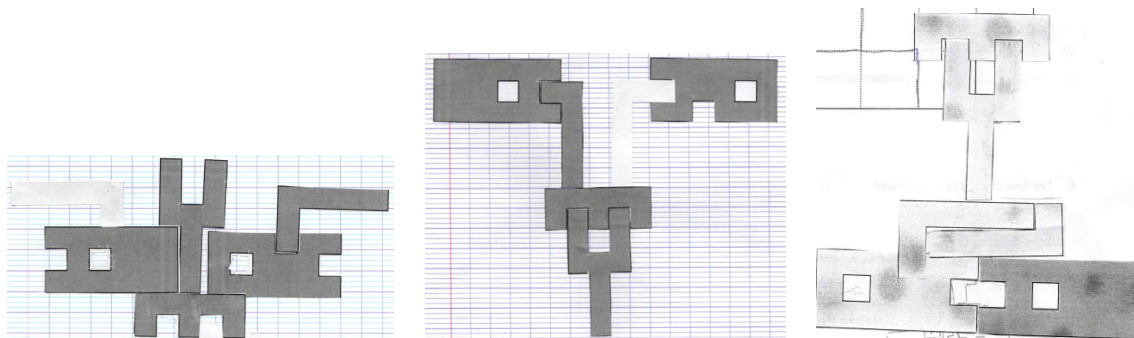
Pour réussir une forme symétrique, ils ont dû retourner une pièce L qui est parfois peu visible sur les assemblages scannés.

Voici quelques exemples.

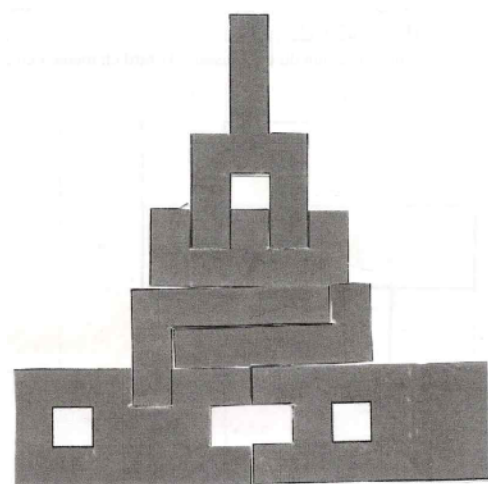


Les élèves ont dû être ravis de découvrir des dessins de robots humanoïdes.

Voici trois propositions non satisfaisantes obtenues en retournant une pièce L.

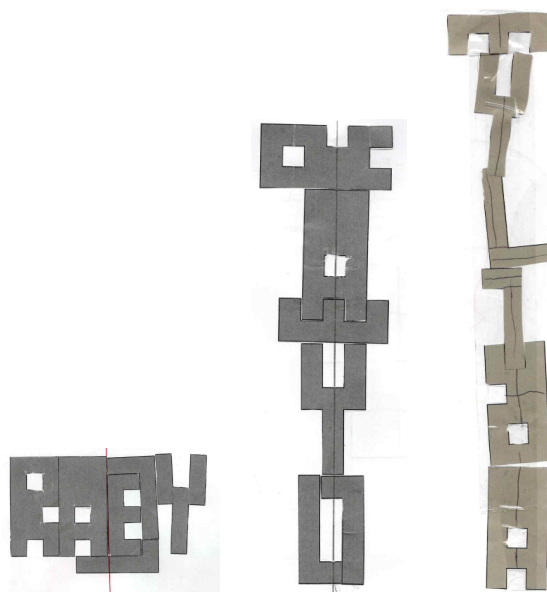


D'autres élèves, se refusant à retourner les pièces, ont fourni des réponses incorrectes.



Pour cette proposition, les élèves ont précisé : « On se rend compte qu'il y a une erreur mais on n'a pas trouvé mieux. »

D'autres ne se sont pas rendu compte de l'inexactitude de leur proposition.



Il existait au moins une solution sans retournement de pièces. Elle a été fournie dans le [corrigé](#) et mise en début de cet article.

AMÉNAGER L'ESPACE

DE LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES

UN CHANTIER À EXPÉRIMENTER ET À PARTAGER

Laetitia Ludwigs

Collège Jacques Gruber - Collombey-les-Belles

Pendant longtemps, je n'ai pas disposé d'une salle dédiée. J'enseignais dans différents espaces, avec le matériel que je pouvais transporter et les contraintes propres à chaque salle. Cette situation m'a progressivement conduite à m'interroger : **dans quelle mesure l'aménagement d'une salle peut-il soutenir les apprentissages en mathématiques ?**

Disposer aujourd'hui d'un espace que je peux organiser m'a permis d'approfondir cette réflexion. Lorsque j'entends des élèves dire : « Mais Madame, on est en salle de technologie ! », je constate qu'ils identifient un espace avant même d'y entrer. Cette reconnaissance me semble importante : elle les **aide à se projeter dans le cours qui va commencer**.

Ces dernières années, nous avons été de plus en plus nombreux à changer régulièrement de salle. Pourtant, cette mobilité ne favorise pas toujours la continuité des apprentissages ni l'installation de repères stables. Faut-il alors engager une réflexion plus globale dans les établissements afin de créer, sinon des salles strictement dédiées, **au moins des espaces identifiés par disciplines ou par domaines ?** Par exemple, se rendre au deuxième étage, dans les salles 201 à 204, pourrait signifier entrer dans un espace consacré aux langues.

Dans ma salle de mathématiques, mon intention est de **construire un environnement lisible, structuré et évolutif, dans lequel les élèves savent ce qu'ils doivent faire, où trouver une ressource et comment demander de l'aide**. Il s'agit aussi de mettre en place des routines favorisant un engagement régulier des élèves et permettant, à terme, de gagner du temps, même si leur installation demande beaucoup d'explicitation au départ.

L'année scolaire 2026-2027 constituera **une phase d'expérimentation**. Cet article présente donc une démarche en cours, les choix déjà réalisés et les questions qui restent ouvertes.

À ce stade, la salle est presque prête. Les différents espaces sont installés, les rangements sont organisés et les affichages amovibles sont en place. Il ne reste plus qu'à poser les intitulés permettant aux élèves d'identifier chaque zone. Ce dernier travail sera réalisé à la prérentrée : la température de cette fin d'année scolaire a fini par écourter mes dernières heures d'aménagement. L'expérimentation commencera donc réellement à la rentrée 2026.

Il m'a néanmoins semblé intéressant de **partager dès maintenant cette réflexion, afin d'ouvrir la discussion et, peut-être, de croiser d'autres expériences**.

Un cadre contenant, sécurisant et capacitant

Ma réflexion a été fortement nourrie par deux parcours Magistère : [École pour tous : vers un cadre contenant et sécurisant](#) et [École pour tous : vers un environnement capacitant](#).

Le premier parcours invite à penser conjointement les **organisations spatiale, temporelle et sociale de la classe**. Un cadre sécurisant est un cadre compréhensible et prévisible ; un cadre contenant offre des repères, des outils et des règles qui permettent à l'élève de s'engager dans les apprentissages.

Le livret stagiaire insiste notamment sur la nécessité de rendre l'espace identifiable, modulable, rangé et organisé. L'objectif est de donner aux élèves des « pouvoirs d'action » : pouvoir se repérer, se déplacer, trouver le matériel et s'engager sans dépendre constamment de l'enseignant.

Le second parcours prolonge cette réflexion avec la notion d'**environnement capacitant**. Il ne s'agit plus seulement de sécuriser, mais de permettre à l'élève d'agir, de mobiliser des ressources, de faire des choix et de développer progressivement son autonomie. Les espaces permanents ou temporaires, les ressources disponibles, le travail entre pairs et l'accessibilité des supports participent de cette logique.

Ces apports m'ont conduite à ne pas penser la salle comme un simple décor. L'aménagement devient une composante du scénario pédagogique.

Faire correspondre l'espace aux routines de la séance

Mon point de départ a été le déroulement habituel de mes cours :

- 1) entrée et installation ;
- 2) automatismes ;
- 3) réactivation des connaissances ;
- 4) correction ou reprise du travail précédent ;
- 5) construction d'une nouvelle notion, d'une méthode ou d'une procédure ;
- 6) application ;
- 7) bilan des apprentissages ;
- 8) organisation du travail personnel : noter et comprendre le travail à faire, identifier les ressources utiles et préparer sa réalisation.

J'ai donc cherché à faire apparaître ces différentes étapes dans l'organisation de la salle. Les espaces ne sont pas indépendants : ils forment une suite logique.

L'espace des objectifs et du déroulement de la séance



Tableau d'objectivation

- Objectif de la séance à écrire.
- Timer pour gérer le temps des activités.
- Repères visuels à portée de main.

L'objectif de la séance est toujours rendu **visible**. Selon les activités, j'y ajoute les différentes étapes du travail, le parcours à suivre ou les consignes utiles.

Un timer permet également de **rendre le temps plus perceptible**. Il ne s'agit pas d'ajouter une pression supplémentaire, mais de donner aux élèves un repère pour se représenter la durée d'une activité et anticiper les transitions. Après un temps d'appropriation, les élèves s'y habituent généralement rapidement et apprennent à l'utiliser comme un repère plutôt que comme une contrainte.

Il m'arrive aussi de construire **une frise présentant les différentes phases de la séance**, le temps prévu pour chacune d'elles et les objectifs associés. Cet outil m'aide à ne pas me laisser dépasser par le temps et donne aux élèves un but ainsi qu'une vision plus claire du déroulement du cours.

Jusqu'à présent, cet espace n'était pas identifié comme tel : j'utilisais simplement une partie du tableau pour afficher ces informations et y placer le timer. Le fait de lui attribuer désormais une place fixe permet aux élèves de savoir immédiatement où trouver ces repères et d'y revenir à tout moment de la séance si nécessaire.

L'espace de réactivation

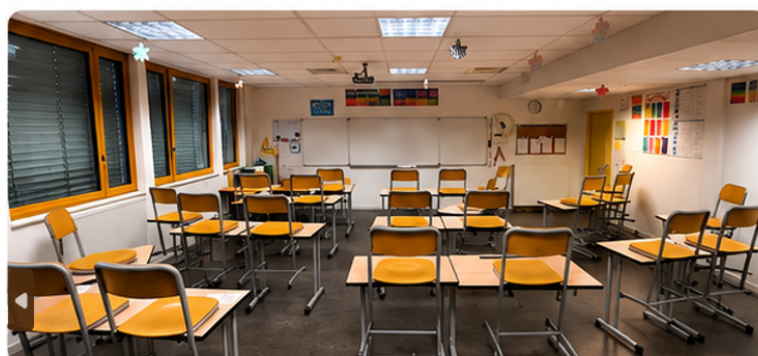


Cet espace doit permettre de **reprendre les apprentissages précédents et de créer un lien avec la nouvelle séance.**

Des pochettes peuvent accueillir les informations proposées par les élèves. Une barre métallique permet de réafficher, à l'aide d'aimants, des éléments du bilan de la séance précédente. Les traces produites ne disparaissent donc pas nécessairement à la fin du cours : elles peuvent être reprises, déplacées et réutilisées.

L'objectif est d'aider les élèves **à se remémorer ce qui a été appris et à établir des connexions entre les séances.**

L'espace de construction



Vue d'ensemble de la classe

- Tables orientées vers le tableau pour favoriser l'attention.
- Espaces dégagés pour faciliter les déplacements.

Le tableau reste le lieu principal des explications, des échanges, des démonstrations et de la construction collective des connaissances.

La disposition des tables est pensée pour maintenir une orientation vers le tableau tout en permettant une transformation rapide en îlots de trois. L'inclinaison des tables facilite cette double fonction.

Des îlots de trois et des rôles organisationnels



Assises et organisation des espaces

- Chaque table est étiquetée avec le rôle de l'élève.
- Tables orientées vers le tableau pour favoriser l'attention, facilement modulables pour travailler en îlots.

Les élèves travaillent **en îlots de trois**. Les groupes restent stables pendant une période, de vacances à vacances, puis ils sont recomposés. Les rôles changent également. Chaque îlot est identifié à l'aide du nom d'un mathématicien ou d'une mathématicienne.

NOS ÎLOTS : DES MATHÉMATIENNES ET DES MATHÉMATIENS

★ Travailler ensemble comme de grands scientifiques ! ★

ÎLOT 1 HYPATIE  Hypatie d'Alexandrie (vers 370 – vers 415) Mathématicienne et philosophe grecque, pionnière dans l'enseignement des mathématiques.	ÎLOT 2 SOPHIE GERMAIN  Sophie Germain (1776 – 1831) Mathématicienne française ayant travaillé sur les nombres premiers et l'élasticité des surfaces.	ÎLOT 3 EMMY NOETHER  Emmy Noether (1882 – 1935) Mathématicienne allemande, fondatrice de l'algèbre abstraite moderne. Son théorème relie symétries et lois de conservation.
ÎLOT 4 KATHERINE JOHNSON  Katherine Johnson (1918 – 2020) Mathématicienne américaine dont les calculs ont été essentiels aux missions spatiales de la NASA.	ÎLOT 5 ALAN TURING  Alan Turing (1912 – 1954) Mathématicien britannique, pionnier de l'informatique théorique et de l'intelligence artificielle.	ÎLOT 6 MARYAM MIRZAKHANI  Maryam Mirzakhani (1977 – 2017) Mathématicienne iranienne, spécialiste des surfaces et des espaces de dimension hyperbolique.
ÎLOT 7 PIERRE DE FERMAT  Pierre de Fermat (1601 – 1665) Mathématicien français, célèbre pour son dernier théorème et ses contributions à la théorie des nombres.	ÎLOT 8 ÉMILIE DU CHÂTELET  Émilie du Châtelet (1706 – 1749) Mathématicienne et physicienne française, traductrice des Principia de Newton et auteure de travaux sur l'énergie.	ÎLOT 9 SRINIVASA RAMANUJAN  Srinivasa Ramanujan (1887 – 1920) Mathématicien indien autodidacte, auteur de contributions exceptionnelles à l'analyse et aux nombres.

----- Chaque îlot porte le nom d'une mathématicienne ou d'un mathématicien qui a marqué l'histoire des mathématiques. Soyons curieux, respectueux et solidaires pour apprendre ensemble ! -----

Je constitue les groupes en tenant compte des points d'appui, des incompatibilités, des difficultés, ...

L'objectif est de **développer progressivement la capacité à collaborer** avec différents camarades.

[Retour au sommaire](#)

Les rôles portent **sur l'organisation matérielle et collective** :

- responsable des manuels et des cahiers et de l'engagement ;
- responsable du matériel et de l'îlot ;
- responsable des photocopies et du temps.

Ces responsabilités sont affichées sur les tables.



Je ne prévois pas de présenter tous les rôles au cours d'une longue séance initiale. Ils seront introduits progressivement, au moment où leur utilité apparaîtra.

Lorsque les manuels seront nécessaires, par exemple, j'explicitai le rôle du responsable : aller les chercher, vérifier leur nombre, signaler un manque, veiller à leur utilisation et les ranger en fin de cours.

Cette introduction en situation me semble plus efficace qu'une accumulation de consignes abstraites difficilement mémorisables.

L'espace bilan



En fin de séance, un espace « bilan » permet de conserver **une trace de ce qui a été compris, de ce qui reste difficile ou de ce qui devra être repris.**

Des feuilles peuvent être complétées avec un feutre effaçable, soit directement par les élèves, soit par l'enseignante sous leur dictée. Ces traces peuvent ensuite servir lors de la réactivation de la séance suivante.

Le bilan ne constitue donc pas seulement une conclusion : il prépare aussi la suite et aide à l'appropriation des notions.

J'utilise ce procédé depuis plusieurs années et j'ai pu constater qu'il aide réellement les élèves. Avant la mise en commun, il est toutefois important que chacun prenne un temps pour formuler individuellement ce qu'il retient de la séance. Cette première réflexion personnelle favorise la mémorisation, aide l'élève à prendre conscience de ses acquis et rend ensuite le bilan collectif plus riche.

Des ressources accessibles sans attente

L'un de mes constats est que certains élèves restent parfois dans l'attente lorsqu'ils ne disposent pas du matériel nécessaire ou lorsqu'ils ne savent pas où chercher une information.

J'ai donc organisé plusieurs niveaux d'accès aux ressources.

Un tiroir par îlot



Chaque îlot dispose d'un tiroir identifié contenant le matériel nécessaire à la séance. Les élèves utilisent uniquement le tiroir attribué à leur groupe. Un même tiroir pouvant servir à plusieurs classes, un code couleur est placé à l'intérieur afin de distinguer facilement le matériel destiné à chacune d'elles.



Comme indiqué précédemment, chaque îlot porte le nom d'une mathématicienne ou d'un mathématicien. Une courte présentation de cette personnalité figure sur le tiroir correspondant. Ces noms servent à la fois de repères et contribuent à donner une identité mathématique à la salle.

D'autres tiroirs sont réservés aux parcours en autonomie et aux photocopies. Les parcours sont identifiés par des logos et deviennent accessibles lorsque le travail demandé est terminé.

Du petit matériel en prêt libre

Un meuble met à disposition du matériel courant : stylos, surligneurs, équerres et autres outils.

Un oubli ne doit pas conduire l'élève à rester inactif. L'accès libre à ce matériel vise à éviter cette rupture, à condition que chacun respecte les règles de rangement.

Des affichages évolutifs



Affichages pédagogiques

- Affichages pédagogiques variés et visuels.
- Amovibles et modulables grâce au scratch pour s'adapter aux besoins

Les affichages de ressources sont fixés avec des bandes autoagrippantes. Ils peuvent donc être retirés, déplacés ou remplacés selon les besoins.

Certains repères restent présents toute l'année, comme l'organisation des espaces ou les éléments de cadrage. D'autres évoluent en fonction des notions travaillées : procédures, formules, tables, vocabulaire ou méthodes. Cette mobilité permet également de les enlever lorsque les compétences correspondantes sont évaluées, afin que les élèves ne puissent pas s'appuyer sur une aide qui n'est pas autorisée à ce moment-là.

Ces affichages ont plusieurs fonctions. Ils peuvent aider un élève **à entrer dans l'activité** lorsqu'il se trouve momentanément empêché par un oubli ou une difficulté précise : il peut aller chercher seul l'information dont il a besoin, par exemple une propriété, une formule ou le rappel que $1 \times x = x$, plutôt que de rester dans l'attente. Leur présence régulière **contribue également à la mémorisation**, notamment pour des connaissances qui doivent devenir progressivement disponibles, comme les tables de multiplication.

L'enjeu est donc de maintenir une structure stable, qui sécurise et oriente, tout en faisant évoluer les contenus en fonction des apprentissages et des besoins observés.

Une table d'appui intégrée à la classe



Espace de la table d'appui

- Grande table au fond de la salle, intégrée dans l'espace classe
- Permet de garder un regard sur l'engagement des élèves tout en leur offrant un lieu de travail adapté et sécurisé.

Une grande table est installée au fond de la salle. Elle constitue la **table d'appui**.

Lorsqu'un élève rencontre une difficulté, il est d'abord invité à consulter les ressources disponibles. Il peut demander à un camarade où trouver un outil, puis venir chercher une aide plus précise auprès de l'enseignante.

Les élèves viennent d'eux-mêmes à la table d'appui. Des chaises sont disposées autour. Certains attendent leur tour, d'autres profitent d'une explication donnée à un camarade, et quelques-uns choisissent de rester près de l'enseignante parce que cette proximité les rassure.

La table a été placée de manière à rester pleinement intégrée à la salle. Depuis cet espace, je peux continuer à observer la mise au travail et l'engagement du reste de la classe.

Ce fonctionnement suppose que les consignes aient été clairement données et qu'elles restent visibles. **L'autonomie des uns rend alors possible l'accompagnement ciblé des autres.**

Il s'agit d'une pratique que j'utilise déjà et qui a donné des résultats encourageants. Lorsque les élèves savent ce qu'ils doivent faire, où trouver les ressources et comment demander de l'aide, je peux me rendre plus disponible pour accompagner ceux qui en ont besoin, sans interrompre le travail de l'ensemble de la classe.

Une salle partagée et un aménagement réversible

La salle est partagée avec d'autres enseignants, qui ne sont pas nécessairement professeurs de mathématiques.

Cette contrainte oblige à **penser un aménagement réversible**. Si un collègue ne souhaite pas conserver la disposition en îlots de trois, il faut prévoir une organisation permettant de remettre rapidement les tables en place.

Ayant déjà travaillé en îlots les années précédentes, sans disposer d'une salle fixe, j'ai pu expérimenter ce type de routine. Le plus simple est de demander à chaque élève de replacer correctement sa propre table. Les premières séances nécessitent un temps d'apprentissage et d'explicitation, mais la réorganisation devient ensuite beaucoup plus rapide.

Les affichages amovibles répondent également à cette contrainte. Ils permettent d'adapter l'espace sans imposer un fonctionnement unique à tous les utilisateurs de la salle.

Il faudra cependant échanger à la rentrée avec les collègues concernés afin de fixer quelques règles communes : configuration de référence, rangement, déplacements du mobilier et partage des surfaces d'affichage.

Cette situation ouvre une question plus large : **la place des espaces disciplinaires doit-elle être discutée en conseil pédagogique ?**

Une salle identifiée comme une salle de mathématiques peut-elle aider les élèves à entrer dans les apprentissages ? Comment préserver cette identité lorsque la salle est partagée ? Quelles organisations pourraient être pensées collectivement à l'échelle de l'établissement ?

Ce que je souhaite observer

À ce stade, je ne peux pas affirmer que cet aménagement produit les effets recherchés. L'expérimentation commencera réellement au cours de l'année 2026-2027.

Je souhaite notamment observer si les élèves :

- entrent plus rapidement dans le travail ;
- identifient mieux les étapes de la séance ;
- trouvent plus facilement une information ou du matériel ;
- attendent moins l'intervention de l'enseignante ;
- utilisent les ressources avant de demander de l'aide ;
- investissent progressivement leurs responsabilités ;
- utilisent la table d'appui de manière pertinente ;
- perçoivent mieux les liens entre les séances ;
- développent leur autonomie et leur engagement.

Je souhaite également rester attentive aux difficultés :

- surcharge éventuelle des affichages ;

- déplacements trop nombreux ;
- rôles peu investis ;
- mauvaise utilisation des ressources ;
- contraintes liées au partage de la salle ;
- temps nécessaire à l'installation des routines.

L'aménagement devra donc évoluer. Les affichages placés en hauteur sont encore provisoires et seront ajustés selon les besoins observés.

Expérimenter et partager

Cette réflexion ne gagnerait rien à rester individuelle. D'autres enseignants ont certainement aménagé leur salle, testé des espaces de ressources, installé une table d'appui, modifié la disposition des tables ou cherché à rendre les élèves plus autonomes.

J'ai donc créé un Digipad intitulé :

Nos espaces de classe : expérimenter, observer, partager

Il permet de présenter un contexte, de déposer une photo ou un plan, de décrire un aménagement et de tenir un court journal de bord.

L'objectif n'est pas de proposer un modèle unique, mais de recueillir une diversité d'expériences : ce qui fonctionne, ce qui résiste, ce qui doit être ajusté et ce que les élèves en disent.



Le Digipad est accessible à l'adresse suivante :

<https://digipad.app/p/1776145/a66887a2a075c>

Les collègues intéressés peuvent y déposer leur propre expérimentation ou commenter les contributions existantes.

À la fin de l'année scolaire 2026-2027, ces retours pourraient nourrir un nouvel article collectif dans *Le Petit Vert*. Nous pourrions alors confronter nos intentions initiales aux usages réels, aux observations et aux transformations effectuées.

En effet, **aménager une salle ne consiste pas simplement à déplacer des tables ou à ajouter des affiches : il s'agit de réfléchir à ce que l'espace permet aux élèves de comprendre, de faire et de devenir.**

CINÉMÉTRIES

Gilles Waehren

Le titre est un mot-valise reliant cinéma et symétries. Régulièrement, le Petit Vert s'efforce de mettre en évidence les nombreux liens entre les mathématiques et les arts. Beaucoup des 10 arts ont fait un jour l'objet d'un article ; que ce soit la peinture, l'architecture, la sculpture, l'écriture ou la bande-dessinée. Après avoir proposé quelques références, dans la précédente rubrique « Vu sur la toile », qui montraient le rôle des mathématiques dans l'image numérique, on va s'intéresser à la place de la symétrie, principalement axiale, dans la mise en image chez certains réalisateurs. On pourra, à une autre occasion, étudier la [construction mathématique de certains scénarios](#), tout en pensant à la symétrie particulière de celui de *Tenet* de Christopher Nolan.



Sebmagic, enseignant de mathématiques, anime le blog « [Vol au-dessus du septième art](#) », dans lequel il partage sa passion pour le cinéma, avec des analyses pertinentes de certains films. Son article sur la « [Symétrie au cinéma](#) », s'appuie principalement sur trois vidéos reprenant des scènes de films riches en symétrie(s) avec de nombreuses œuvres de Wes Anderson (voir photo ci-dessus). Ce dernier fait d'ailleurs l'objet d'un [article dédié](#) sur [Shutterstock](#), site de création de contenus vidéos où les images générées par IA prennent une place grandissante ; alors que les programmes d'apprentissage automatique ne sont pas encore très performants avec la notion de symétrie.

Les vidéos du site [BeverlyBoy](#) (en anglais) peuvent compléter l'article précédent en insistant sur la [signification de la symétrie](#) dans les plans de certains films. Toujours dans la langue de

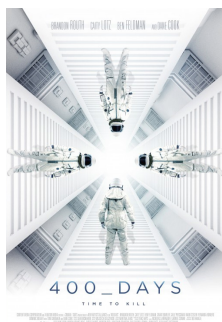
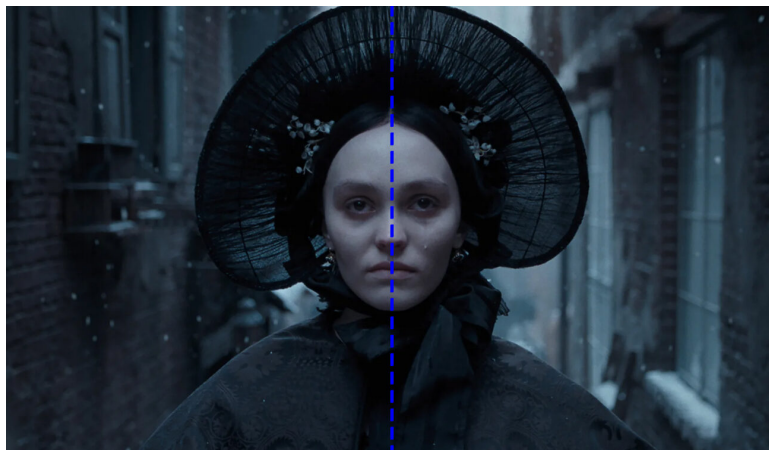
[Retour au sommaire](#)

Shakespeare, [Studiobinder](#) insiste sur la notion d'équilibre symétrique de certaines images de cinéma et comment en faire usage dans la mise en scène. Ce [petit « Top 10 »](#) permettra de faire une synthèse de ces exemples.

On pourra consulter divers écrits de fond sur la question, comme cette [thèse de 2024](#) qui s'est focalisée sur le travail de quatre réalisateurs (dont Kechiche ou Sciamma) autour de la symétrie ou de la dissymétrie et comment elles peuvent produire des réactions contradictoires chez les spectateurs entre bien-être (chez Wes Anderson) ou angoisse (chez Kubrick). Le rôle de la symétrie dans le cinéma peut aussi être d'insuffler l'idée d'égalité, comme nous l'explique [cet article](#) qui se consacre au film *Azur et Asmar* de Michel Ocelot (images ci-dessous).



L'impact psychologique de la symétrie dans les œuvres (voire chefs d'œuvre) du septième art est bien expliqué sur cette page de [Fiction Horizon](#). [CineD](#) propose de nombreuses solutions aux vidéastes amateurs, tant sur le plan du matériel que de la technique cinématographique ; il reprend cette idée d'un difficile équilibre [entre harmonie et tension](#) dans les plans symétriques (photo ci-dessous).



Les [affiches de film](#) elles-mêmes reposent sur des constructions parfois savantes où la symétrie est souvent présente. On termine avec un exemple de composition de deux symétries d'axes perpendiculaires, proposé par Nicolas Erdrich dont vous pouvez parcourir [le site](#) avec intérêt.

UNE ENQUÊTE TOPOLOGIQUE

Christelle Kunc

En avril, au détour d'une allée, lors d'une promenade dans le parc norvégien Ekeberg à Oslo, une imposante sculpture a attiré mon attention.



Il s'agissait d'un solide massif, sombre, lisse, percé de plusieurs ouvertures. Ses surfaces semblaient se replier les unes dans les autres. Très vite, une idée m'est venue : cela me faisait penser à un ruban de Möbius. Il ne s'agissait pas d'une ressemblance évidente, plutôt d'une impression : celle d'un objet qui brouillait les frontières habituelles entre intérieur et extérieur, dessus et dessous.



Pour ceux qui l'ignoraient encore (mais y en a-t-il vraiment ?), on obtient un ruban de Möbius en collant bord à bord deux extrémités d'un ruban rectangulaire, de papier par exemple, avec une torsion d'un demi-tour. En topologie, c'est une surface compacte homéomorphe à un cercle. C'est-à-dire qu'il possède une seule face et un seul bord. Il a été bien étudié et on trouve de nombreuses activités pour la classe de mathématiques dans différents articles de l'APMEP : [ici](#) et [là](#).

Revenons à ma sculpture. Ma première question fut : **Combien possède-t-elle de faces ?**

Je me dois de préciser ce que j'entends par face : il s'agit ici d'une surface non forcément plane délimitée par des arêtes. C'est-à-dire qu'on peut s'y promener partout sans jamais franchir aucune arête.

J'ai essayé de suivre les surfaces du regard, puis avec ma main. Mais en raison de la taille imposante de l'objet, l'exercice s'est révélé plus difficile que prévu. Impossible de dessiner dessus, de colorier une face en couleur, ou de faire courir une fourmi sur une face ! Certaines régions semblaient se prolonger d'un motif à l'autre. D'autres disparaissaient avant de

[Retour au sommaire](#)

réapparaître ailleurs. Impossible de conclure avec certitude, mais à ce stade, j'avais l'intuition qu'elle possédait deux faces : une dessus/dessous, et une intérieur/extérieur. Une sorte de version épaissie d'un ruban de Möbius.

C'est seulement après cette première exploration que j'ai vu un panneau sur le côté qui indiquait le nom de l'artiste et le titre de l'œuvre. Il s'agit d'une œuvre de la sculptrice norvégienne **Aase Texmon Rygh** intitulée *Möbius Trippel*, réalisée en 1998.

Le nom « Möbius » confirmait mon intuition, mais le mot « Trippel », en revanche, transformait cette intuition en énigme : Triple quoi ?

Trois torsions ? Trois branches ? Trois surfaces ? Une symétrie d'ordre 3 ?

En découvrant le titre, je pensais trouver une réponse, mais j'y ai surtout trouvé une nouvelle question.

De retour chez moi, j'ai repris mon enquête topologique.

Pour commencer, une recherche sur le nom de triple Moebius me renvoie vers des résultats très différents en sculpture, architecture. On y trouve des objets constitués de trois bandes de type Moebius qui s'entrelacent, ou bien de trois branches fusionnées avec une symétrie d'ordre 3. Mais cela ne correspond pas à ma sculpture. Au final, je ne trouve pas de définition mathématique standard.



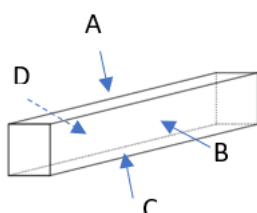
Une recherche sur la sculptrice me permet de savoir qu'elle a découvert le principe mathématique du ruban de Möbius dans un musée technique parisien dans les années 1980. Elle a créé cinq variations à partir de ce principe : ronde, verticale, horizontale, double et triple, dans différents matériaux. Une exposition en 2018, intitulée *les sculptures de l'éternité*, permettait de découvrir ces cinq variations dans la diabase en pierre, une sorte de basalte volcanique. Trop lourdes pour être manipulées, mais on peut les toucher. Voilà donc ma version triple !!

<https://www.altamuseum.no/en/events/aase-texmon-rygh-evighetens-form>

Mais cela ne me renseigne pas sur la nature topologique de l'objet.

Une autre approche

Puisqu'il s'agit d'un solide, et pas d'une surface, j'ai imaginé qu'on pouvait essayer de construire un solide à partir d'un objet souple de section carrée permettant de réaliser un tore. Imaginons une longueur découpée dans un matériau souple type caoutchouc, comme celui-ci :



On dispose alors d'un objet assimilable géométriquement à un pavé droit possédant deux faces carrées et 4 faces rectangulaires. Supposons que je nomme ainsi chaque face latérale rectangulaire initiale de mon pavé : A : dessus, B : droite, C : dessous, D : gauche.

[Retour au sommaire](#)

Si on effectue une torsion de 90 degrés, et qu'on recolle les surfaces carrées aux extrémités, on va obtenir un objet possédant une seule face.

Après une torsion, on obtient une permutation : $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$. Les quatre faces appartiennent au même cycle. La surface extérieure du solide n'est plus orientable. Cet objet est topologiquement de même type que le ruban de Moebius « classique ».

Si on effectue une torsion de 180 degrés et qu'on recolle les surfaces carrées aux extrémités, cette fois, il y a deux familles de faces, deux cycles distincts :

Dessus/Dessous : $A \rightarrow C \rightarrow A$ et Gauche/Droite : $B \rightarrow D \rightarrow B$

Cela évoque davantage ma sculpture et il y a deux faces.

En effet, pour obtenir un objet ressemblant, on pourrait partir d'un pavé droit à section rectangulaire, et seule la torsion de 180° est envisageable pour assembler les rectangles.

Mon « ruban de Moebius épaissi » pourrait peut-être s'obtenir ainsi.

Étape suivante : la maquette

Je n'ai pas sous la main de matériau possédant une épaisseur suffisante et pouvant être tordu, alors j'essaie avec un gros caoutchouc épais.

J'abandonne rapidement l'idée de faire 3 torsions, car cela ne ressemble pas du tout.

Je pars sur l'idée d'une seule torsion et de trois « boucles » resserrées au centre (grâce aux agrafes !). Et j'obtiens cela. Pas trop mal.



La comparaison avec la vue du « dessus » de la sculpture d'Aase Texmon Rygh est envisageable.





Un ami m'a depuis offert cet objet tressé.

Une jolie réalisation de Claude Pagano, membre actif de l'APMEP reconnu pour ses travaux autour du ruban de Möbius.

Ici, on ne voit pas la « tranche », et il est plus plat, mais topologiquement, c'est le même solide.

Pour conclure

Après mes réflexions, je pense que je peux éliminer certaines conjectures sur l'origine du titre « *Moebius triple* » : il n'y a pas trois torsions, ni de symétrie d'ordre 3, ni trois faces.

Je pense qu'il s'agit d'un solide de type Moebius « épaissi » simple (une torsion), mais avec trois « plis » ramenés au centre, même si je ne suis pas en mesure de l'affirmer avec certitude.

De plus, l'objet n'a pas été conçu en tordant une barre d'acier (!), il est en pierre. Le mystère de sa réalisation reste donc total !! Serait-il possible de le réaliser avec une imprimante 3D ? Je vous laisse avec cette dernière question. Si un lecteur du Petit Vert veut relever le défi...

L'enquête était plaisante, et elle m'a aussi permis de découvrir au passage d'autres œuvres très intéressantes de la sculptrice norvégienne, certaines autour du même thème de Moebius, mais pas seulement. Une belle découverte.



DU CÔTÉ DE DONALD BELL ET GEORGE SICHERMAN

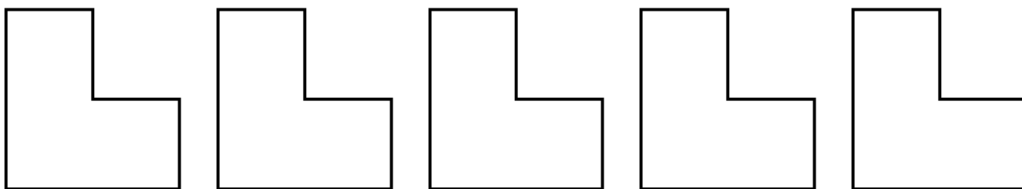
Groupe Jeux – APMEP Lorraine

Ces deux créateurs de puzzles géométriques nous fournissent de belles pistes de recherche à propos de puzzles pour des assemblages présentant un élément de symétrie.

[Donald Bell](#) nous invite à l'utilisation d'un nombre impair de polyminos identiques. L'une de ses propositions a retenu notre attention.

Avec « cinq petits L »

Les pièces

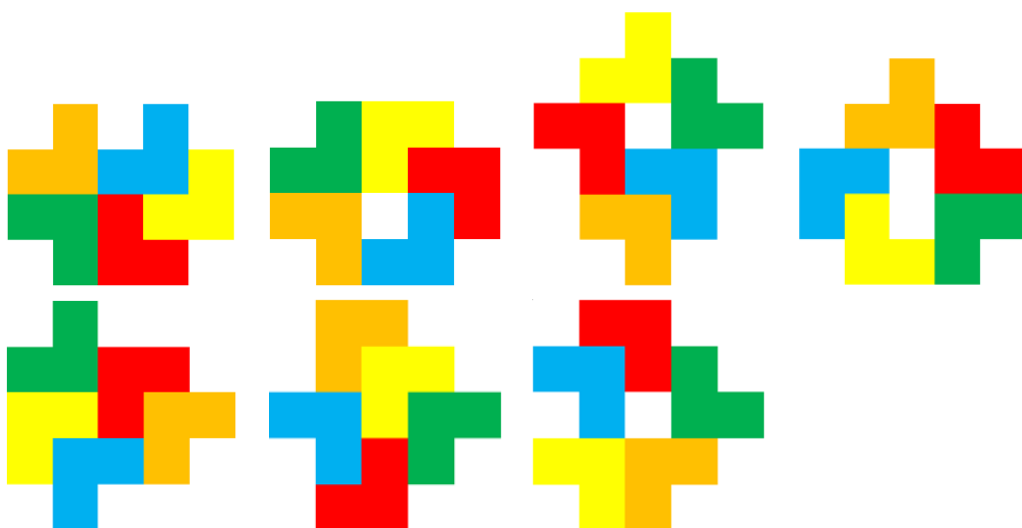


Avec ces cinq pièces, réalise une forme admettant un axe de symétrie.

Plusieurs solutions existent.

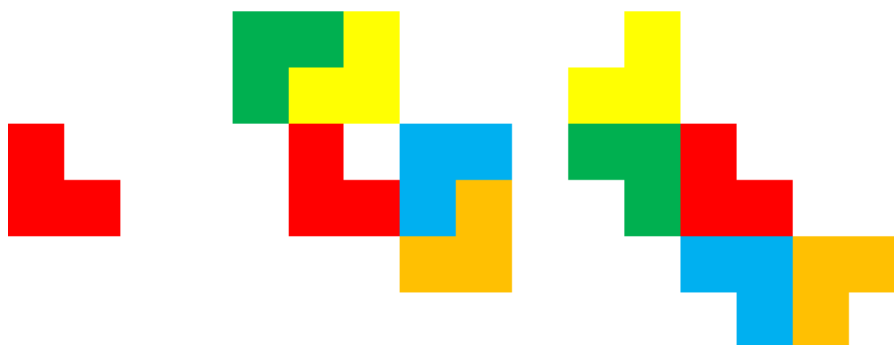
Premiers résultats

Sept assemblages admettant un axe de symétrie ont été trouvés sur la [Toile](#).



Mais d'autres pourraient être trouvés en utilisant l'axe de symétrie d'une des pièces.

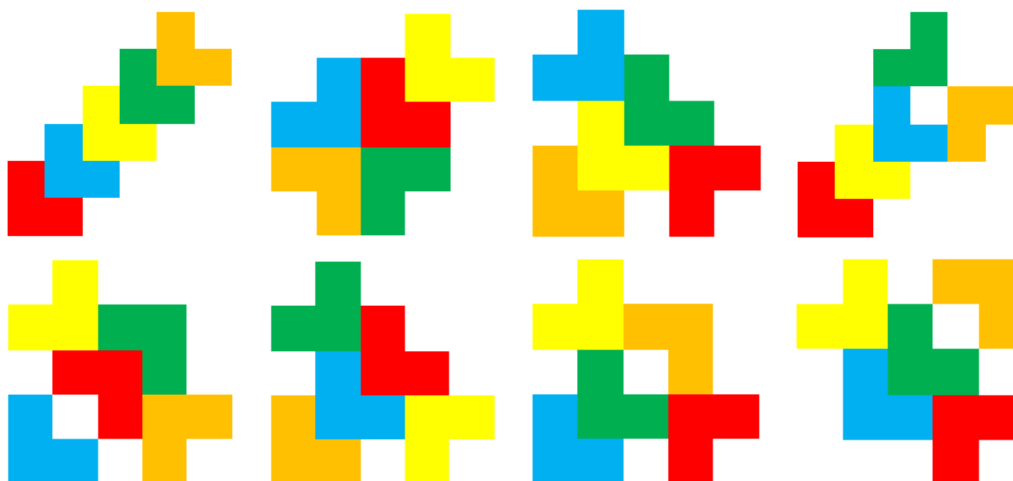
Voici deux exemples.



D'autres ont été trouvés en utilisant l'axe de symétrie de l'agrandissement à l'échelle 2 d'une des pièces.



Voici quelques exemples issus d'une recherche « en famille ».



Remarques

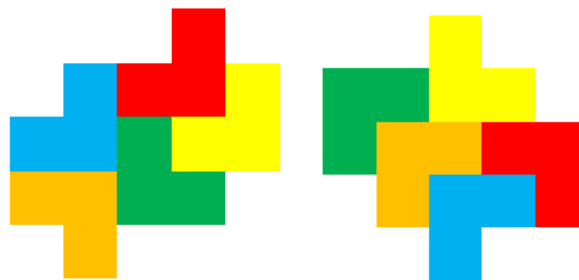
Les propositions complétant les sept trouvées sur la Toile montrent une disposition symétrique des pièces et n'utilisent pas l'axe de symétrie possédé par les pièces.

Rajouter la contrainte de ne pas utiliser cet axe est une difficulté supplémentaire qu'avait peut-être en tête Donald Bell lorsqu'il a proposé son défi.

En classe, à partir de la fin du cycle 3, la recherche pourra prendre en compte cet axe de symétrie.

Pendant le cycle 4 et après pourra se poser la question de l'existence d'assemblages possédant un centre de symétrie. À cette date, deux assemblages ont été trouvés.

Les lecteurs du Petit Vert en trouveront-ils d'autres ?



En complément, n'hésitez pas à visiter le [site](#) de Donald Bell, on y trouve de bien belles pépites.

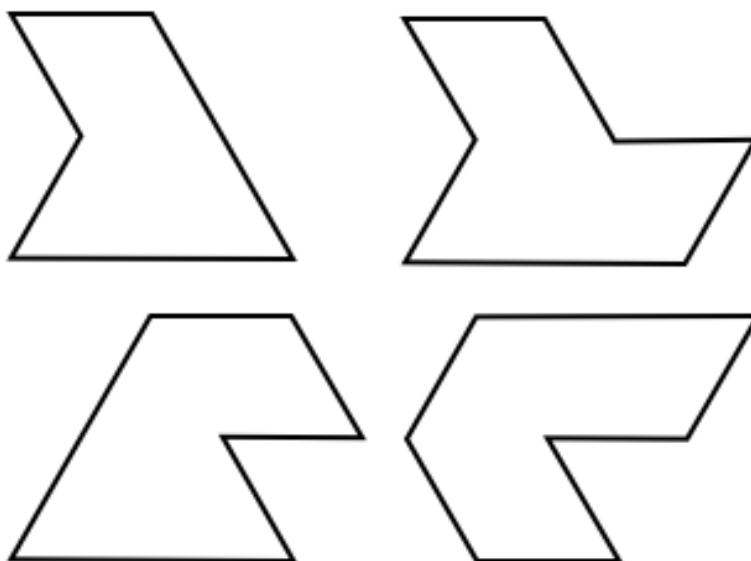
Le puzzle 2024 de George Sicherman

George Sicherman, quant à lui, présente ses propositions dans un [dossier](#) « The Colonel's Puzzles ». Ce nom a été choisi en référence à un colonel rencontré dans « The Pickwick Papers » de Charles Dickens.

De nombreux puzzles pour des assemblages symétriques s'y trouvent. La plupart du temps, George Sicherman nous confie ses solutions.

Il nous offre également depuis 2017 son « puzzle de l'année ». Celui proposé en [2024](#) nous ouvre de nouvelles pistes de recherche.

Les pièces



Elles sont retournables.

Elles permettent la réalisation d'un polygone convexe.

La solution, fournie par le créateur du puzzle, est accompagnée d'une [ouverture](#) vers les puzzles permettant la création de formes symétriques.

En utilisant ces quatre pièces, Andris Cibulis (enseignant à l'université de Lettonie à Riga) a trouvé soixante-sept formes symétriques différentes. Il a également ajouté qu'il existait une forme symétrique possédant huit côtés.

Allons-y progressivement.

- En utilisant deux des quatre pièces, réalise une forme admettant un axe de symétrie.
- En utilisant trois des quatre pièces, réalise une forme admettant un axe de symétrie.
- En utilisant les quatre pièces, réalise une forme admettant un axe de symétrie.

La recherche présente quelques difficultés, voici en aide des dessins de formes à obtenir.

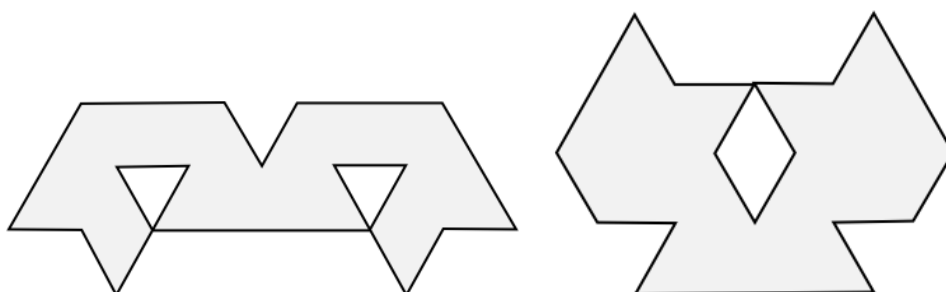
Avec deux pièces



Avec trois pièces



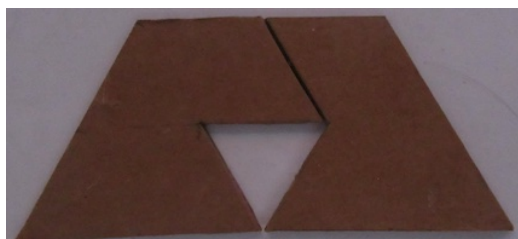
Avec quatre pièces



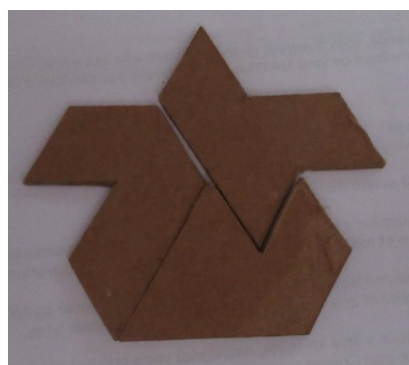
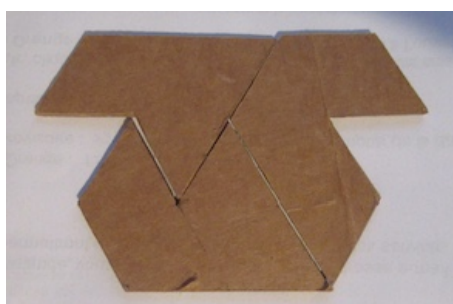
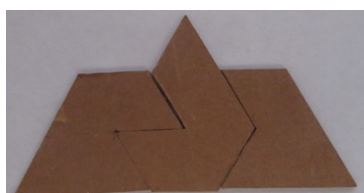
Quelques photos

Voici pour les lecteurs du Petit Vert des photos des assemblages trouvés à cette date.

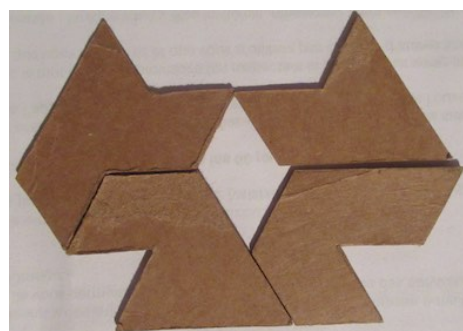
Avec deux pièces

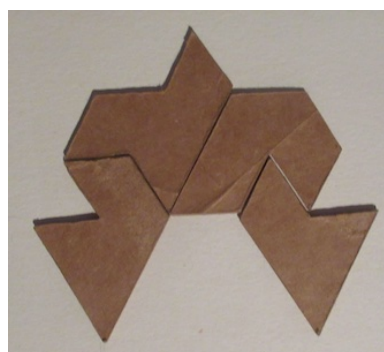
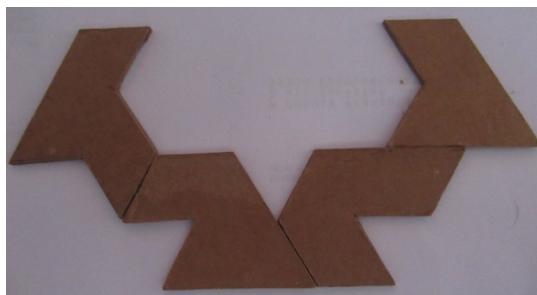
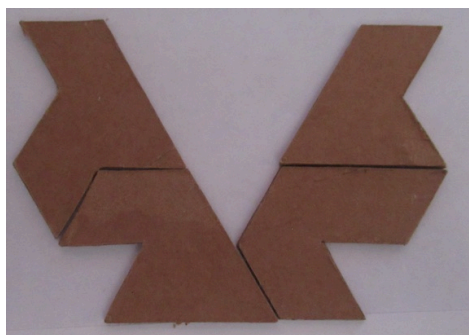


Avec trois pièces



Avec quatre pièces





Avec les quatre pièces, il reste cinquante-neuf formes à trouver...

Sur notre site a été déposé un [document](#) présentant d'autres propositions de Donald Bell et George Sicherman. Des compléments pour des utilisations en classe ont été ajoutés.

Bonne lecture.

DE NOUVELLES PRÉSENTATIONS DES STANDS DE NOS EXPOS ?

Groupe Jeux – APMEP Lorraine

L'exposition « Objets mathématiques » de l'APMEP Lorraine est une mallette, qui peut être prêtée à tout établissement scolaire qui en fait la demande à la Régionale (la rédaction se chargera de transmettre les demandes). Elle comporte 24 stands constitués de puzzles, solides et autres formes géométriques à manipuler à travers des défis. Chaque stand met en jeu des notions mathématiques des programmes scolaires « de la maternelle à l'université ».



Les dix premiers stands avaient été présentés lors des Journées Nationales 1999 à Gérardmer. Les versions les plus récentes dataient de 2016. Il était temps de les rénover : le logo de la régionale a changé, on ne parle plus de parallélépipèdes mais de pavés, un seul questionnaire à la fois a été conservé pour chacun des stands (certains ont dû être l'objet de plusieurs propositions) et dès la deuxième page des documents téléchargeables, des solutions sont proposées, elles seront bien utiles aux utilisateurs et utilisatrices de nos expos.

12 - UN PUZZLE À TROIS PIÈCES



En utilisant les trois pièces, réalise :

- un carré,
- un parallélogramme,
- un trapèze isocèle,
- un triangle rectangle,
- un quadrilatère possédant deux angles droits,
- un rectangle.

2026 - APMEP Lorraine

Le panneau de l'exposition

Des solutions



Carré



Parallélogramme



Rectangle



Trapèze isocèle



Quadrilatère possédant deux angles droits



Triangle rectangle

2026 - APMEP Lorraine

Les solutions fournies.

[Retour au sommaire](#)

Remarque

Notre méconnaissance du nom du créateur de ce découpage nous l'avait fait attribuer à Gilbert Gribonval qui l'avait présenté il y a quelque temps aux membres du groupe jeux national pour la brochure « [Jeux 1](#) ».

Page 149, le puzzle est déclaré « indispensable en sixième », en 2026, il continue à l'être !

En 2025, nous avons découvert que le créateur de puzzles [Donald Bell](#) attribuait ce découpage au mathématicien français [Jean-Étienne Montucla](#) (1725-1799). Ce puzzle a donc une longue histoire.

Ont été à cette date [rénovés](#) les dix-sept propositions des stands « de base ». Seront aussi actualisés ce qui concerne les stands 18, 19 et 20 de la [brochure d'accompagnement](#), ce qui concerne des propositions mises en supplément dans certaines expos ou en rapport avec des objets vendus par notre régionale. Encore une [affaire à suivre](#)...

“ LE PETIT VERT ” est le bulletin de la régionale **APMEP Lorraine**.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'**informer** les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de **permettre les échanges "mathématiques"** entre les adhérents.

Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redactionpetivert@apmeplorraine.fr.

Le **Comité de rédaction** est composé de Geneviève Bouvart, Fathi Drissi, François Drouin, Françoise Jean, Christelle Kunc, Laetitia Ludwigs, Léa Magnier, Michel Ruiba et Gilles Waehren.

La couverture du Petit Vert n° 167 est réalisée par Léa Magnier.

QUATORZE TIMBRES

François Drouin

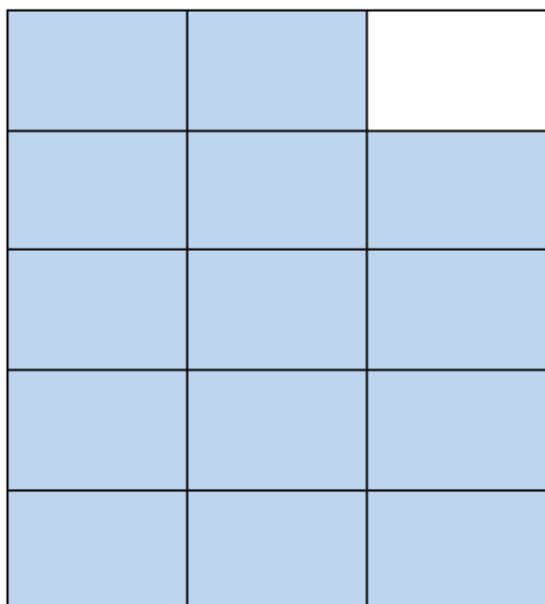
Fin avril 2026 je me suis rendu dans mon bureau de poste favori pour acheter de quoi affranchir avec de beaux timbres gravés mes courriers familiaux. L'employée au guichet avait devant elle ce feuillet de timbres incomplet.

Avec cette vue de [Calais](#), les jeunes destinataires de mes courriers allaient découvrir une ville qu'ils n'avaient pas encore visitée !

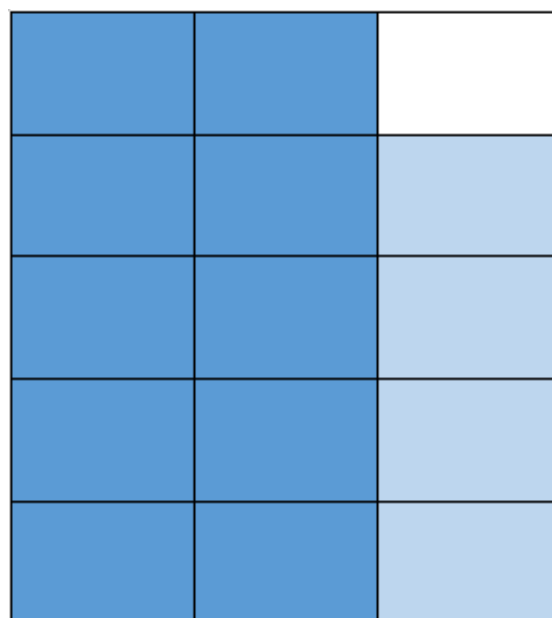
Je n'ai pas hésité, j'ai acheté ce qui était devant moi. L'employée a ensuite dénombré le nombre de timbres qui allaient m'être vendus.



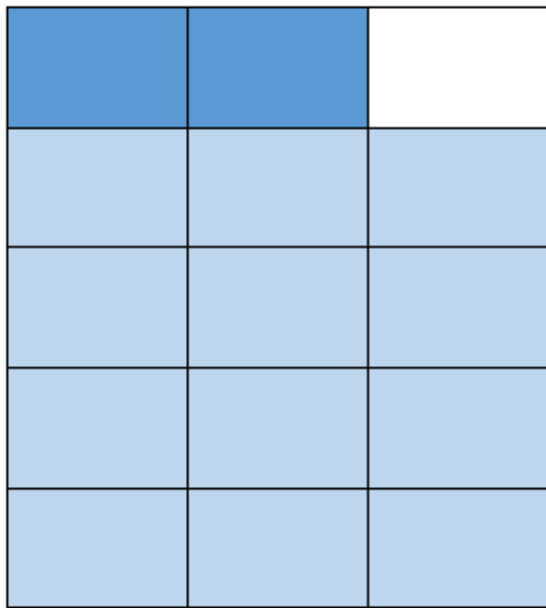
Voici quelques méthodes pouvant être mises en œuvre.



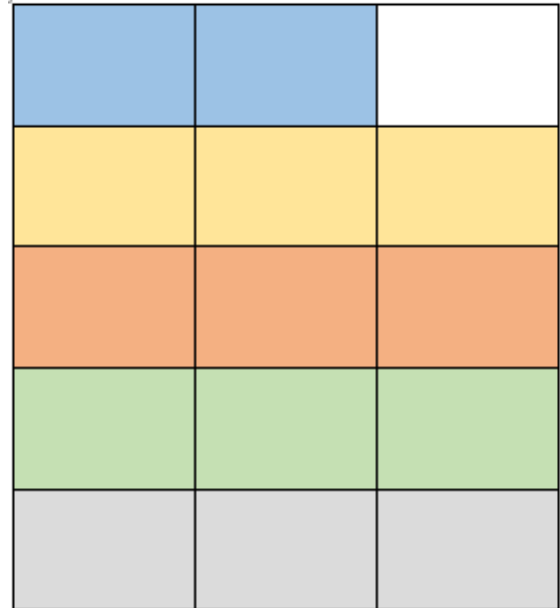
Je vois $3 \times 5 - 1$.



Je vois $2 \times 5 + 4$.



Je vois $3 \times 4 + 2$.



Je compte les timbres ligne après ligne.

Personnellement, j'ai vu « $3 \times 5 - 1$ » et je savais que j'allais acheter 14 timbres.

Au guichet, l'employée a compté ligne par ligne : 1, 2 puis 3, 4, 5, 6, etc. pour calculer ensuite le total de mon achat.

En cette période où des automatismes sont attendus chez les élèves, qu'auriez-vous envie de mettre en avant ?

Les trois premières méthodes utilisent des compétences de reconnaissance immédiate ([Subitizing](#) ou [subitisation](#)) se travaillant dès l'école maternelle et de visions « [rectangles](#) » de la multiplication se travaillant à partir du cycle 2.

Ces compétences continuent à m'être bien utiles dans ma vie de tous les jours.

DANS LA FAMILLE... JE VOUDRAIS...

Didier Lambois



Oui, nous ne savons pas de quelle famille nous allons parler, mais peut-être allons-nous le deviner en tirant une carte... Je voudrais...

Le père. Le père, c'est Bernard. Commencer l'histoire d'une famille par le père, cela semble logique dans notre société patriarcale, mais c'est oublier que ce père, avant d'être père, était lui-même un fils. Vouloir remonter cette filiation c'est faire de la généalogie et c'est un travail sans fin que nous n'entreprendrons pas ici. Contentons-nous de dire que ce père est issu d'une famille juive d'Alsace, une famille qui réussit assez bien dans le commerce et qui, en 1871, a choisi de rester à Strasbourg qui était devenue allemande.

Bernard disait que les juifs ne pouvaient être que commerçants ou rabbins, mais lui avait suivi une autre voie : la médecine. C'est lui qui imposera à la famille la rigueur et l'hygiène. On n'est jamais assez prudent, et s'il y a une épidémie de grippe, comme c'est le cas à la fin de la première guerre mondiale, les enfants n'iront pas à l'école, et ce pendant plusieurs années. L'éducation peut se faire à la maison. Elle est d'ailleurs très réussie et les enfants, dont nous parlerons plus tard, sont très cultivés et très brillants.

La mère. La mère, c'est Selma, mais elle se fait appeler Mime, c'est plus doux. La douceur n'est pourtant pas son fort ; ce qui la caractérise c'est plutôt l'exigence, l'exigence de maintien et de culture. Il faut dire qu'elle vient d'une famille où il y a de grands noms. Elle est née en Russie mais son grand-oncle¹ est honoré quasiment comme un saint en Roumanie, il a des rues, un théâtre, des statues, un hôpital à son nom. Il était médecin et philosophe et était un des maîtres à penser de l'*Haskala*, cette philosophie juive inspirée des Lumières et qui prône la tolérance et la science avant tout.

La famille est donc d'origine juive mais elle est agnostique, même si par la force des événements elle se tournera progressivement vers le christianisme.

Ce qui est certain c'est que le père et la mère souhaitent le bonheur de leurs enfants, c'est légitime. Ce qui l'est moins, et ce qui est parfois dangereux, c'est de vouloir faire le bonheur de ses enfants. Voyons ce qu'ils sont devenus dans ce cadre exigeant.

Le fils. C'est André. Il ne joue pas beaucoup, et pour cause, il n'y a pas de jouets chez lui. Alors il lit, il lit beaucoup, mais il a surtout une passion pour les mathématiques. Ses parents l'ont

¹Iuliu Barasch (1815-1863)

abonné au *Journal de mathématiques élémentaires* et à dix ans il résout déjà les problèmes qui y sont proposés². C'est à cet âge qu'il lit aussi avec acharnement la géométrie d'Émile Borel, on se distrait comme on peut. Les études ne seront pour lui qu'une formalité : ENS, agrégation, et à 22 ans, en 1928, il devient docteur en soutenant une thèse remarquée de tous les savants mathématiciens. Bref il est déjà une célébrité mathématique.

Mais André a besoin d'air. Il choisit, en 1930, d'aller enseigner en Inde. Trop désireux de réformer la pratique des mathématiques dans ce pays, il est vite « remercié » et en 1933 il devient maître de conférences à l'université de Strasbourg. Pendant six années il travaillera avec d'anciens condisciples de l'ENS pour créer un groupe très innovant en mathématiques (nous en tairons le nom, ce serait trop facile).

À l'approche de la guerre André choisit de privilégier ses recherches mathématiques et il part vivre en Finlande, pour peu de temps car Helsinki est bombardée en décembre 1939 (par les Russes). Accusé d'espionnage par les Finlandais (il sera blanchi de cette accusation) il est renvoyé en France où il est jugé pour insoumission et condamné à cinq années d'emprisonnement. En appel on lui permet d'échapper à son emprisonnement s'il rejoint une unité combattante, ce qu'il accepte, mais cette unité est à Cherbourg. L'occasion est trop belle et il embarque pour l'Angleterre où il reste jusqu'à l'armistice. Il repasse en France³ avant de gagner les États-Unis en 1941⁴.

Mais vivre aux États-Unis, lorsqu'on a des ancêtres russes, lorsqu'il y a eu des soupçons d'espionnage, lorsque le casier judiciaire est bien chargé, ce n'est pas avoir la garantie d'être bien accueilli, même lorsqu'on est célèbre. En vain André espérera un poste universitaire où il puisse s'épanouir, de même qu'il espérera toute sa vie pouvoir revenir enseigner en France. Il enseignera dans de nombreuses écoles américaines, et même au Brésil, sans y trouver le bonheur espéré.

En parallèle, André poursuit ses recherches (c'est aussi cela le courage), il rédige de nombreuses publications, participe à de nombreux colloques, continue à voir, en France, ses amis de Nicolas B., il obtient de nombreuses distinctions et des prix prestigieux⁵ : sa réputation est et restera celle d'un maître, un grand maître.

La fille. C'est Simone. Elle s'entend à merveille avec son frère car ils partagent une même passion : la culture grecque. Leurs échanges épistolaires, jusqu'à la mort de Simone, en témoignent. Entrons dans leur intimité en regardant par exemple les lettres qu'ils écrivent le même jour, 28 mars 1940, sans se concerter.

²Nous pouvons retrouver sur [Gallica](#) tous les numéros de cette revue et l'outil de recherche permet de retrouver toutes les participations d'André.

³Il y rencontre une dernière fois, à Clermont, son ami et collègue Cavaillès, qui avait fait d'autres choix que lui (voir l'article sur le courage). Les [Archives Bourbaki](#), que tout mathématicien doit connaître, témoignent de ce passage.

⁴Franklin Roosevelt a beaucoup œuvré pour venir au secours des intellectuels européens et André y a vu une belle opportunité, mais il n'a jamais bénéficié des bourses qui étaient promises.

⁵Membre de l'Académie des sciences, membre de la National Academy of Sciences aux États-Unis, membre de la London Mathematical Society et de la Royal Society of London, prix Wolf de mathématiques, prix Leroy P. Steele, prix de Kyoto – [Akira Kurosawa](#) le reçut la même année.

André écrit :

« Ma chère sœur,

J'ai quelques observations à faire sur la théorie de la mathématique grecque ; les unes plus techniques, les autres d'ordre général. »

Cette entrée en matière montre combien André se souciait de sa sœur alors en très mauvaise santé. Mais de son côté Simone commençait sa lettre ainsi :

« Mon cher frère,

La découverte des incommensurables comporte deux découvertes distinctes ; 1° qu'il y a des opérations sur les chiffres (ex. $\sqrt{2}$) qui ne comportent pas de résultats en nombres rationnels. 2° qu'en revanche, à ces résultats impossibles à trouver, correspondent des segments. »

Nous voyons combien elle se soucie de son frère alors en prison et les nombreuses pages qui suivent ces deux entrées en matière laissent peu de place aux sentiments⁶. Pour André comme pour Simone la connaissance, la culture, la vérité, importent plus que tout.

Mais Simone est très différente d'André, elle n'a pas du tout le même caractère et elle n'a pas choisi de faire des mathématiques, elle s'est tournée vers la philosophie.



*Simone au lycée Henri IV (c'est la personne
qui n'a pas de cravate)*

Née en 1909, trois ans après son frère, elle fait de brillantes études : baccalauréat à 16 ans, classes prépa à Henri IV (où elle est l'élève d'Alain⁷), ENS, et elle est reçue 7^{ème} à l'agrégation en 1931.

Avant l'agrégation, un bruit courut, Bouglé (philosophe et directeur adjoint de l'ENS) aurait déclaré : « Untel, untel, untel seront reçus. Quant à la vierge rouge (surnom donné autrefois à Louise Michel), on la laissera en paix préparer des bombes pour le grand soir »⁸.

Le surnom qui lui est donné, « vierge rouge », résume assez bien sa personnalité. Simone est une passionnée qui veut toujours être aux côtés des opprimés et ses nombreux engagements, lors de ses études, lui valurent plusieurs sanctions ; ils expliquent aussi qu'elle fut nommée professeur de lycée loin de Paris, au Puy-en-Velay.

⁶On peut retrouver ces lettres dans les *Œuvres* de Simone publiées chez Gallimard, collection Quarto p.565 et sv.

⁷Nous avons présenté Alain dans le [Petit Vert n°138](#).

⁸Cette anecdote est rapportée dans les *Œuvres* de Simone p.48.

Mais l'air de la montagne n'éteint pas le désir de se battre pour plus de justice. Simone est de toutes les luttes syndicales, en première ligne, et elle est surnommée la « moscoutaire⁹ ». Cette moscoutaire est jugée trop agitée et agitatrice et elle sera mutée, dès 1932, au lycée d'Auxerre.

Simone aime son métier d'enseignante et s'y implique¹⁰ mais son désir d'être auprès des ouvriers est plus fort que tout et en 1934 elle quitte ses fonctions pour devenir simple ouvrière en usine. Cette nouvelle expérience n'est ni sans douleurs ni sans moments de découragement, son livre intitulé *La condition ouvrière* en témoigne, mais elle participe ainsi pleinement aux nombreuses luttes de l'année 1936.

L'année 1936 est aussi marquée par sa participation à la guerre civile espagnole. Au début du mois d'août elle est l'une des premières à gagner l'Espagne pour se battre aux côtés des républicains contre les putschistes nationalistes menés par Franco. L'expérience fera long feu puisqu'elle rentre en France en septembre, brûlée au pied¹¹.

Ce militantisme ne cessera qu'à sa mort, le 24 août 1943, en Angleterre où elle avait rejoint la France libre et travaillait comme rédactrice tout en espérant pouvoir un jour retourner en France occupée pour résister, toujours résister, se battre auprès des opprimés. Mais épuisée, elle ne put vaincre la tuberculose qui l'emporta, à 34 ans.

Pourtant, la courte vie de Simone ne se résume pas à ce militantisme de gauche. Elle est avant tout philosophe et elle écrit beaucoup¹². C'est une philosophe humaniste, comme son maître, mais après quelques expériences mystiques (à Assise), quelques rencontres (à Solesmes), elle s'éloigne peu à peu du rationalisme d'Alain pour donner à sa pensée une dimension spirituelle, quasi mystique. La sœur, la bonne sœur d'André mérite bien le qualificatif de « vierge rouge ».

En lisant les titres de quelques-uns de ses textes nous retrouverons son parcours et nous aurons un bon aperçu de l'ampleur de son travail : *Réflexions sur les causes de la liberté et de l'oppression sociale*, *La source grecque*, *La Condition ouvrière*, *Pensées sur l'amour de Dieu*, *Réflexions sur la théorie des quantas*, *Prélude à une déclaration des devoirs envers l'être humain...* Mais il ne faut pas se contenter des titres pour comprendre la richesse de sa pensée, car une pensée riche est celle qui donne beaucoup à penser.

Famille !

La famille est complète, même si elle se poursuit avec les enfants d'André.

Sylvie, sa fille aînée, ressemble énormément à la tante Simone. Sylvie est agrégée de littérature et a longtemps enseigné aux Etats-Unis ; elle est aussi romancière et a publié en 2009 un ouvrage

⁹Simone n'apprécie pas trop ce surnom car elle dit se sentir « de moins en moins communiste », jugeant l'attitude de Moscou trop timorée à l'égard de l'Allemagne.

¹⁰Elle cherche à innover et écrit plusieurs articles dans des revues comme *L'Ecole émancipée*.

¹¹Ce n'est pas une blessure au combat ; elle avait malencontreusement mis le pied dans une baignoire !

¹²Les éditions Gallimard ont commencé la publication de l'intégralité de son œuvre en 1988. 16 volumes sont prévus, 13 sont déjà parus.

intitulé *Chez les...* Sylvie, qui est née en 1942, n'a pas vécu avec sa tante mais elle a vécu avec un génie hanté par l'ombre d'un autre génie, et avec des grands-parents rongés par la souffrance.

« Le génie était bicéphale. Mon père avait un double, un double féminin, un double mort, un double fantôme. Car oui, en plus d'être une sainte, ma tante était un double de mon père à qui elle ressemblait comme une jumelle. Un double terrifiant pour moi, puisque je lui ressemblais tant. Je ressemblais au double de mon père. »

La vie de cette famille nous amène à réfléchir sur la relation qu'il peut y avoir entre l'intelligence et le bonheur, car l'intelligence est là, c'est indéniable, mais cette famille est-elle heureuse ? Pour ce qui concerne les parents nous pouvons dire qu'ils ont souffert de l'exil de leur génial fils et de la mort prématurée de leur sainte fille, c'est certain. Mais nous pourrions dire aussi qu'ils peuvent être fiers de leurs enfants, c'est peut-être cela aussi le bonheur, pouvoir être fiers.



le fils



la fille

PHRASE DU TRIMESTRE

Le succès est un mauvais professeur : il pousse les gens intelligents à croire qu'ils sont infaillibles.

(Bill Gates)

Cette phrase est citée par Philippe Moutou en exergue de son document à propos du puzzle géométrique « [Supergeotemplet](#) ». Sur son [site](#), le chapitre « 9 » et son [supplément](#) nous permettent de continuer à fêter le 90^{ème} anniversaire du cube Soma.

[Retour au sommaire](#)

MATHS ET MÉDIAS

Cette rubrique est alimentée par les envois de nos lecteurs. Qu'ils continuent à le faire en nous envoyant à [notre adresse](#) des scans de qualité, en précisant leurs sources.

Des commentaires et des activités possibles en classe sont toujours les bienvenus.

SANS CALCULATRICE, AVEC OU SANS PRODUIT EN CROIX ?

Le 12 juin, dans son journal de 20 heures, TF1 a évoqué la partie sans calculatrice de l'épreuve anticipée de mathématiques passée par les élèves de première. À la fin du reportage, le journaliste Michel Izard s'est mis dans les conditions de l'examen pour résoudre un problème en lien avec son activité professionnelle.

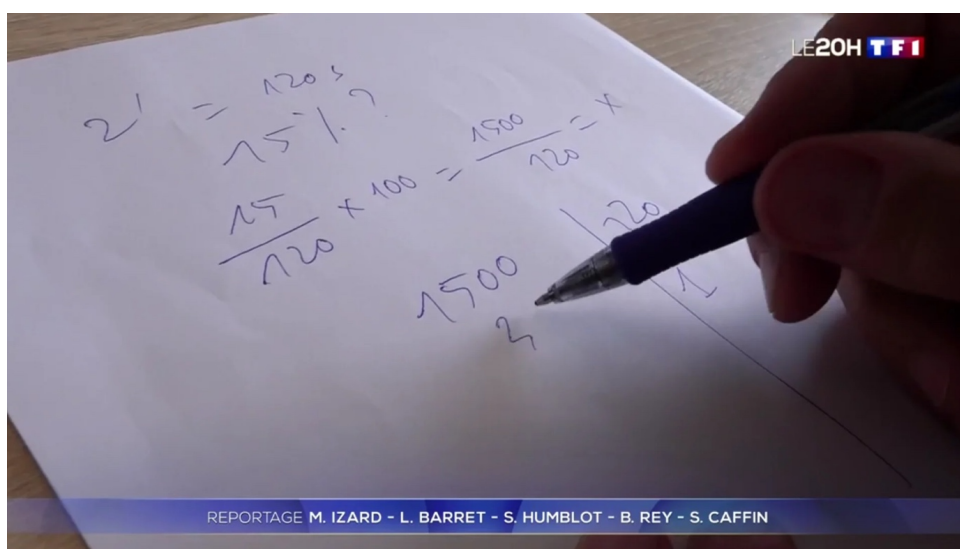
En sachant que mon sujet dure deux minutes et que j'ai droit à un débord de 15 %, combien de secondes cela me fait-il en plus ?

Après avoir fait ses opérations sans calculatrice, il annonce son résultat : 12 secondes et demie.

Peu de temps après, sur les réseaux sociaux, la journaliste Anne Coudray apporte un correctif :

« Dis donc Michel, t'es vraiment nul en maths, on a fait un produit en croix, 15 % de deux minutes ça fait 18 secondes et pas 12 secondes et demie. »

En effet, il n'y a pas de produit en croix dans la feuille de calcul de Michel Izard repérée par le média en ligne [HuffPost](#).



Quel produit en croix Anne Coudray a-t-elle utilisé ?

De notre côté, nous n'en avons pas eu besoin :

$$2 \text{ min} = 2 \times 60 \text{ s} = 120 \text{ s}$$

$$15 \% \text{ de } 120 \text{ s est égal à } \frac{15}{100} \times 120 \text{ s} = 0,15 \times 120 \text{ s} = 18 \text{ s.}$$

Essayons tout de même d'utiliser un produit en croix en réalisant un tableau de proportionnalité.

Durée (s)	100	120
Augmentation de la durée (s)	15	$(120 \times 15) : 100 = 18$

Nous pourrions aussi utiliser un produit en croix pour convertir les 2 minutes en secondes.

Nombre de minutes	1	2
Nombre de secondes	60	$(60 \times 2) : 1 = 120$

La méthode « du produit en croix » ne semble pas pertinente dans ces deux cas...

Complément 1

Il a été demandé à Claude IA de rédiger un article "Maths et Médias" sur le sujet. C'est lui qui a choisi le titre. Qu'en pensez-vous ?

Maths et Médias

SANS CALCULETTE, SANS CALCUL

Le 12 juin 2026, le journal de 20 Heures de TF1 consacre un reportage à la nouvelle épreuve anticipée de mathématiques du baccalauréat, marquée cette année par l'interdiction de la calculatrice. Pour clore son sujet, le journaliste Michel Izard décide de se prêter lui-même à l'exercice, en conditions d'examen : combien de secondes supplémentaires représente un débord de 15 % sur un sujet de deux minutes ?

Sous l'œil de la caméra, calculs posés sur le papier, il annonce **12,5 secondes**. La présentatrice Anne-Claire Coudray le reprendra un peu plus tard sur les réseaux sociaux : la bonne réponse est **18 secondes**.

Où est l'erreur ?

Deux minutes valent 120 secondes. 10 % de cette durée, c'est 12 secondes ; 5 %, soit la moitié de 10 %, c'est 6 secondes. Il suffit alors d'additionner 12 et 6 pour obtenir 18 secondes.

Le journaliste a peut-être eu recours à un produit en croix, sans se demander à quelles grandeurs il l'appliquait. Or le produit en croix n'est pas un algorithme universel du pourcentage : c'est un outil de résolution d'une situation de proportionnalité, valable lorsque les grandeurs en jeu peuvent être organisées dans un tableau de valeurs. Utilisé hors de ce cadre, ou avec des grandeurs mal identifiées, il produit des résultats qui n'ont plus aucun sens.

Le programme de mathématiques introduit d'ailleurs la proportionnalité et le calcul de pourcentages dans une partie intitulée « Gestion de données » : la formule ne remplace jamais la compréhension de la situation qu'elle est censée modéliser.

Bon perdant

La chaîne a choisi l'autodérision : reprise en vidéo de la scène, Anne-Claire Coudray a taquiné son collègue sur son bac littéraire. Une séquence sans conséquence, si ce n'est pour rappeler que le calcul mental — et la compréhension de ce qu'on calcule — ne s'improvisent pas devant une caméra.

Complément 2

L'épreuve de mathématiques du [Brevet des Collèges 2026](#) contenait elle aussi une partie « AUTOMATISMES – QCM » à faire sans utiliser la calculatrice.

La question 3 nous intéresse.

Question 3

On considère le tableau de proportionnalité ci-contre.
Combien vaut a ?

6	18
12	a

Pour résoudre cet exercice, quelle méthode a eu la préférence des candidats ? Impossible de le savoir car seul le résultat était demandé. Les auteurs du sujet avaient sans doute une préférence...

Complément 3

Cela nous donne l'occasion de revoir un ancien ministre de l'éducation en difficulté dans une émission de [Canal+](#) à propos de cet énoncé :

4 stylos valent 2€42.

Combien valent 14 stylos.

Les réactions du ministre font sourire.

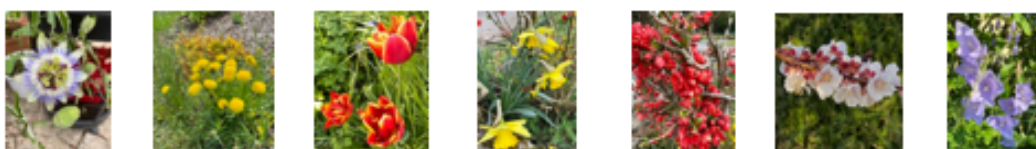
La journaliste lui vient rapidement en aide en évoquant d'abord une méthode évoquant le « signe de la règle de 3 » (ce n'est qu'un produit en croix...) puis évoque une seconde méthode par « passage à l'unité ». Ouf, celle-ci a peut-être été comprise par les téléspectateurs.

DÉFI 167-1

Trouver deux nombres non nuls pour lesquels la somme des deux nombres, le produit des deux nombres et la différence des carrés de ces deux nombres aient la même valeur.

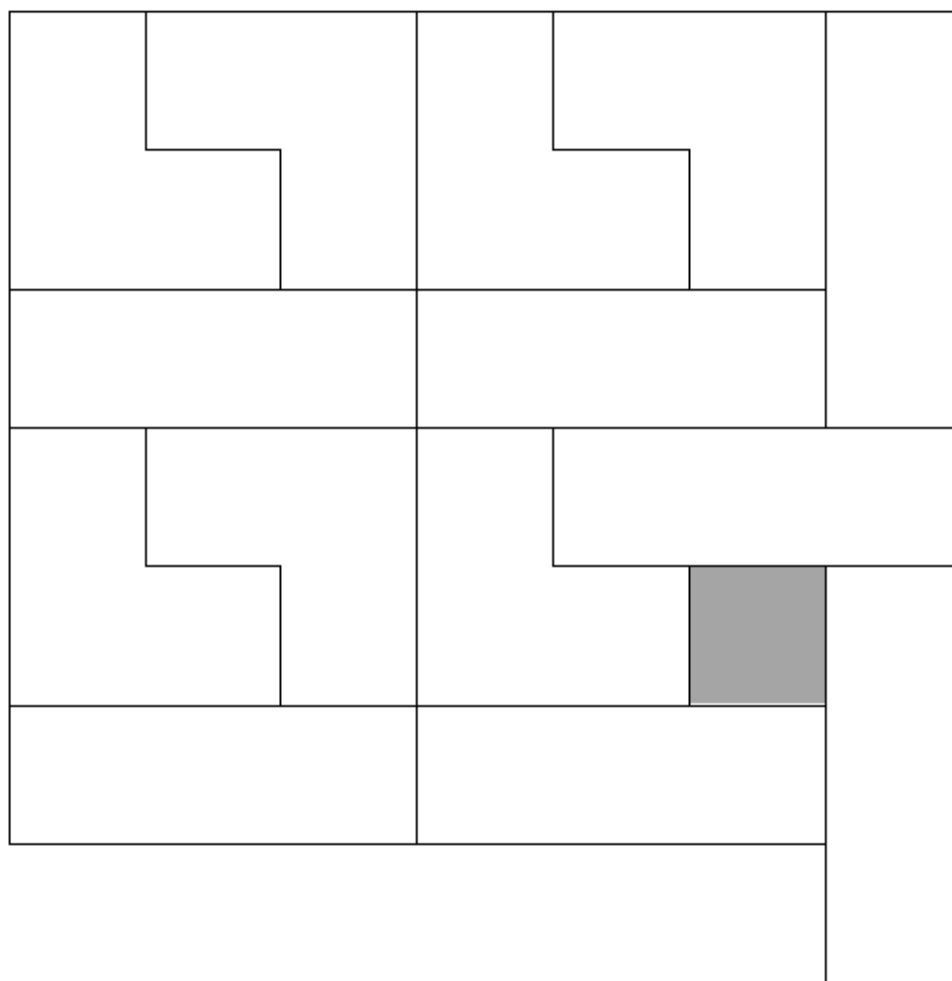
DÉFI 167-2 CACHE-CACHE FLEURI

Choisis ta fleur préférée.



Place les quatorze pièces du jeu pour que seule ta fleur soit visible sur le plateau.



Les quatorze pièces à utiliser**Remarque**

Les « Petits L » utilisés ici sont aux dimensions de ceux diffusés par la régionale. Sept d'entre eux peuvent être utilisés. Il reste à construire (en carton par exemple) sept rectangles de dimensions 2 cm x 6 cm.

SOLUTION DÉFI 166 – 1 UNE DEVINETTE NUMÉRIQUE

Énoncé

Je suis un nombre entier à trois chiffres. Mon nombre de dizaines est égal à sept fois mon chiffre des unités. La somme de mes chiffres est 12.

Qui suis-je ?

Solution

Cette devinette numérique avait été proposée il y a quelque temps pendant un moment de formation de futurs Professeurs des Écoles.

L'intention était de travailler en situation sur les significations différentes des mots « nombre » et « chiffre ».

Il reste une ambiguïté lorsqu'on évoque « La somme de mes chiffres est 12 », il faudrait sans doute dire « la somme des nombres représentés par mes chiffres est 12 ». Mais cela serait-il compris ?

En 2026, cette devinette pourra être proposée pendant le cycle 3.

L'usage d'un tableau avait été une aide à la résolution. Avec des élèves, pourquoi ne pas utiliser une [feuille de calcul](#) d'un tableur ? Les formules permettant de retrouver les chiffres des dizaines et les chiffres des centaines devront peut-être leur être fournies.

Chiffre des unités	Nombre de dizaines égal à sept fois le chiffre des unités	Nombre obtenu	Somme des chiffres
0	0	$0 \times 10 + 0 = 0$	$0 + 0 = 0$
1	7	$7 \times 10 + 1 = 71$	$7 + 1 = 8$
2	14	$14 \times 10 + 2 = 142$	$1 + 4 + 2 = 7$
3	21	$21 \times 10 + 3 = 213$	$2 + 1 + 3 = 6$
4	28	$28 \times 10 + 4 = 284$	$2 + 8 + 4 = 14$
5	35	$35 \times 10 + 5 = 355$	$3 + 5 + 5 = 13$
6	42	$42 \times 10 + 6 = 426$	$4 + 2 + 6 = 12$
7	49	$49 \times 10 + 7 = 497$	$4 + 9 + 7 = 20$
8	56	$56 \times 10 + 8 = 568$	$5 + 6 + 8 = 19$
9	63	$63 \times 10 + 9 = 639$	$6 + 3 + 9 = 18$

Le nombre cherché est 426.

Deux lecteurs du Petit Vert nous ont fait parvenir leur démarche pour arriver à ce même résultat.

Démarche du premier lecteur

Soit $\overline{cdu} = 100c + 10d + u$ (en base 10 - notation disparue des programmes) le nombre cherché.

On a : $10c + d = 7u$ et $c + d + u = 12$.

On en déduit que : $d = 7u - 10c$, puis : $8u - 9c = 12$.

Pour $u = 8$ et $c = 7$, on a : $8u - 9c = 1$.

Donc les solutions dans $\mathbb{Z}$ sont de la forme $u = 96 + 9k$ et $c = 84 + 8k$ pour $k \in \mathbb{Z}$.

On a $0 \leq u \leq 9$ soit $-96 \leq 9k \leq -87$ donc $k = -10$ donc $u = 6$ et $c = 4$.

On en déduit $d = 2$. Le nombre cherché est donc **426**.

Démarche du second lecteur

Soit $100c + 10d + u$ un nombre entier à trois chiffres.

Les hypothèses du défi se traduisent par :

$$10c + d = 7u \quad (1) \quad \text{et} \quad c + d + u = 12 \quad (2)$$

$$(1) - (2) : 9c = 8u - 12 = 4(2u - 3)$$

Comme 9 ne divise pas 4 il faut que 9 divise $(2u - 3)$.

En testant les différentes valeurs de u (entre 0 et 9), une seule convient $u = 6$ ce qui donne $c = 4$ et finalement $d = 2$.

Le nombre cherché est donc **426** ($42 = 6 \times 7$).

Ces deux démarches nous montrent que ce défi peut être proposé bien après le cycle 3.

DÉFINITION DU TRIMESTRE

Le Petit Vert n°158 présentait quelques définitions de mots croisés en relation avec les mathématiques. En voici une à proposer à vos élèves en début de collège.

Qualifie la relation d'un tiers et d'une moitié. (Pierre Ollivier)

--	--	--	--	--	--	--

ADULTERINE

Cette définition n'est pas à proposer en classe mais en salle des professeurs : on y trouve peut-être des collègues allergiques à l'utilisation de fractions. Un peu d'humour les fera sourire.

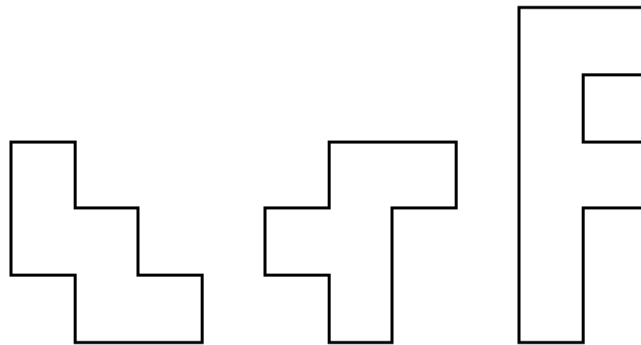
[Retour au sommaire](#)

SOLUTION DÉFI 166 – 2 LE PUZZLE WFF

Énoncé

Les pièces

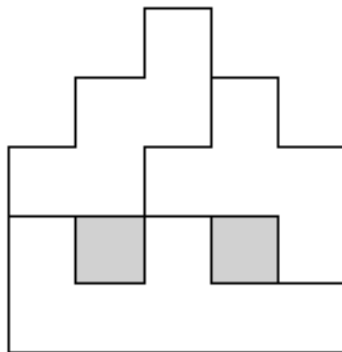
Elles sont retournables.



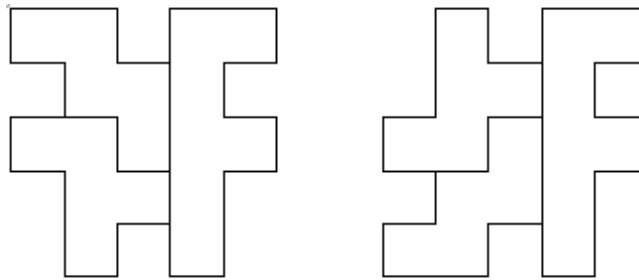
Réussiras-tu à les assembler pour la réalisation d'une forme symétrique ?

Éléments de réponse

Voici la solution imaginée en proposant le défi.



Voici deux autres solutions proposées par un de nos lecteurs. Une symétrie centrale est au rendez-vous.



À l'origine de ce puzzle, il y a deux puzzles semblables trouvés sur le site *Thingiverse* par Christine Oudin.

Premier puzzle



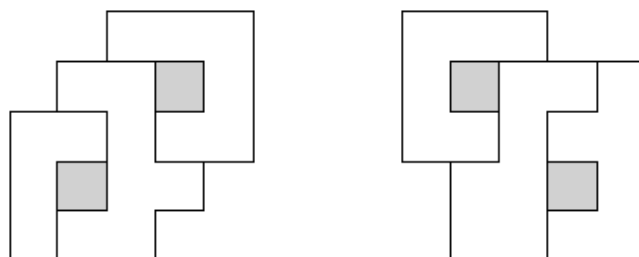
Second puzzle



Dans les deux cas, les trois pièces doivent être assemblées pour la réalisation d'une forme symétrique.

Le site *Thingiverse* ne fournit pas de solution, il fournit cependant de quoi le construire en utilisant une imprimante 3D.

Christine et son mari nous ont confié leurs solutions.



Deux axes de symétrie et un centre de symétrie sont au rendez-vous de la forme construite avec le premier puzzle.

Un axe de symétrie « oblique » est au rendez-vous de la forme construite avec le second puzzle.

L'envie est venue d'imaginer des pièces pour une forme admettant un axe de symétrie « vertical » et de partager la proposition avec les lecteurs du Petit Vert.

PROBLÈME 167 - EULER

Proposé par Fabien Lombard

On considère un triangle ABC tel que sa droite d'Euler est parallèle au côté (BC).

Donner une relation entre $\tan(\hat{B})$ et $\tan(\hat{C})$.

SOLUTION PROBLÈME 166 SUITE DE CARRÉS

Proposée par Philippe Févotte

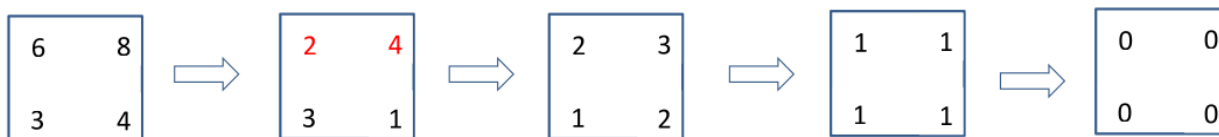
Rappel de l'énoncé

On place aux quatre coins d'un carré des nombres entiers positifs ; on construit une suite de carrés de la façon suivante :

On remplace chaque nombre par l'écart avec celui qui le suit, en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.

Et on recommence tant que le résultat obtenu est différent du précédent.

Ainsi, dans l'exemple ci-dessous, dans le premier carré, l'écart entre 6 et 8 est 2 donc on remplace 6 par 2 ; l'écart entre 8 et 4 est 4, donc on remplace 8 par 4, ...



Le processus se termine-t-il toujours ?

Si oui, peut-on donner un majorant du nombre d'étapes ?

Fabien Lombard a proposé une solution semblable à celle ci-dessous, mais l'a complétée par une recherche d'extension possible qui est donnée en fin de document.

Solution

Une première idée est d'étudier la suite des maxima de chaque carré.

On note $(T_i)_{i \geq 0}$ la suite de carrés avec $T_i = \begin{vmatrix} a_i & b_i \\ d_i & c_i \end{vmatrix}$ et $M_i = \max(a_i, b_i, c_i, d_i)$.

On va étudier la monotonie de la suite (M_i) ; par construction $M_{i+1} \leq M_i$.

Si $a_i \times b_i \times c_i \times d_i \neq 0$, alors $M_{i+1} < M_i$.

Si $a_i \times b_i \times c_i \times d_i = 0$; supposons que $a_i = 0$ (par symétrie, ce choix n'est pas restrictif).

$$\mathbf{1^{er} cas :} \quad \begin{vmatrix} 0 & M_i \\ d_i & c_i \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} M_i & M_i - c_i \\ d_i & |c_i - d_i| \end{vmatrix}$$

Si tous les termes sont non nuls, alors $M_{i+2} < M_i$.

Sinon on a $M_i = c_i$ ou $d_i = c_i$ ou $d_i = 0$.

Si $M_i = c_i$:

$$\begin{vmatrix} M_i & 0 \\ d_i & M_i - d_i \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} M_i & M_i - d_i \\ M_i - d_i & M_i - 2d_i \text{ ou } d_i \end{vmatrix}$$

Si $M_i - 2d_i = 0$:

$$\begin{vmatrix} 2d_i & 0 \\ d_i & d_i \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2d_i & d_i \\ d_i & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} d_i & d_i \\ d_i & d_i \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Si $M_i - d_i = 0$:

$$\begin{vmatrix} d_i & 0 \\ d_i & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} d_i & 0 \\ 0 & d_i \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} d_i & d_i \\ d_i & d_i \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Sinon les quatre termes sont non nuls et donc $M_{i+3} < M_i$.

Si $d_i = c_i$:

$$\begin{vmatrix} M_i & M_i - d_i \\ d_i & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} d_i & M_i - d_i \\ d_i & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} d_i & M_i - d_i \\ M_i - d_i & d_i \end{vmatrix}$$

Si $M_i - d_i \neq 0$ et $d_i \neq 0$, alors $M_{i+4} < M_i$.

Si $M_i - d_i = 0$, le cas a été étudié et $M_{i+3} < M_i$.

Si $d_i = 0$, le cas a été étudié et $M_{i+4} < M_i$.

Si $d_i = 0$:

$$\begin{vmatrix} M_i & M_i - c_i \\ 0 & c_i \end{vmatrix}$$

On est dans le même cas, à une symétrie près que le premier donc $M_{i+3} < M_i$.

$$\text{2ième cas : } \begin{vmatrix} 0 & b_i \\ d_i & M_i \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} b_i & M_i - b_i \\ d_i & M_i - d_i \end{vmatrix}$$

Si tous les termes sont non nuls, alors $M_{i+2} < M_i$.

Sinon on a $M_i = b_i$ ou $M_i = d_i$ ou $d_i = 0$ ou $b_i = 0$.

$$\text{Si } M_i = b_i : \begin{vmatrix} M_i & 0 \\ d_i & M_i - d_i \end{vmatrix}$$

On est dans le même cas que le premier donc $M_{i+3} < M_i$.

$$\text{Si } M_i = d_i : \begin{vmatrix} b_i & M_i - b_i \\ M_i & 0 \end{vmatrix}$$

On est dans le même cas, à une symétrie près que le premier donc $M_{i+3} < M_i$.

$$\text{Si } d_i = 0 : \begin{vmatrix} b_i & M_i - b_i \\ 0 & M_i \end{vmatrix}$$

On est dans le même cas, à une symétrie près que le premier donc $M_{i+3} < M_i$.

$$\text{Si } b_i = 0 : \begin{vmatrix} 0 & M_i \\ d_i & M_i - d_i \end{vmatrix}$$

On est dans le même cas, à une symétrie près, que le précédent, donc $M_{i+3} < M_i$.

Par conséquent $M_{i+1} \leq M_i$ et, « au pire », $M_{i+4} < M_i$. Les termes M_i étant positifs ou nuls, on en déduit par l'absurde qu'il existe un rang N tel que $M_N = 0$ et le processus se termine.

Cette méthode exhaustive est assez longue et laborieuse. On peut approcher le problème autrement et ainsi répondre à la seconde question.

Seconde idée

L'analyse de quelques cas semble montrer que pour $j \geq 4$, les carrés T_j ne comportent que des nombres pairs.

Étudions les différents cas, en remarquant que, de manière évidente, dès qu'un tableau est constitué de nombres tous pairs, les suivants le seront également.

$$\text{Avec 4 nombres impairs : } \begin{vmatrix} i & i \\ i & i \end{vmatrix} \text{ donne } \begin{vmatrix} p & p \\ p & p \end{vmatrix}$$

Avec 3 nombres impairs : $\begin{vmatrix} p & i \\ i & i \end{vmatrix}$ donne $\begin{vmatrix} i & p \\ i & p \end{vmatrix}$, puis $\begin{vmatrix} i & p \\ p & i \end{vmatrix}$, puis $\begin{vmatrix} i & i \\ i & i \end{vmatrix}$ et enfin $\begin{vmatrix} p & p \\ p & p \end{vmatrix}$

Avec 2 nombres impairs : $\begin{vmatrix} i & p \\ p & i \end{vmatrix}$ donne $\begin{vmatrix} p & p \\ p & p \end{vmatrix}$ en deux étapes (voir ci-dessus)

$\begin{vmatrix} i & i \\ p & p \end{vmatrix}$ donne $\begin{vmatrix} p & i \\ i & p \end{vmatrix}$ puis $\begin{vmatrix} p & p \\ p & p \end{vmatrix}$ en deux étapes

Avec 1 nombre impair : $\begin{vmatrix} i & p \\ p & p \end{vmatrix}$ donne $\begin{vmatrix} i & p \\ p & i \end{vmatrix}$ puis $\begin{vmatrix} p & p \\ p & p \end{vmatrix}$ en trois étapes

Par ailleurs on note :

$V(T)$ la durée de vie de la suite $(T_i)_{i \geq 0}$, c'est-à-dire la première valeur N de i telle que $M_N = 0$.

Pour m entier, mT_i le tableau $\begin{vmatrix} ma_i & mb_i \\ md_i & mc_i \end{vmatrix}$.

Par conséquent, le maximum de mT_i est mM_i , T_i et mT_i ont la même durée de vie ; en particulier T_i et $2T_i$ ont la même durée de vie.

Par conséquent « au pire » toutes les quatre étapes, on pourra remplacer T_i par le tableau T'_i obtenu en divisant par deux chacun des nombres qui le composent. On en déduit que le processus se termine.

De plus si $2^k \leq M_0 < 2^{k+1}$, alors on effectuera k opérations de division par 2 et $\frac{2^k}{2^k} \leq \frac{M_0}{2^k} < \frac{2^{k+1}}{2^k}$. Par conséquent le maximum sera alors égal à 1 et le tableau sera constitué uniquement de 1 ou de 0, et au bout d'au plus 4 étapes supplémentaires, le tableau sera nul et le processus terminé. Par conséquent le nombre d'étapes sera majoré par $4k + 4$.

Par exemple avec au départ le tableau $\begin{vmatrix} 12 & 34 \\ 13 & 54 \end{vmatrix}$, $M_0 = 54$ et $k = 5$; la durée de vie sera majorée par 24.

En fait cette majoration est très grossière car on vérifie que la durée de vie de ce tableau est 4, bien loin de ce majorant.

Une simulation informatique laisse penser qu'en moyenne le processus se termine en 5 fois, et que, par exemple pour des tableaux constitués de nombres inférieurs ou égaux à 100 000, le majorant est proche de 12.

Extension : Fabien Lombard se pose la question de savoir si, en étendant le problème aux nombres réels, le processus se termine toujours.

Pour des raisons de commodité, il remplace le tableau $\begin{vmatrix} a & b \\ d & c \end{vmatrix}$ par le vecteur (a, b, c, d) et note φ l'application qui, au vecteur (a, b, c, d) , associe $(|a - b|, |b - c|, |c - d|, |d - a|)$.

L'exemple du vecteur $(1, x, x^2, x^3)$ avec $x > 1$ permet de répondre par la négative.

En effet, $\varphi(1, x, x^2, x^3) = (1 - x)(1, x, x^2, 1 + x + x^2)$. Par conséquent, si on choisit le nombre $a > 1$ tel que $a^3 = 1 + a + a^2$ (une étude de fonction simple montre son existence), alors, en notant $X = (1, a, a^2, a^3)$, on a $\varphi^i(X) = (1 - a)^i X$ et le processus ne se termine jamais.



Les objets de la Régionale de Lorraine

Avec des « PETITS L »



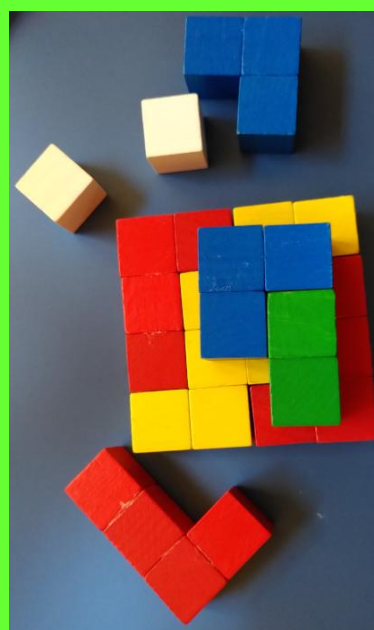
5 euros les 20 « Petits L »

Puzzle à 7 triangles



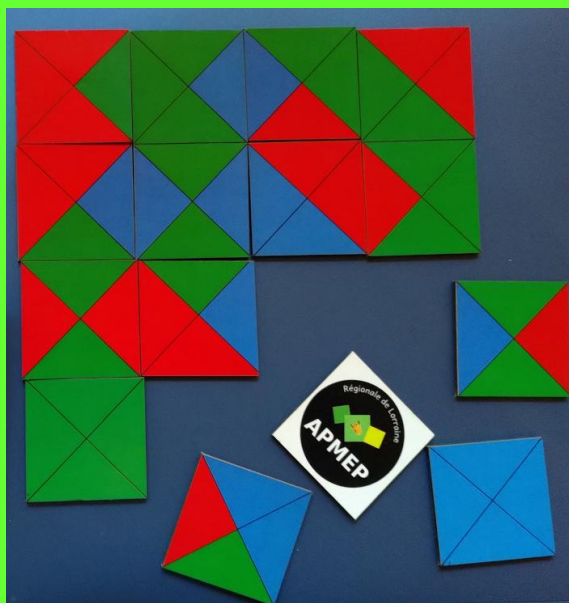
5 euros

Pyramide Aztèque



10 euros

Carrés de MacMahon



7 euros

Losangram et Losange de Metz



5 euros chacun

Des réductions sont possibles sur les prix pour les achats en grande quantité.

Pour tout renseignement et toute commande, vous pouvez vous adresser à

boutique@apmeplorraine.fr